

A diagram illustrating the construction of the Golden Ratio. It shows a rectangle with width 'a' and height 'a'. A vertical line is drawn at distance 'b' from the right side, where 'b' is the Golden Ratio. A semi-circle is drawn with the top edge of the rectangle as its diameter. A horizontal line is drawn from the center of the semi-circle to the right edge of the rectangle. A vertical line is drawn from the intersection of the semi-circle and the horizontal line down to the bottom edge. This vertical line, along with the horizontal line and the right edge of the rectangle, forms a square. A spiral is drawn starting from the center of this square, with each quarter of the spiral being a quarter-circle of a square with side length equal to the radius of the previous quarter-circle. The total width of the rectangle is 'a', and the total height is 'a'. The width of the square is 'b', and the height of the square is 'b'. The Golden Ratio is defined as $\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b} = \varphi \approx 1,61803$.

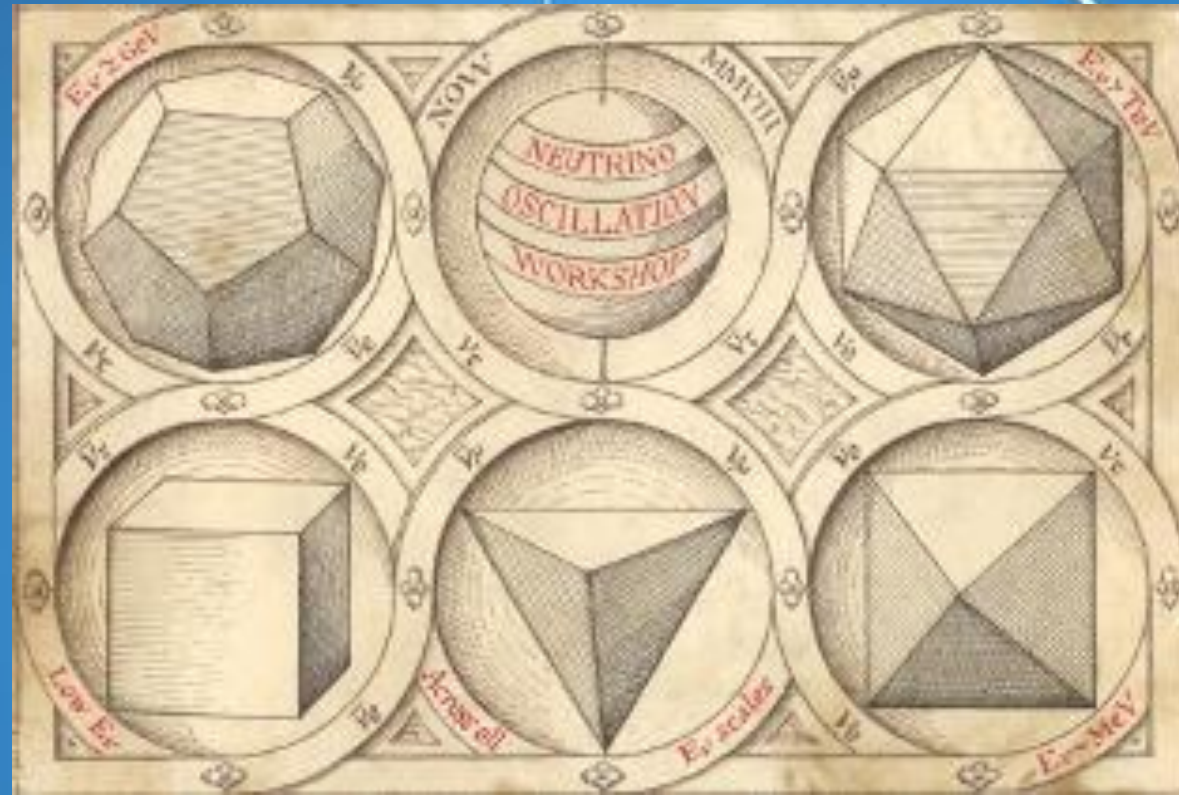
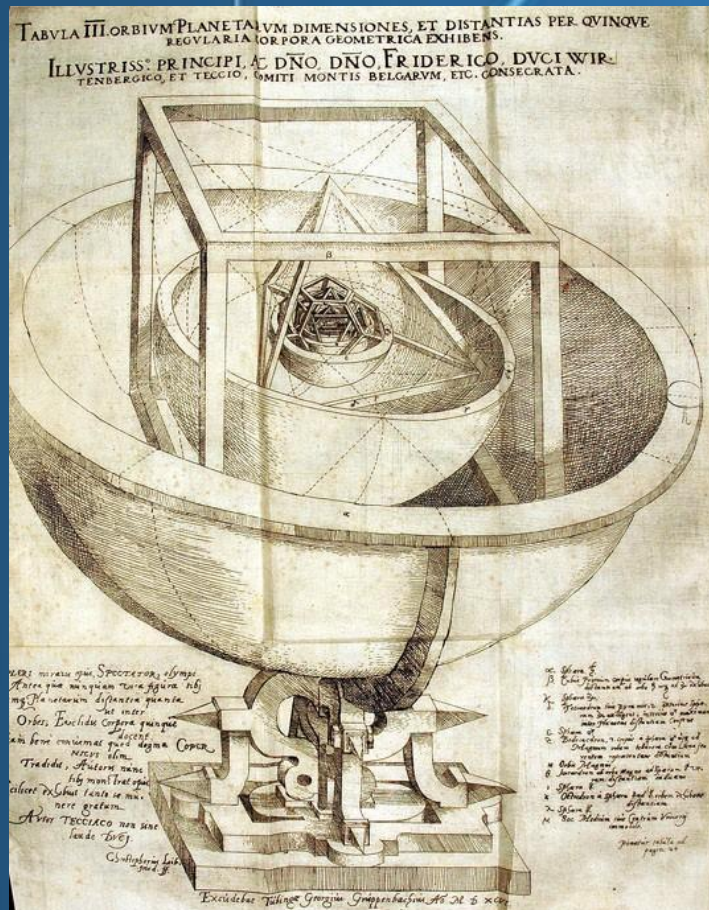
Золотое сечение

Исследовательская работа

$$\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b} = \varphi \approx 1,61803$$

«**Математика** владеет не только истиной, но и высокой красотой – красотой отточенной и строгой, возвышенно чистой и стремящейся к подлинному совершенству, которое свойственно лишь величайшим образцам искусства».

