

A diagram illustrating the Golden Ratio. It features a large rectangle divided into two parts of width 'a' and 'b'. A large semicircle is drawn above the rectangle. A spiral is drawn in the lower right quadrant, starting from a small square and expanding outwards. The text 'Золотое сечение' is overlaid in the center.

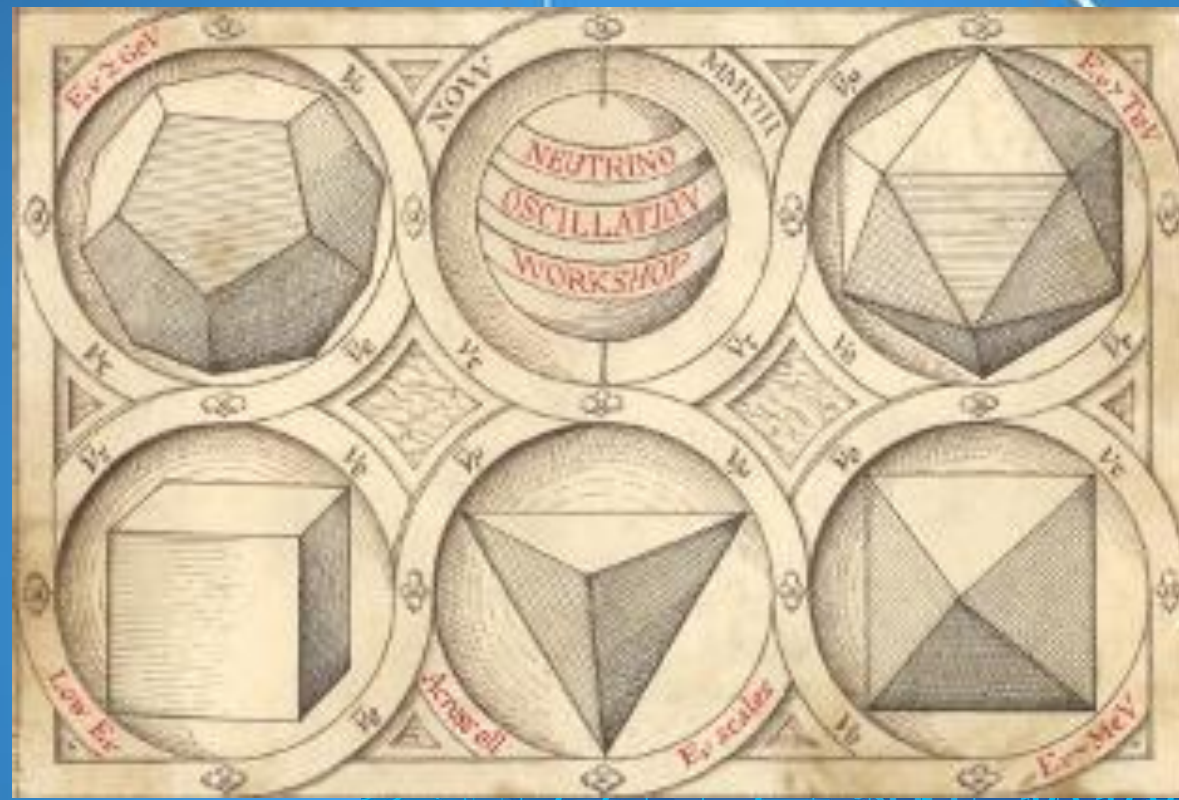
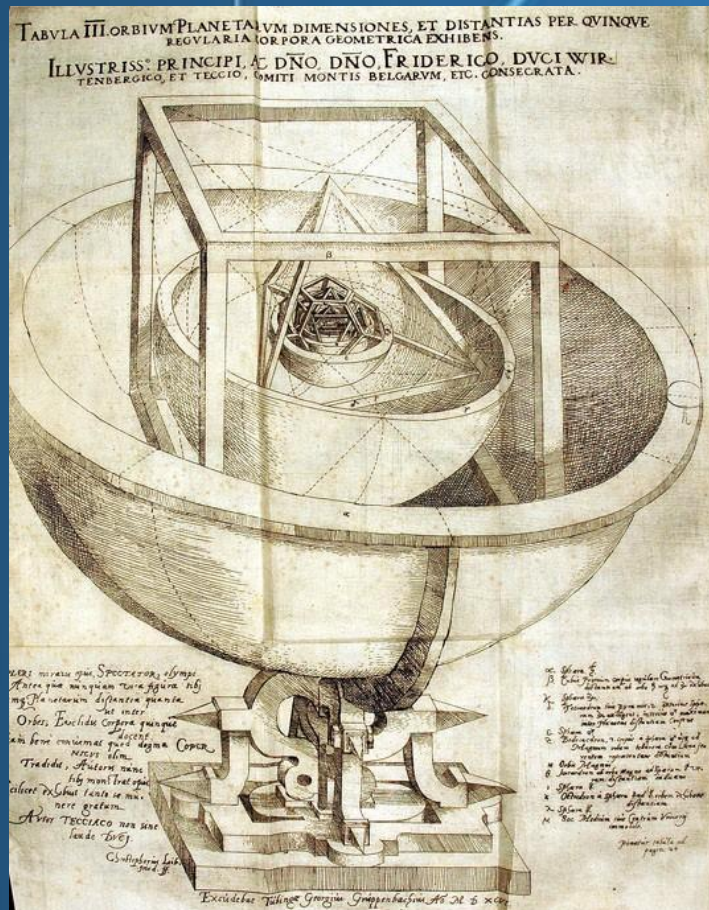
# Золотое сечение

Исследовательская работа

$$\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b} = \varphi \approx 1,61803$$

«**Математика** владеет не только истиной, но и высокой красотой – красотой отточенной и строгой, возвышенно чистой и стремящейся к подлинному совершенству, которое свойственно лишь величайшим образцам искусства».