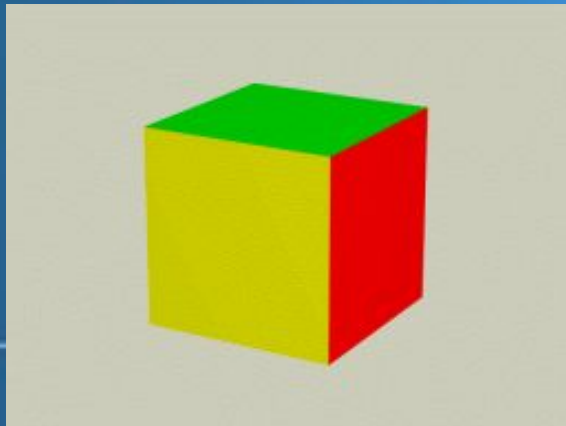
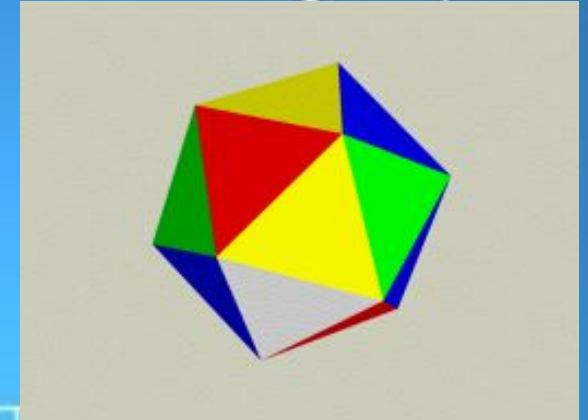
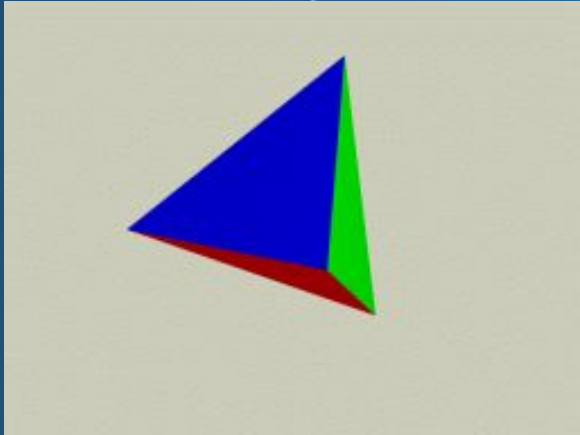
Бертран Рассел



$$= \varphi = 1,61803$$



Тетраэдр, Гексаэдр, Октаэдр, Икосаэдр и Додекаэдр



a

b

a

b

,61803

a

b



Додекаэдр имеет 12 граней, 30 ребер и 60 плоских углов на своей поверхности. Если исходить из гипотезы, что египтяне знали додекаэдр и его числовые характеристики 12, 30, 60, то каково же было их удивление, когда они обнаружили, что этими же числами выражаются циклы Солнечной системы, а именно, 12-летний цикл Юпитера, 30-летний цикл Сатурна и, наконец, 60-летний цикл Солнечной системы. Таким образом, между такой совершенной пространственной фигурой, как додекаэдр, и Солнечной системой, существует глубокая математическая связь! Такой вывод сделали античные ученые. Это и привело к тому, что додекаэдр был принят в качестве «главной фигуры», которая символизировала Гармонию Мироздания

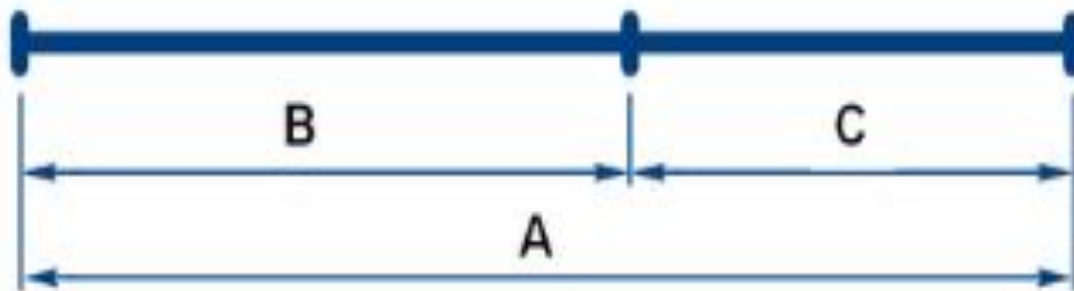
$$\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b} = \varphi \approx 1,61803$$

Золотое сечение - это универсальное проявление структурной гармонии. Оно встречается в природе, науке, искусстве – во всем, с чем может соприкоснуться человек.



“золотое сечение” – это такое деление целого на две такие части, при котором целое так относится к большей части, как большая к меньшей.

$$A : B = B : C$$



Решаем пропорцию $A : B = B : C$

$A * C = B^2$ т.к. $C = A - B$, то получим $A^2 - AB - B^2 = 0$.

Разделив на B^2 и обозначив $A : B = x$ мы приходим к следующему алгебраическому уравнению

$$x^2 - x - 1 = 0$$

Решением является положительный корень $x = (1 + \sqrt{5}) / 2 \approx 1,618\dots$

- Отношение $A : B$ обозначают буквой **$\Phi = 1,62$** .
- **Φ** – не зависит от длины отрезка и называется **числом Фидия**.
- В процентном округлённом значении золотое сечение — это деление какой-либо величины в отношении 62 % и 38 %.

Алгебраические свойства «золотой пропорции»

Представим уравнение золотой пропорции

$$x^2 - x - 1 = 0$$

в следующем виде: $x^2 = x + 1$.

Если корень Φ (золотая пропорция) подставить вместо x , то получим следующее замечательное тождество:

$$\Phi^2 = \Phi + 1.$$

Если все члены тождества разделить на Φ , то придем к следующему выражению:

$$\Phi = 1 + 1/\Phi \text{ или } \Phi - 1 = 1/\Phi.$$

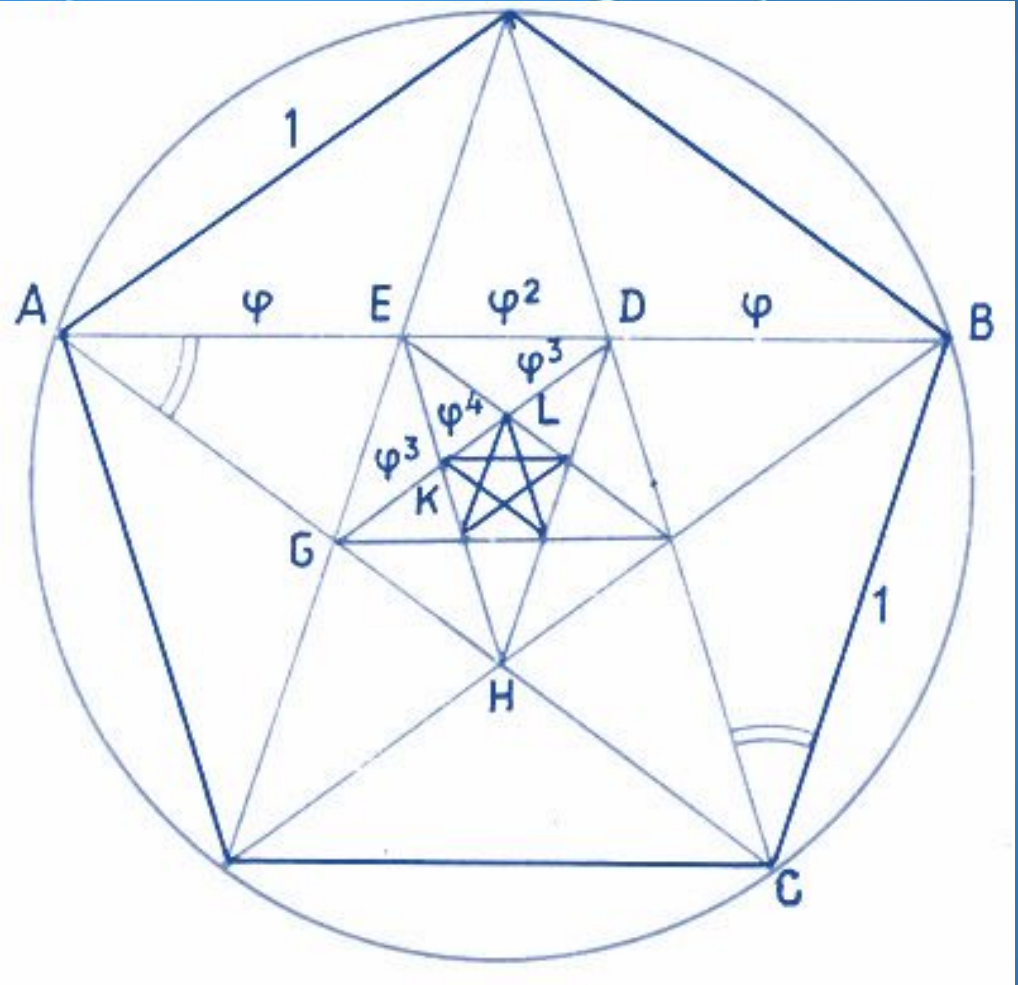
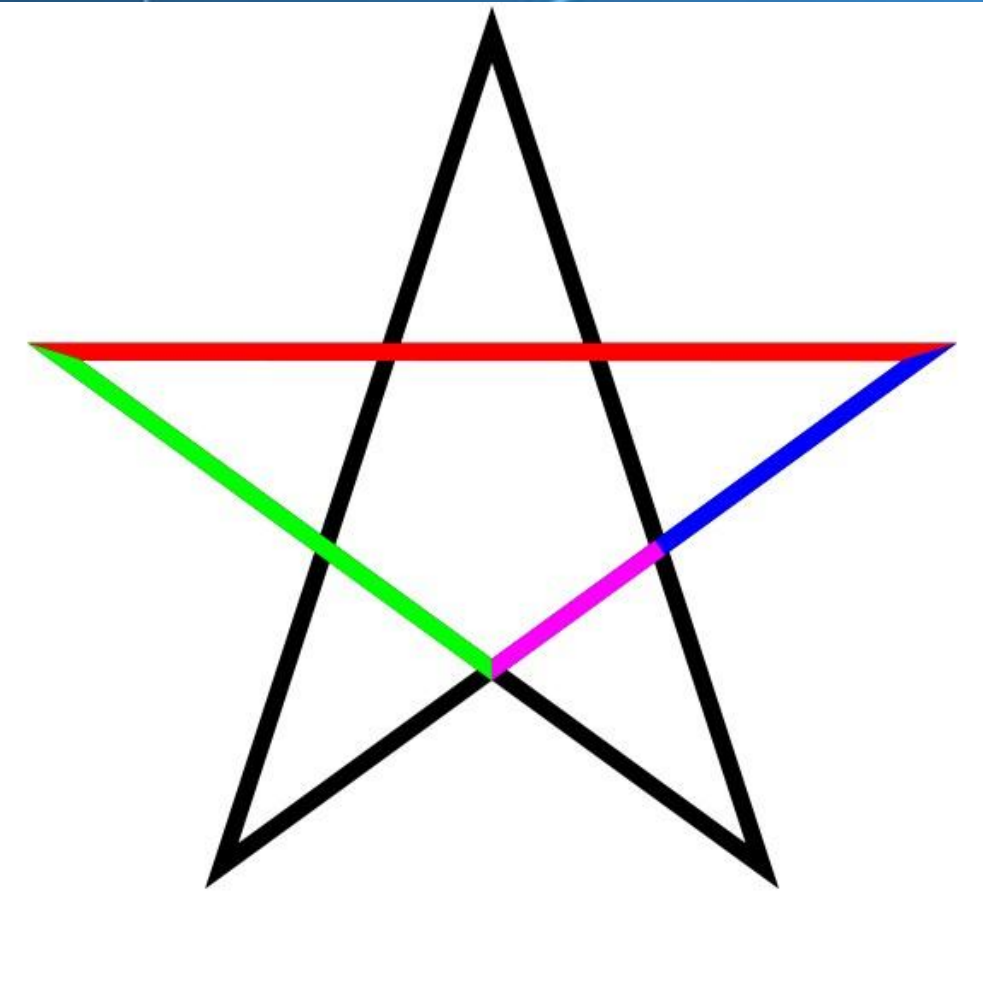
В дошедшей до нас античной литературе деление отрезка в крайнем и среднем отношении (ἄκρος καὶ μέσος λόγος) впервые встречается в «Началах» Евклида (ок. 300 лет до н. э.), где оно применяется для построения правильного пятиугольника.



$$= \frac{a}{b} = \phi = 1,61803$$



«Золотое сечение» лежит в основе
правильного пятиугольника (пентаграмма)



Пятиконечная звезда с древних времен символ совершенства, а в средние века ее наделяли еще магическими свойствами. Вспомните «Фауста» Гете (в переводе Н. Холодковского):

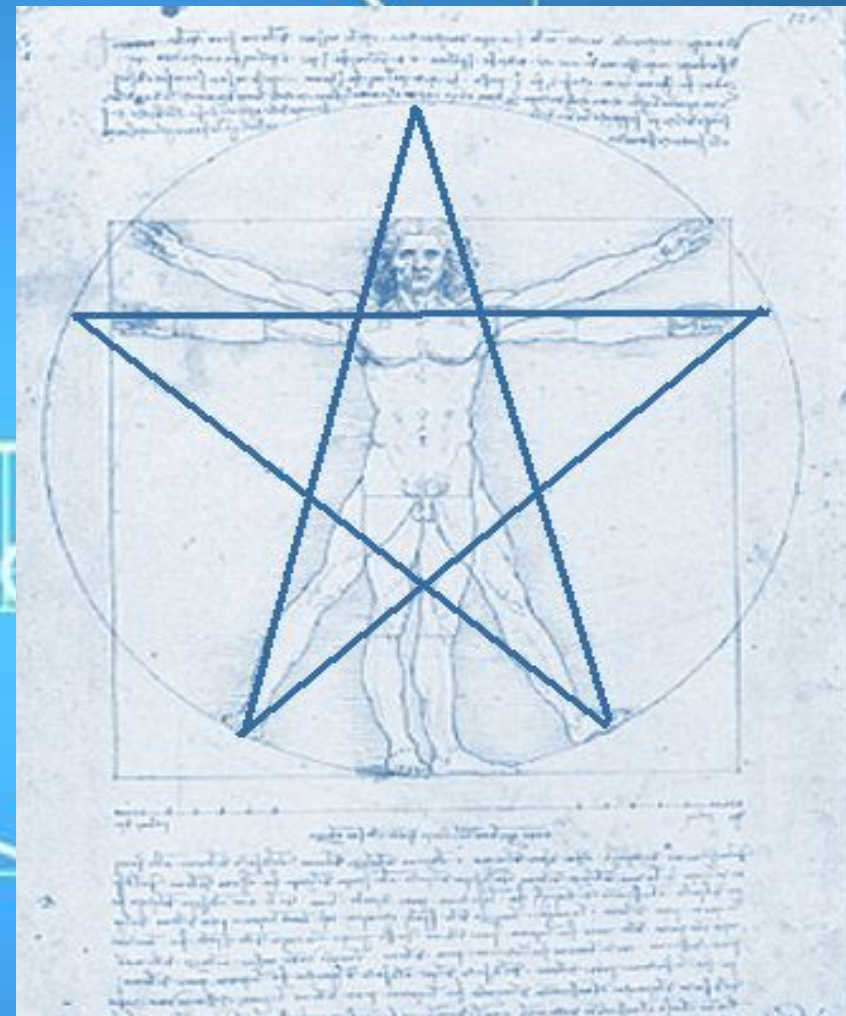
Мефистофель:

- Нет, трудновато выйти мне теперь
Тут кое-что мешает мне
немного:
Волшебный знак у вашего порога.

Фауст:

- Не пентаграммаль этому виной?
Но как же, бес, пробрался ты за мной?
Каким путем впросак попался?

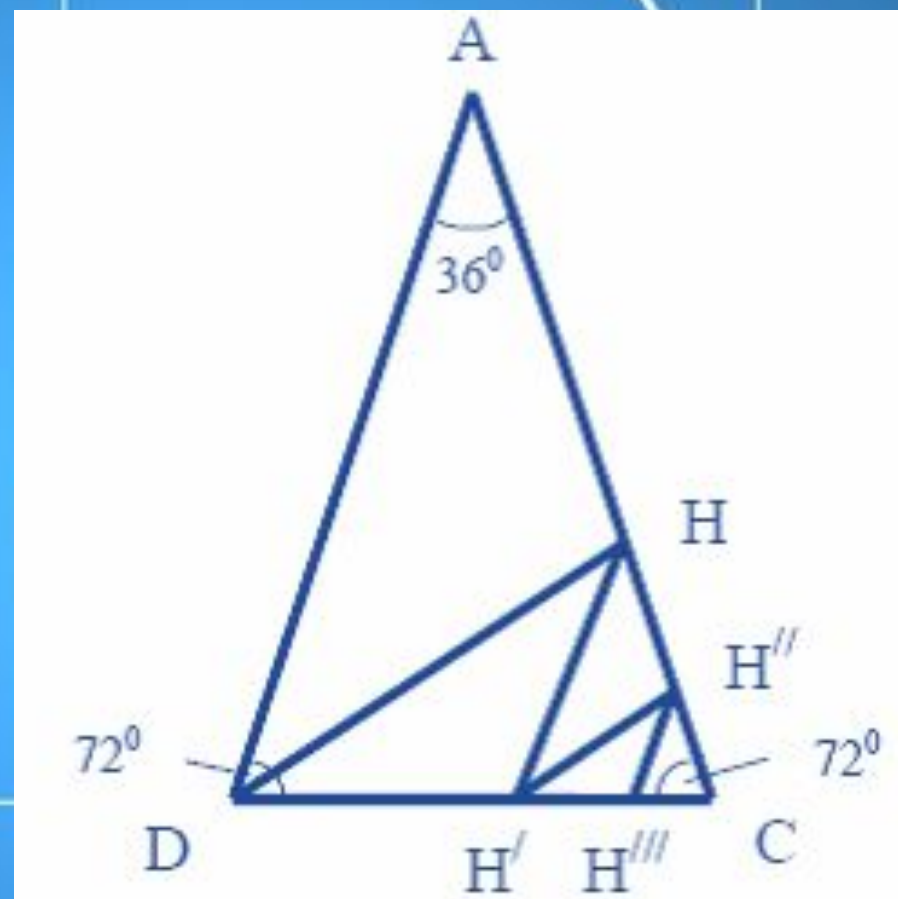
$$\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b} = \varphi = 1,61803$$



Каждый конец пятиугольной звезды представляет собой золотой треугольник.

Бесконечное возникновение одной и той же геометрической фигуры («золотого» треугольника) после проведения очередной биссектрисы вызывает эстетическое чувство ритма и гармонии.

$$\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b} = \varphi \approx 1,61803$$