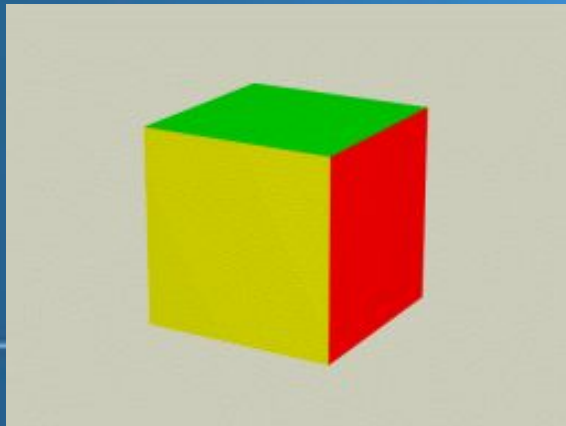
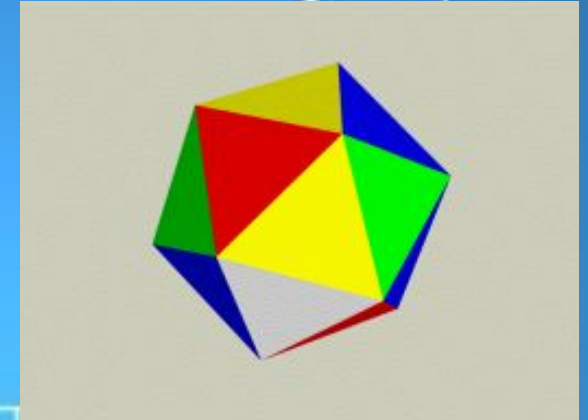
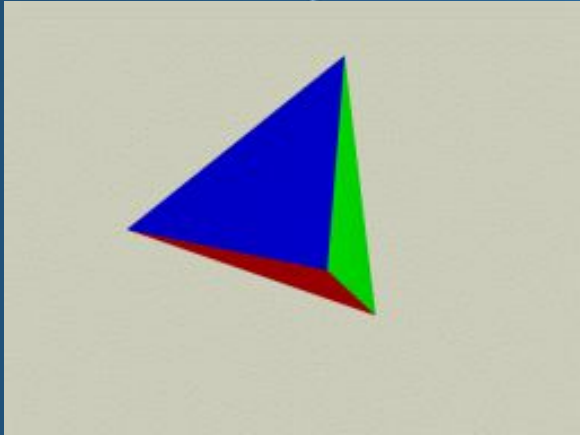
Бертран Рассел



$$= \varphi = 1,61803$$



# Тетраэдр, Гексаэдр, Октаэдр, Икосаэдр и Додекаэдр



a

b

a

b

,61803

a

b



*Додекаэдр имеет 12 граней, 30 ребер и 60 плоских углов на своей поверхности. Если исходить из гипотезы, что египтяне знали додекаэдр и его числовые характеристики 12, 30, 60, то каково же было их удивление, когда они обнаружили, что этими же числами выражаются циклы Солнечной системы, а именно, 12-летний цикл Юпитера, 30-летний цикл Сатурна и, наконец, 60-летний цикл Солнечной системы. Таким образом, между такой совершенной пространственной фигурой, как додекаэдр, и Солнечной системой, существует глубокая математическая связь! Такой вывод сделали античные ученые. Это и привело к тому, что додекаэдр был принят в качестве «главной фигуры», которая символизировала Гармонию Мироздания*

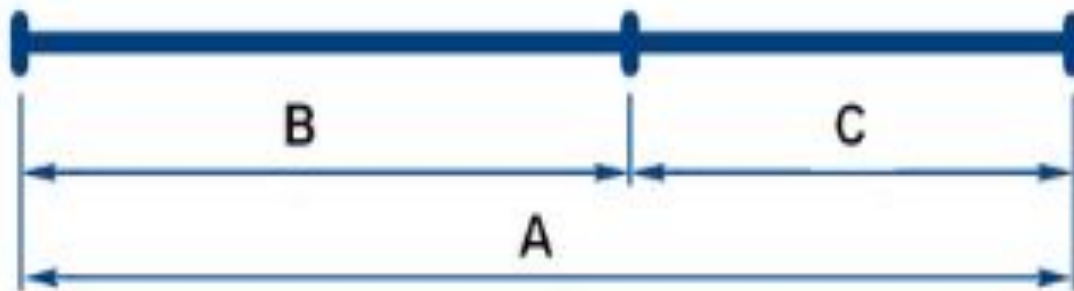
$$\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b} = \varphi \approx 1,61803$$

**Золотое сечение** - это универсальное проявление структурной гармонии. Оно встречается в природе, науке, искусстве – во всем, с чем может соприкоснуться человек.



**“золотое сечение”** – это такое деление целого на две такие части, при котором целое так относится к большей части, как большая к меньшей.

$$A : B = B : C$$



Решаем пропорцию  $A : B = B : C$

$A * C = B^2$  т.к.  $C = A - B$ , то получим  $A^2 - AB - B^2 = 0$ .

Разделив на  $B^2$  и обозначив  $A : B = x$  мы приходим к следующему алгебраическому уравнению

$$x^2 - x - 1 = 0$$

Решением является положительный корень  $x = (1 + \sqrt{5}) / 2 \approx 1,618...$

- Отношение  $A : B$  обозначают буквой  **$\Phi = 1,62$** .
- **$\Phi$**  – не зависит от длины отрезка и называется **числом Фидия**.
- В процентном округлённом значении золотое сечение — это деление какой-либо величины в отношении 62 % и 38 %.