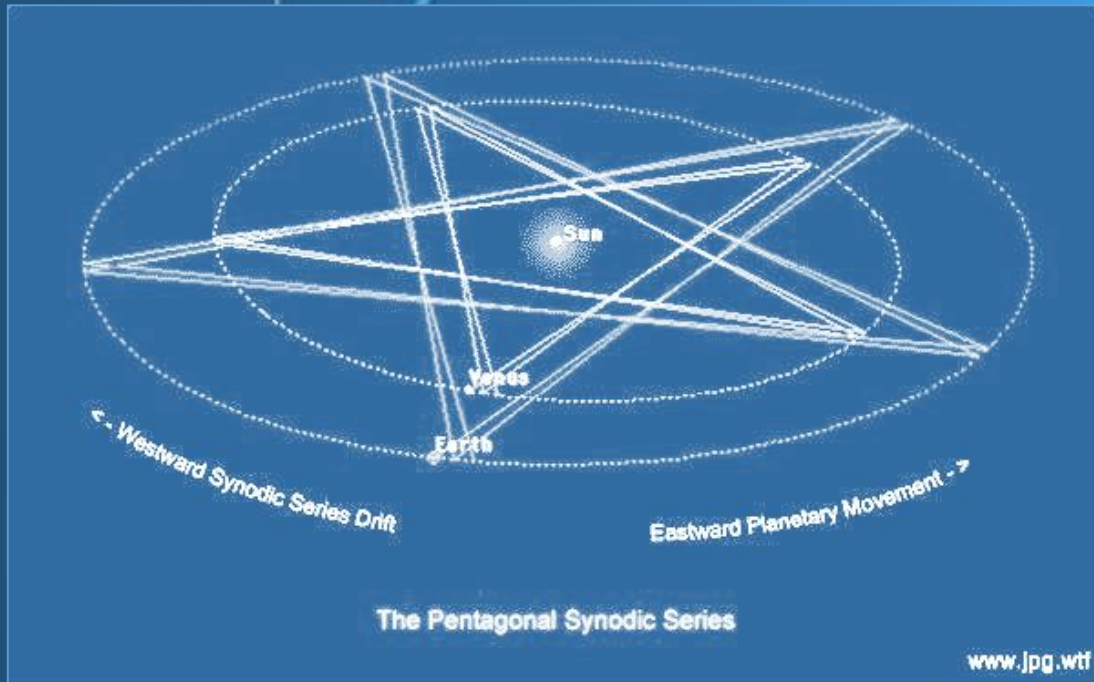


•Золотое сечение в природе

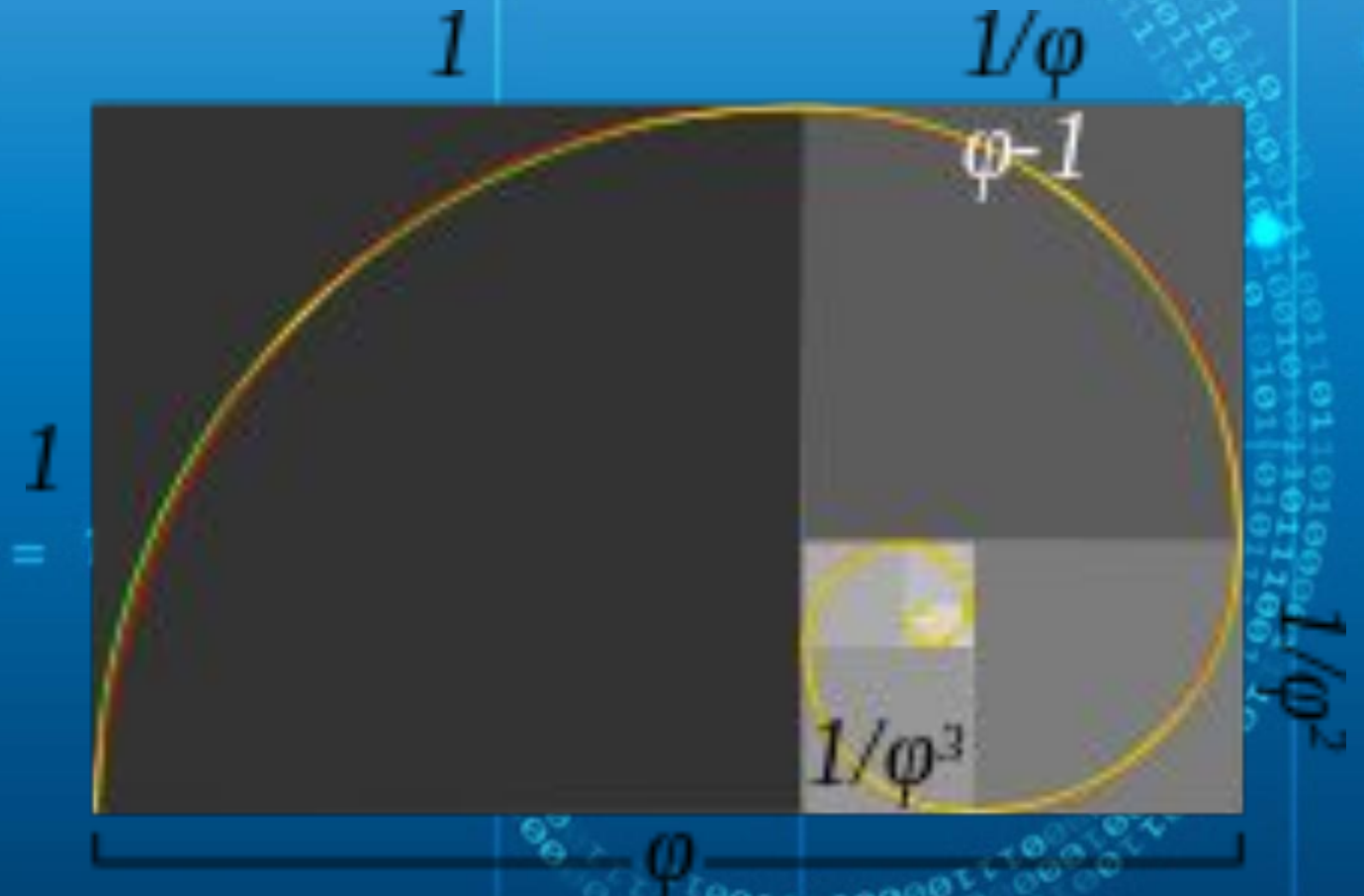
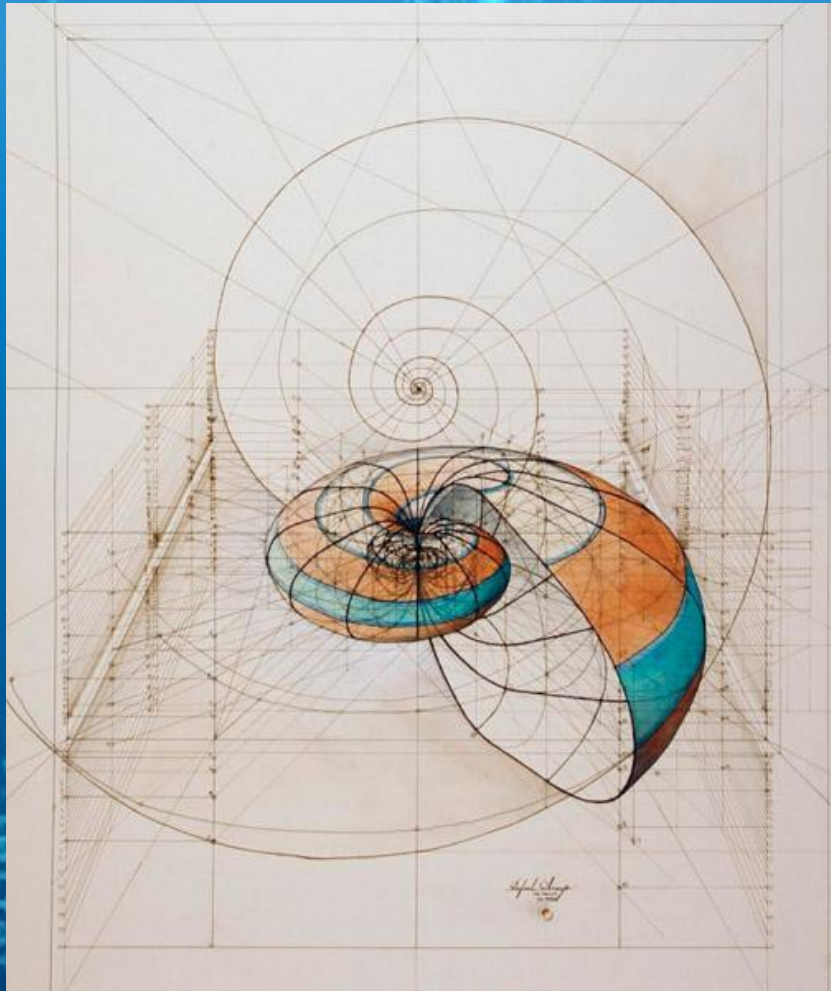
В живой природе широко распространены формы, основанные на «пентагональной» симметрии (морские звезды, морские ежи, цветы). Пятилепестковыми являются цветы кувшинки, шиповника, боярышника, гвоздики, груши, черемухи, яблони, земляники и мимозы. Пятилепестковыми являются также морские звезды и морские ежи.