# Алгебраические свойства «золотой пропорции»

Представим уравнение золотой пропорции

$$x^2 - x - 1 = 0$$

в следующем виде:  $x^2 = x + 1$ .

Если корень  $\Phi$  (золотая пропорция) подставить вместо  $x$ , то получим следующее замечательное тождество:

$$\Phi^2 = \Phi + 1.$$

Если все члены тождества разделить на  $\Phi$ , то придем к следующему выражению:

$$\Phi = 1 + 1/\Phi \text{ или } \Phi - 1 = 1/\Phi.$$



В дошедшей до нас античной литературе деление отрезка в крайнем и среднем отношении (ἄκρος καὶ μέσος λόγος) впервые встречается в «Началах» Евклида (ок. 300 лет до н. э.), где оно применяется для построения правильного пятиугольника.

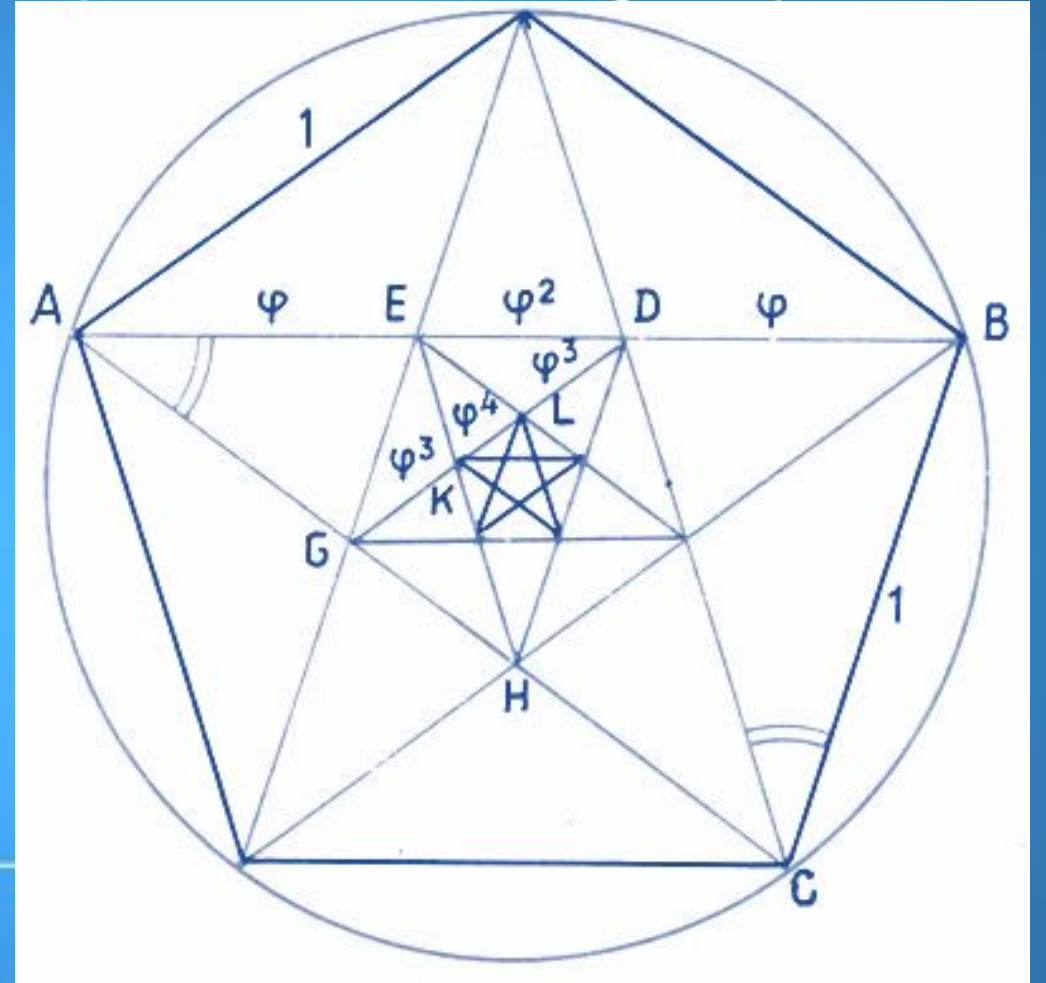
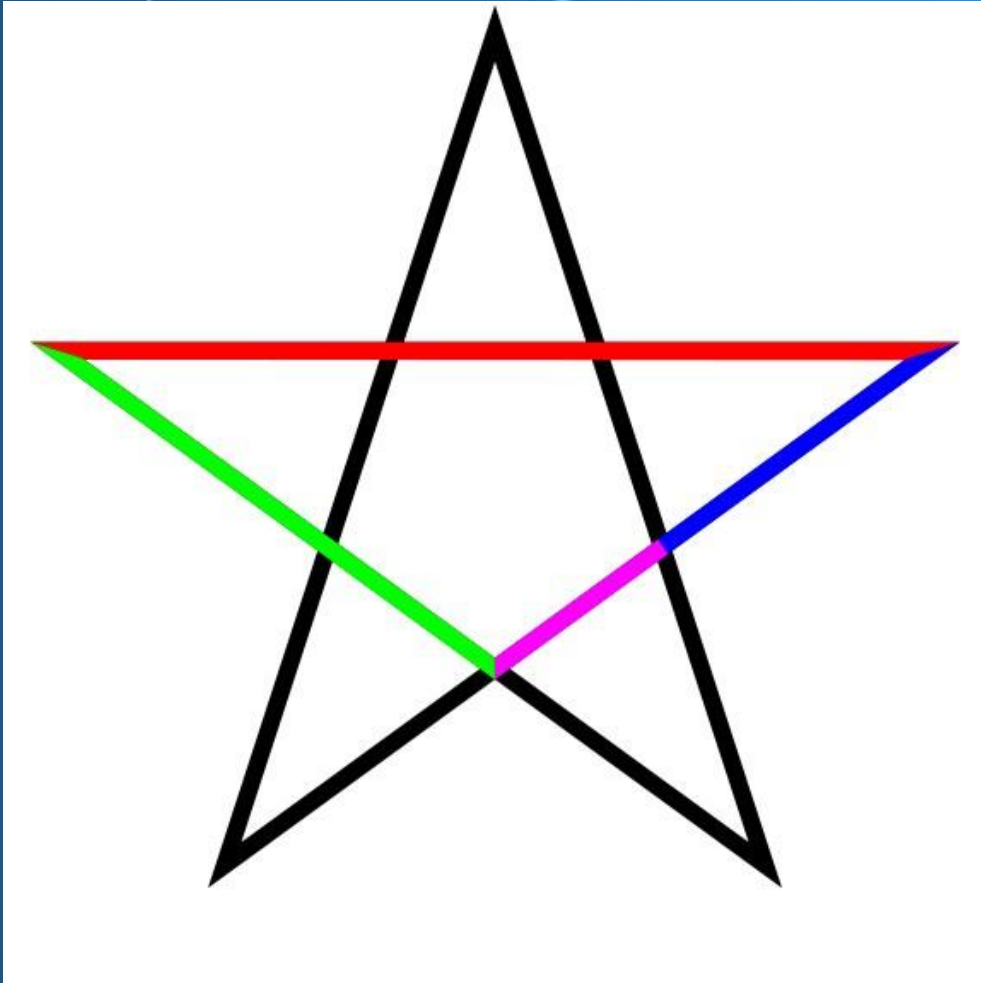


$$= \frac{a}{b} = \phi = 1,61803$$



а б

«Золотое сечение» лежит в основе  
правильного пятиугольника (пентаграмма)



Пятиконечная звезда с древних времен символ совершенства, а в средние века ее наделяли еще магическими свойствами. Вспомните «Фауста» Гете (в переводе Н. Холодковского):

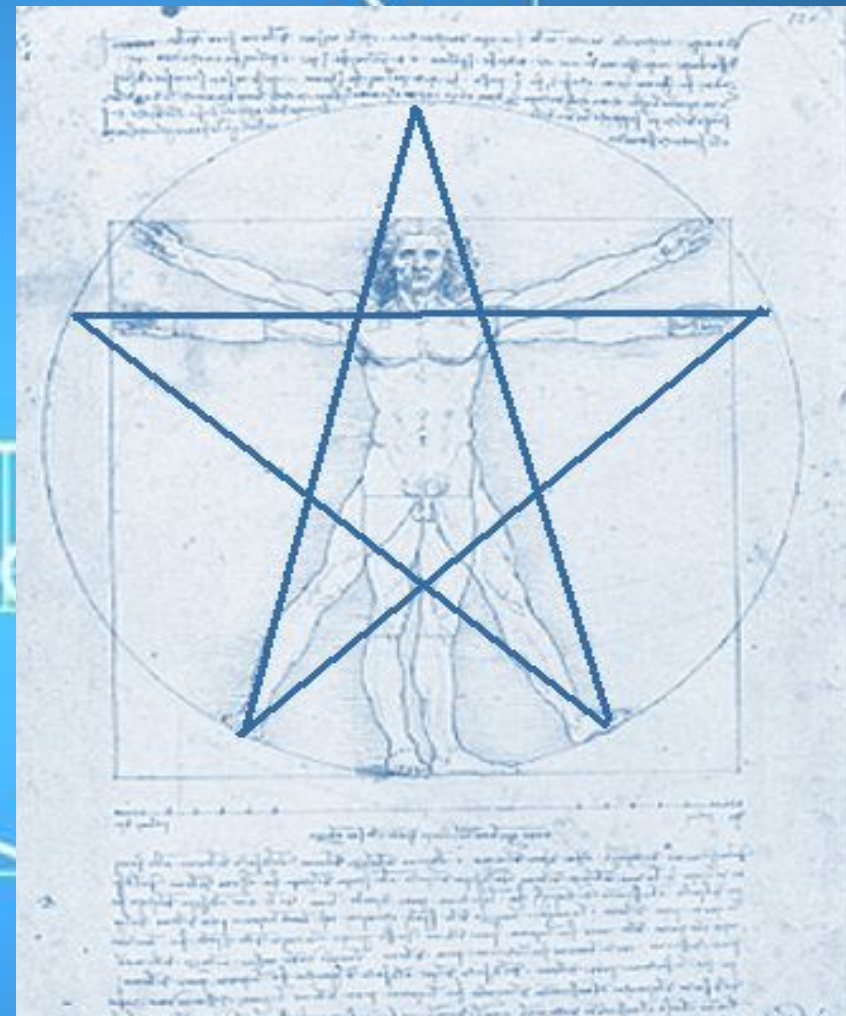
Мефистофель:

- Нет, трудно вато выйти мне теперь  
Тут кое-что мешает мне  
немного:  
Волшебный знак у вашего порога.

Фауст:

- Не пентаграммаль этому виной?  
Но как же, бес, пробрался ты за мной?  
Каким путем впросак попался?