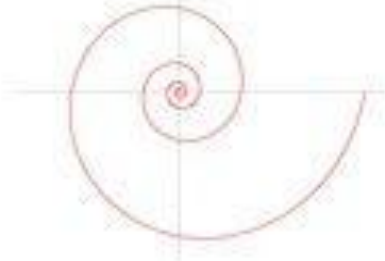
Каждые восемь лет планета Венера описывает абсолютно правильный пентакль по большому кругу небесной сферы. Древние астрономы заметили это явление и были так потрясены, что Венера и ее пентакль стали символами совершенства, красоты. Как бы отдавая дань этому явлению, древние греки устраивали Олимпийские игры каждые восемь лет.



Золотая спираль - в геометрии
логорифмическая спираль, скорость роста
которой равна φ , золотой пропорции



Существует несколько похожих спиралей, которые близки, но не совпадают в точности с золотой спиралью



Логарифмическая спираль



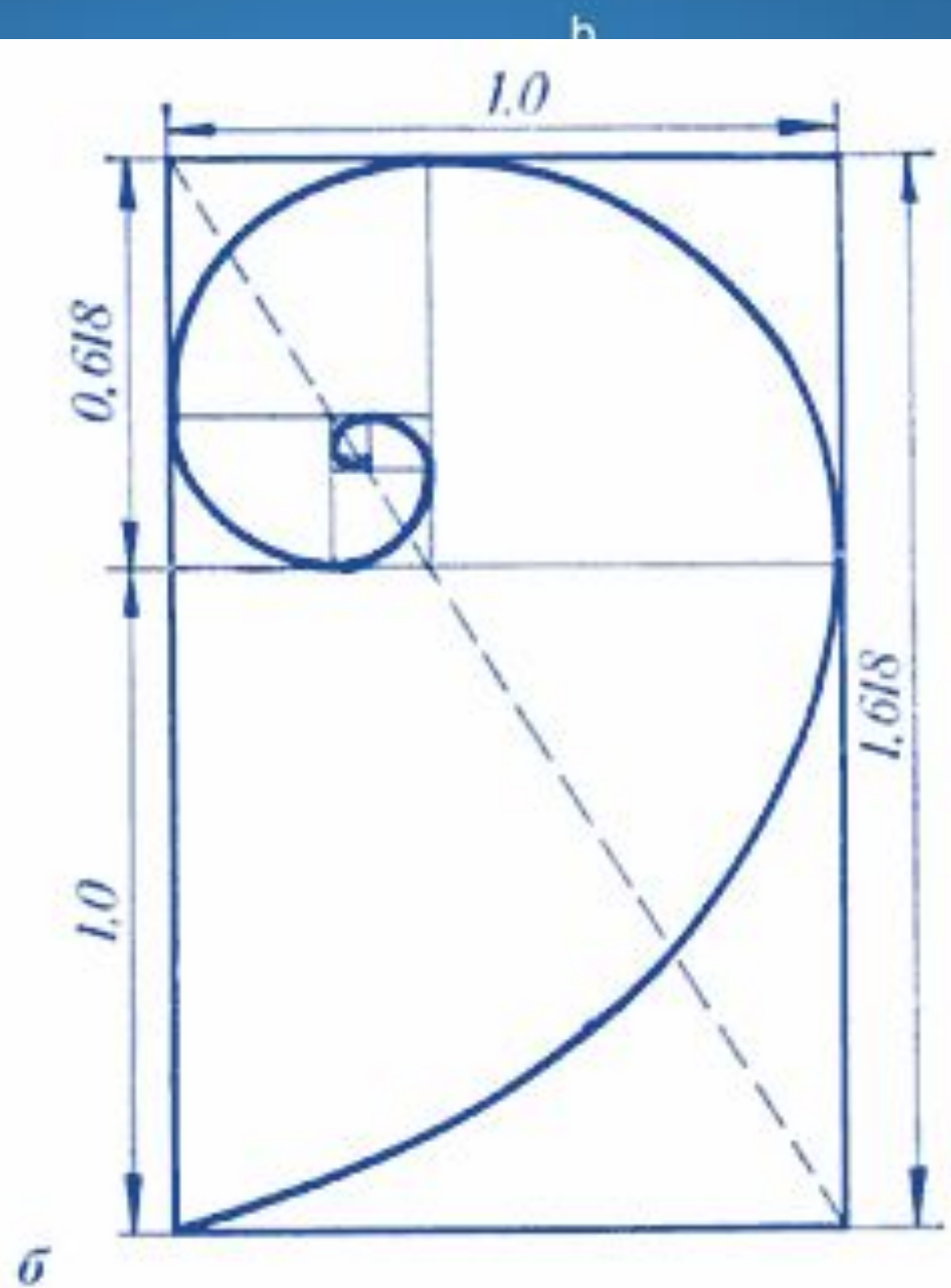
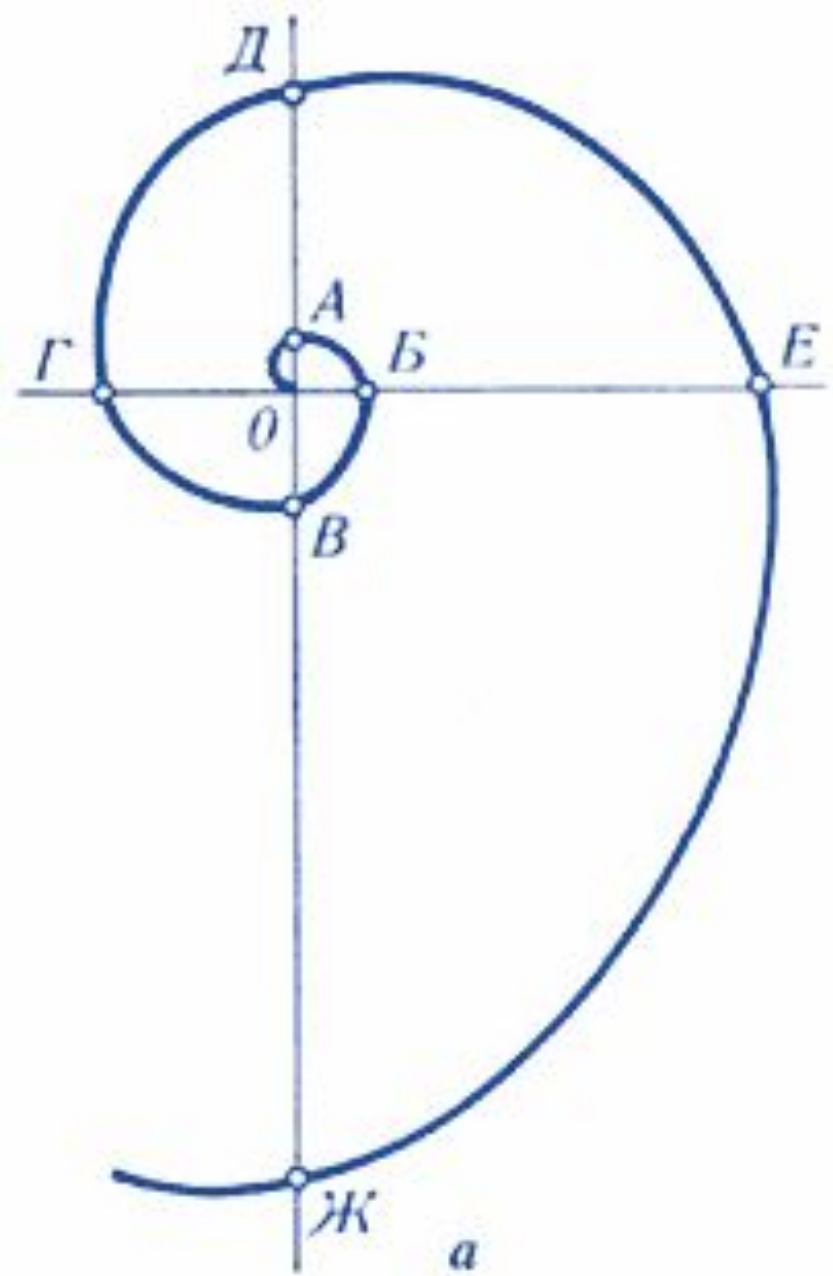
Раковина моллюска по форме близка к логарифмической спирали