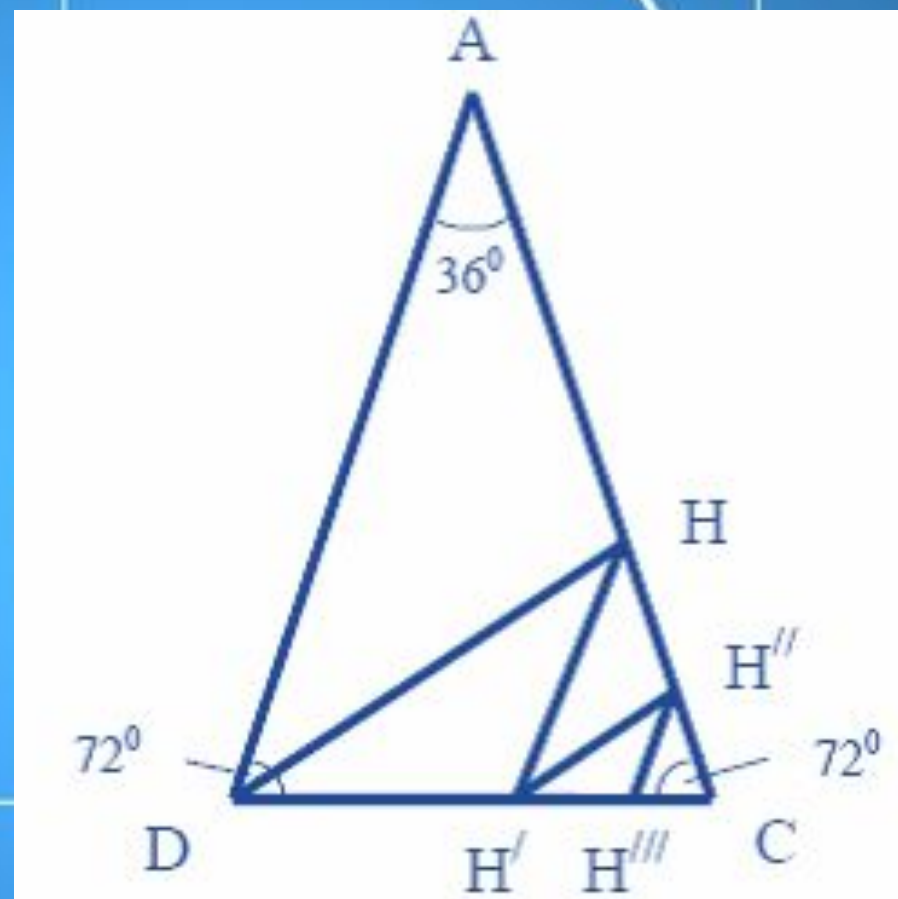
$$\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b} = \varphi = 1,61803$$



Каждый конец пятиугольной звезды представляет собой золотой треугольник.

Бесконечное возникновение одной и той же геометрической фигуры («золотого» треугольника) после проведения очередной биссектрисы вызывает эстетическое чувство ритма и гармонии.

$$\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b} = \varphi \approx 1,61803$$