Область низкого давления над Исландией



Спиральная галактика «Водоворот»



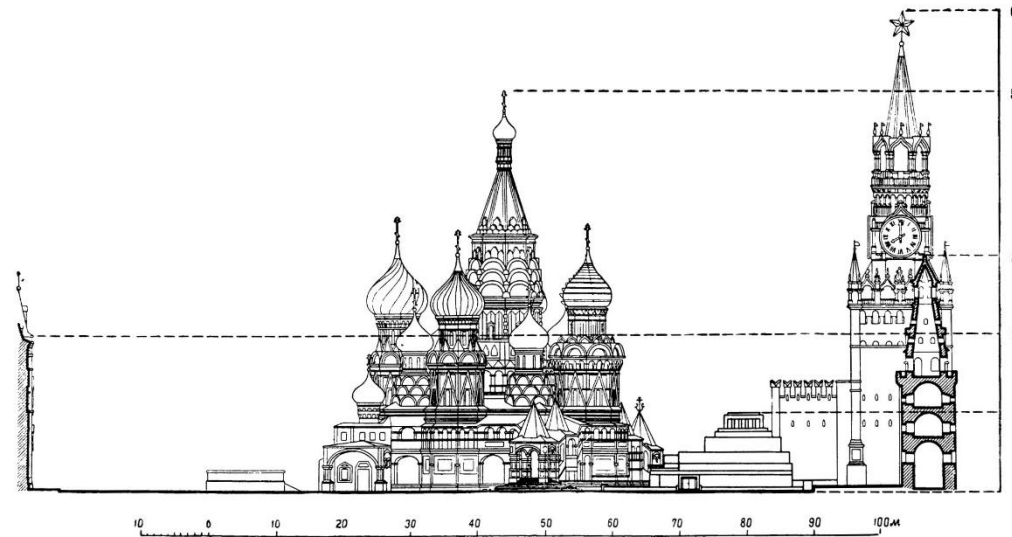
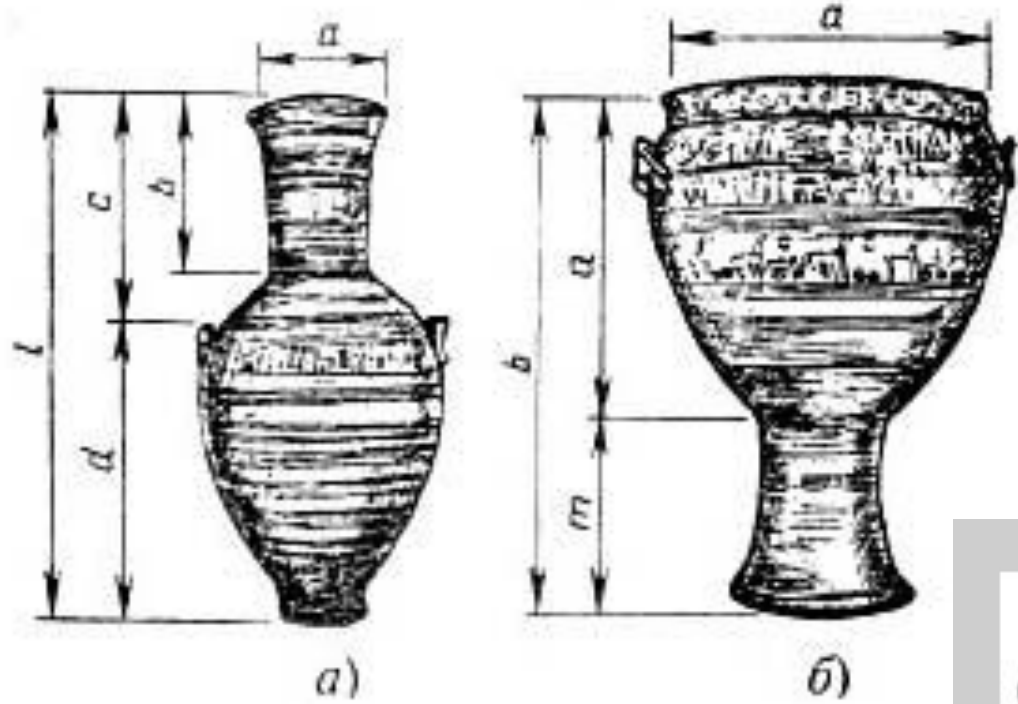
Тема золотого сечения популярна в современном образовательном пространстве.

- золотое сечение - это один из основных основополагающих принципов природы;
- во-вторых, человеческое представление о красивом явно сформировалось под влиянием того, какой порядок и гармонию человек видит в природе.

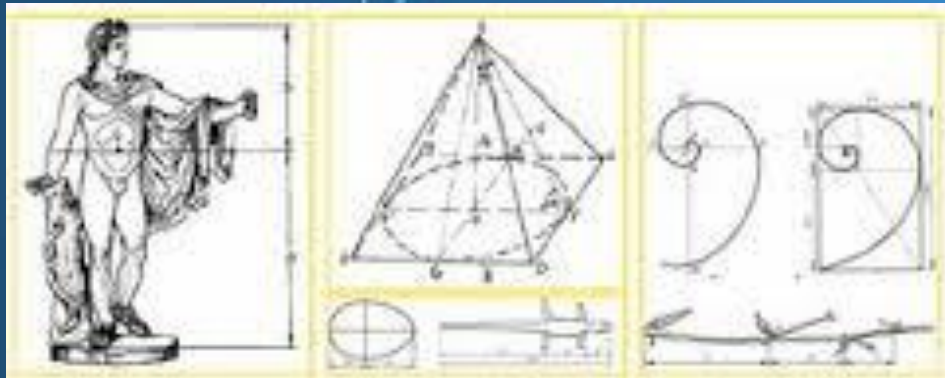
$$\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b} = \varphi \approx 1,61803$$



$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{d}{l} = \varphi.$$



Анализ соотношений высот мавзолея и сооружений Красной площади. (Если высоту мавзолея принять за 1, то высота Торговых рядов равна 2, Сенатской башни — 3, Музея и Никольской башни — около 4, собора Василия Блаженного — 5, Спасской башни — 6.)



$\frac{A}{B} = \frac{B}{A+B}$	$\frac{A}{B} = \frac{B}{B+C}$
$\frac{B}{C} = \frac{C}{B+C}$	$\frac{B}{C} = \frac{C}{D}$
= 0.618	

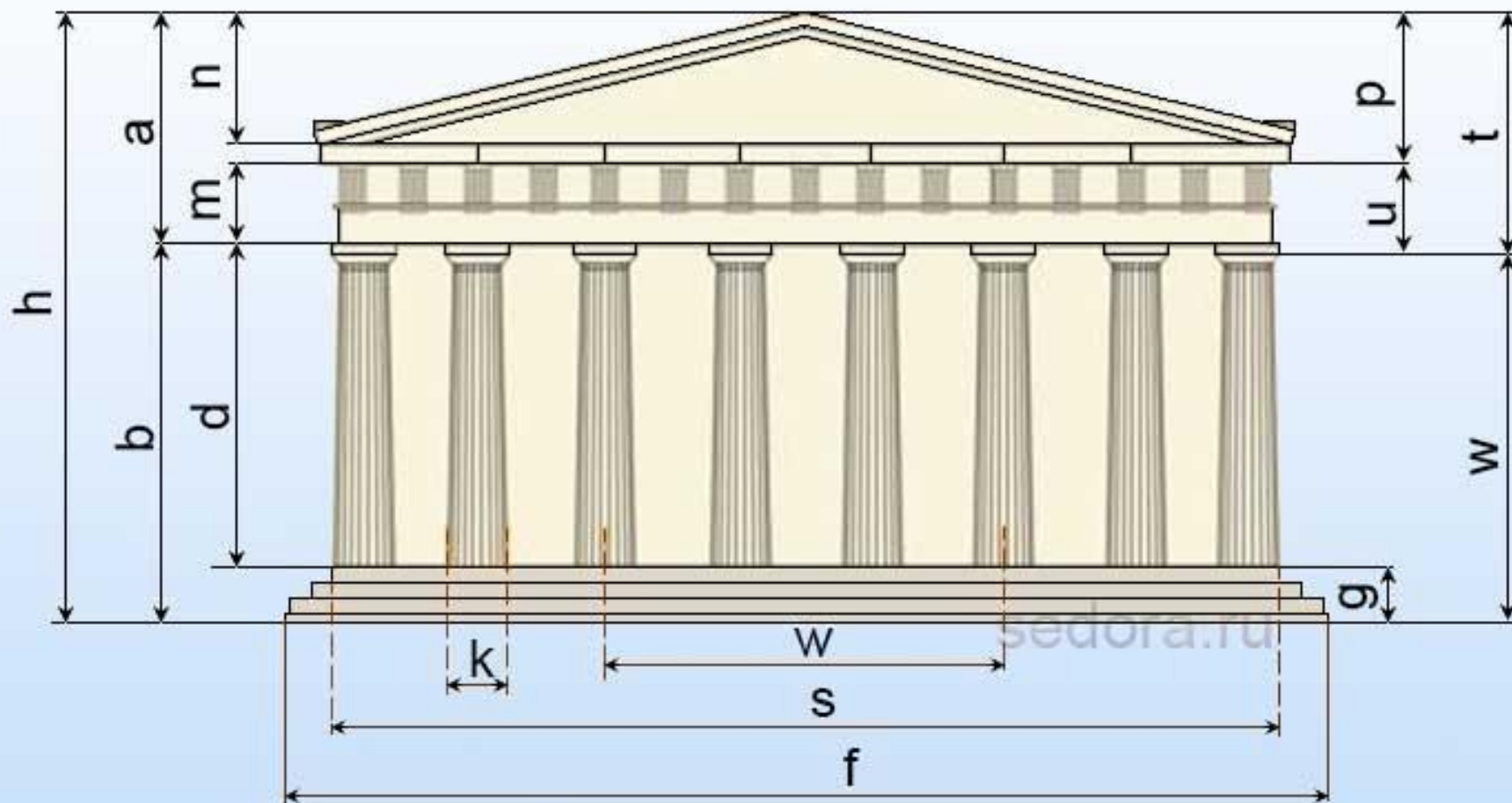
0.382

0.618

0.618

0.382

ПРОПОРЦИИ ЗОЛОТОГО СЕЧЕНИЯ ПАРФЕНОНА



$$\frac{h}{b} = \frac{b}{a} = \frac{n}{m} = \frac{f}{2d} = \frac{2d}{w} = \frac{w}{t} = \frac{t}{p} = \frac{p}{u} = \frac{u}{g} = \frac{s}{10k} = \phi = 1,618\dots$$

Мир природы - это прежде всего
мир гармонии,
в которой действует
"закон золотого сечения".