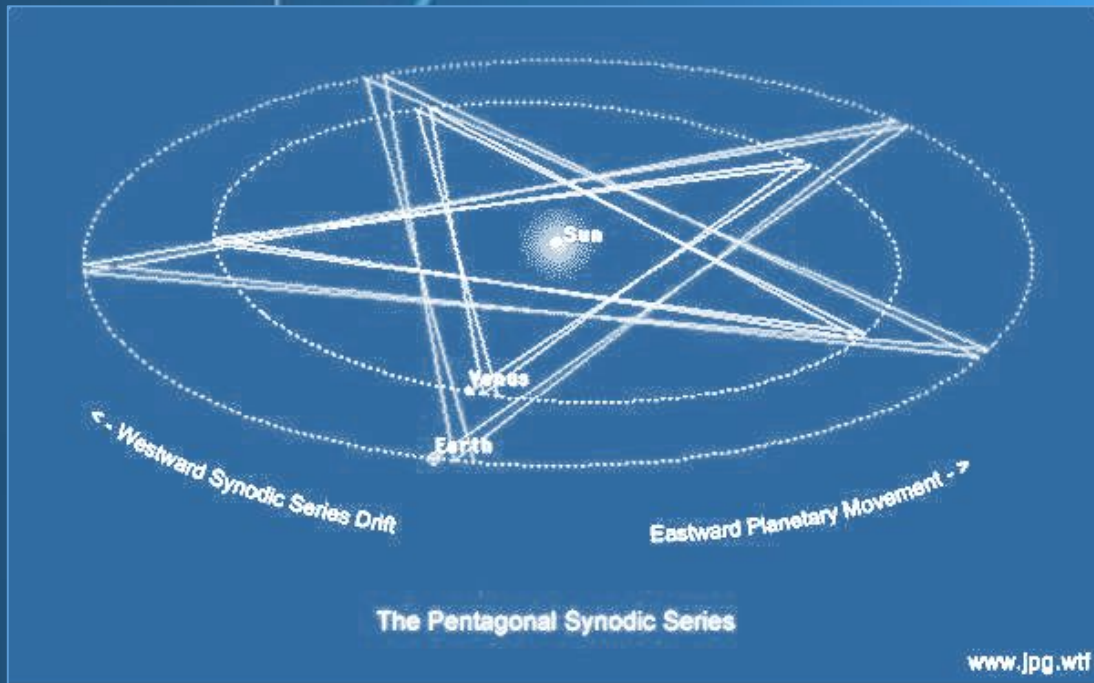


# •Золотое сечение в природе

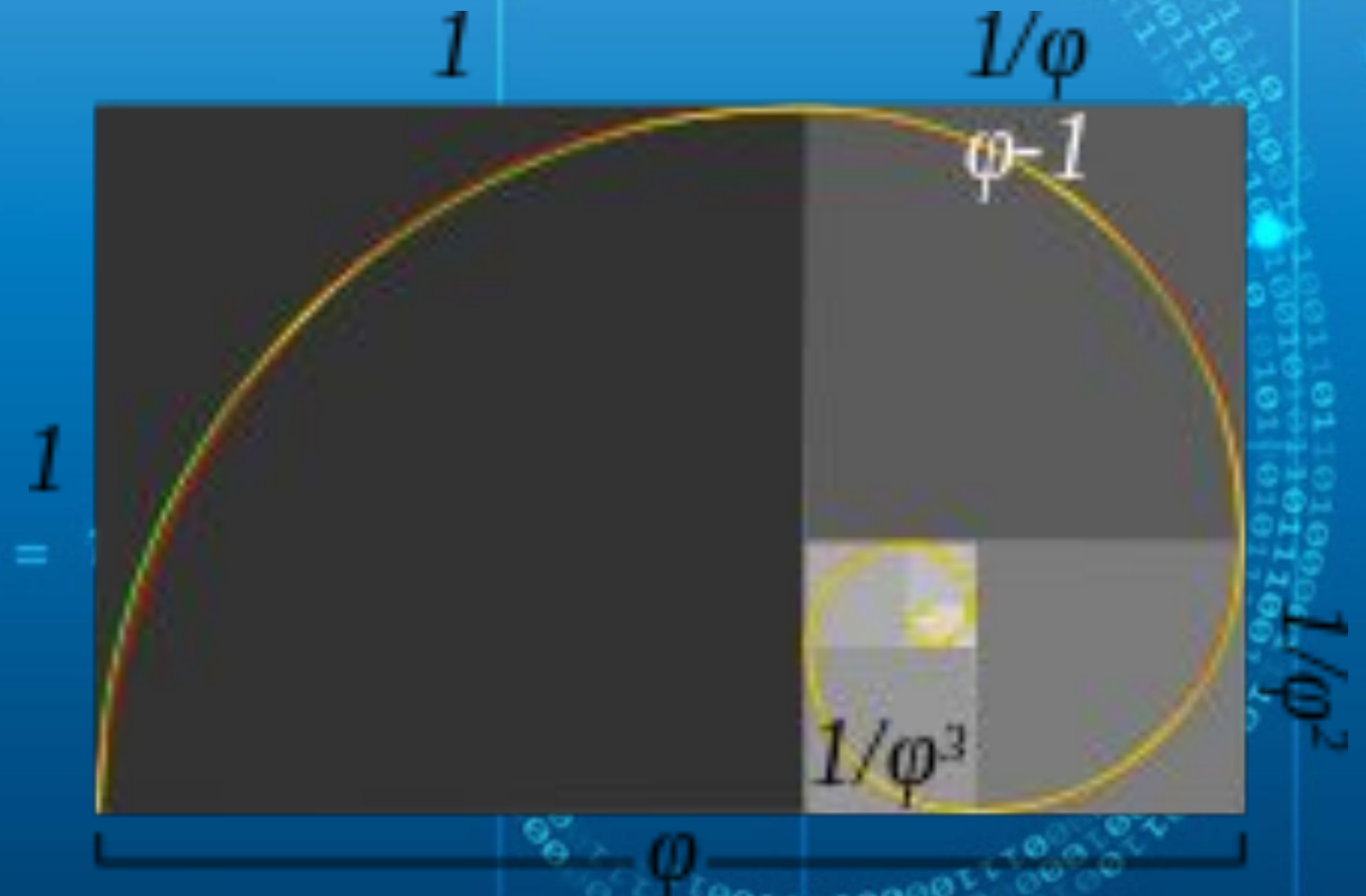
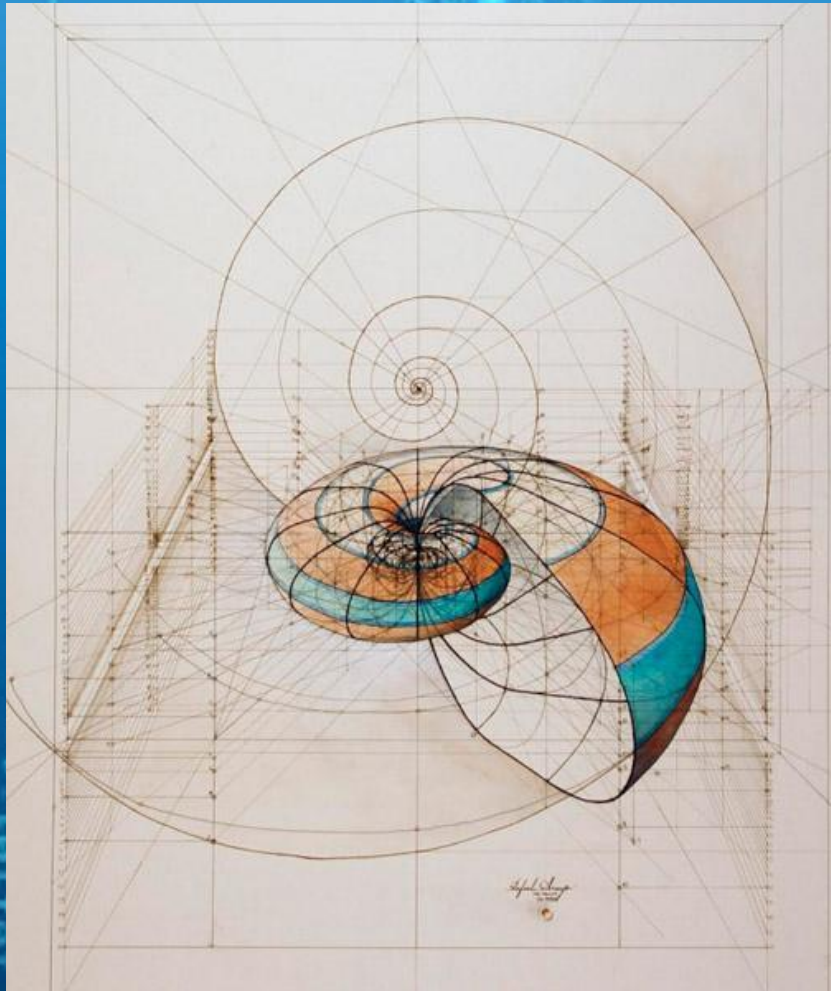
В живой природе широко распространены формы, основанные на «пентагональной» симметрии (морские звезды, морские ежи, цветы). Пятилепестковыми являются цветы кувшинки, шиповника, боярышника, гвоздики, груши, черемухи, яблони, земляники и мимозы. Пятилепестковыми являются также морские звезды и морские ежи.



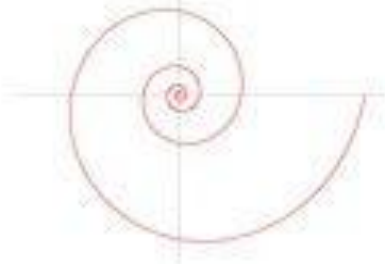
Каждые восемь лет планета Венера описывает абсолютно правильный пентакль по большому кругу небесной сферы. Древние астрономы заметили это явление и были так потрясены, что Венера и ее пентакль стали символами совершенства, красоты. Как бы отдавая дань этому явлению, древние греки устраивали Олимпийские игры каждые восемь лет.



Золотая спираль - в геометрии  
логорифмическая спираль, скорость роста  
которой равна  $\varphi$ , золотой пропорции



Существует несколько похожих спиралей, которые близки, но не совпадают в точности с золотой спиралью



Логарифмическая спираль



Раковина моллюска по форме близка к логарифмической спирали

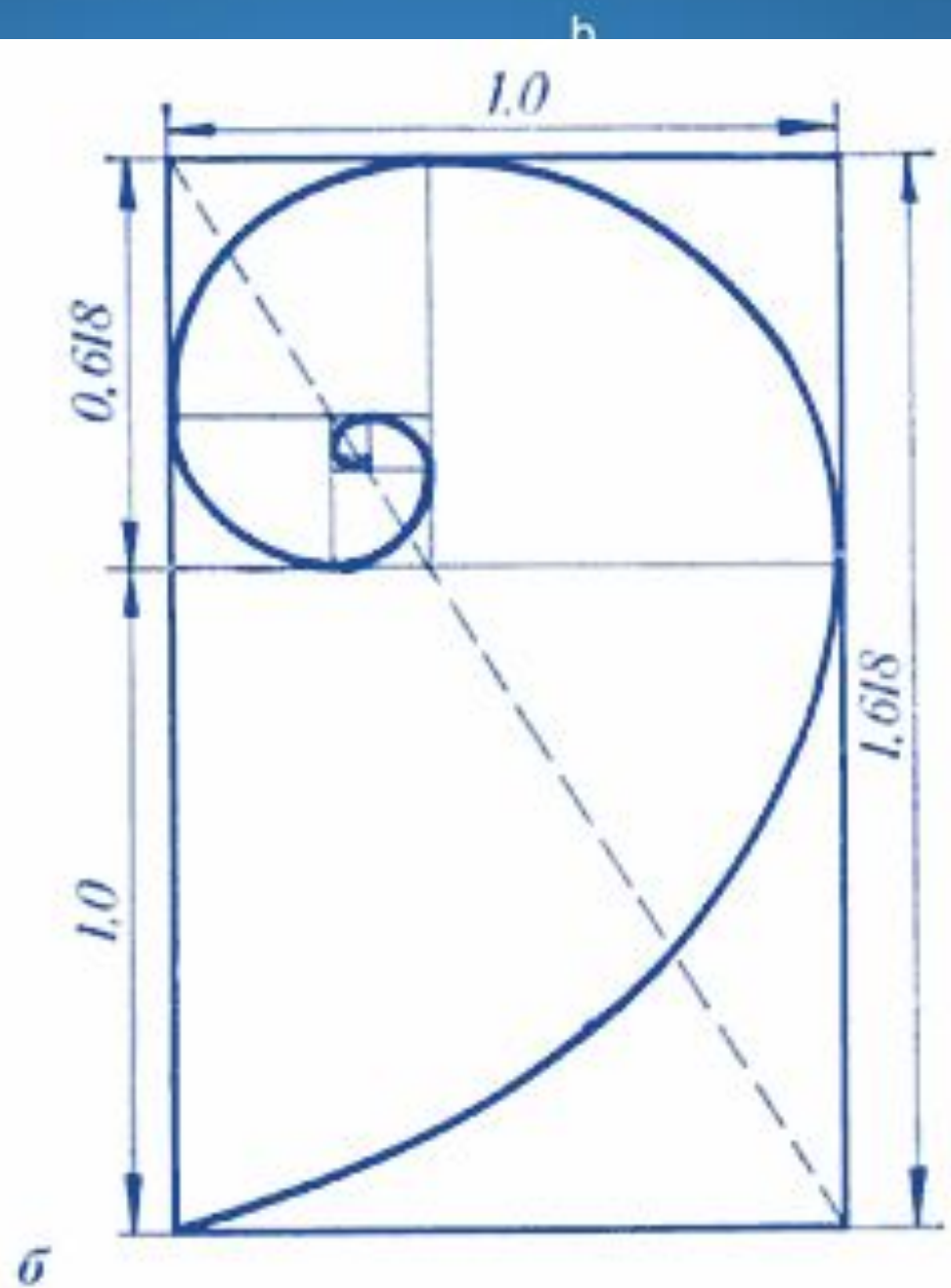
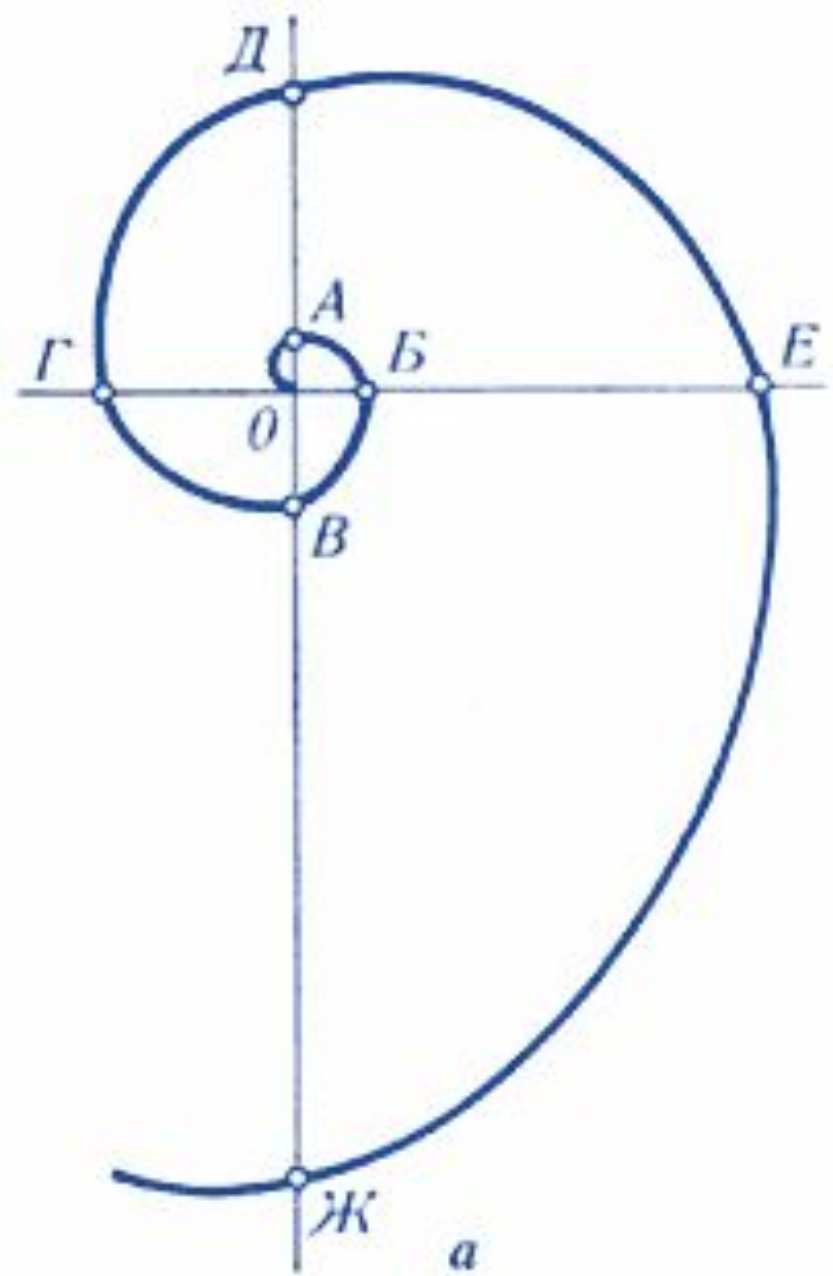


Область низкого давления над Исландией



Спиральная галактика «Водоворот»





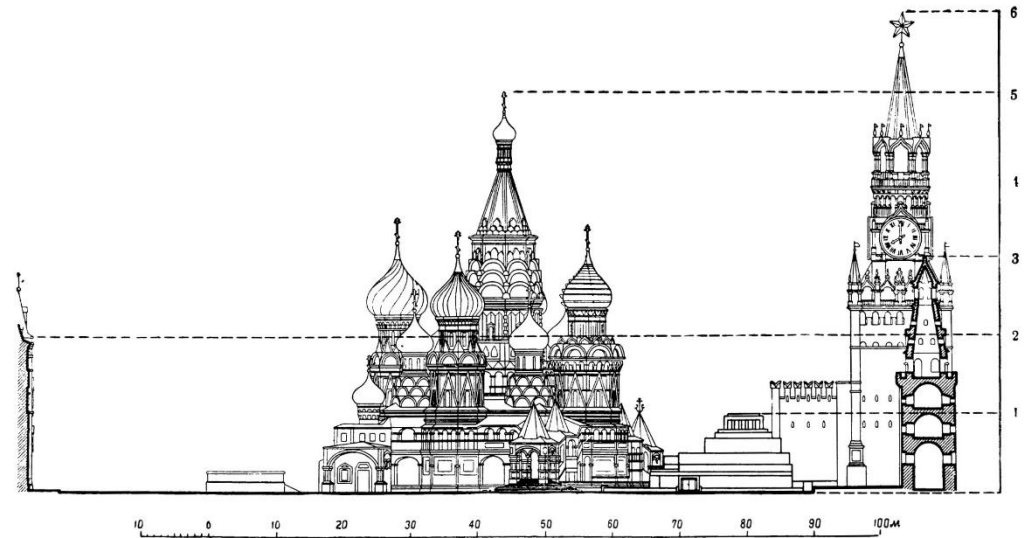
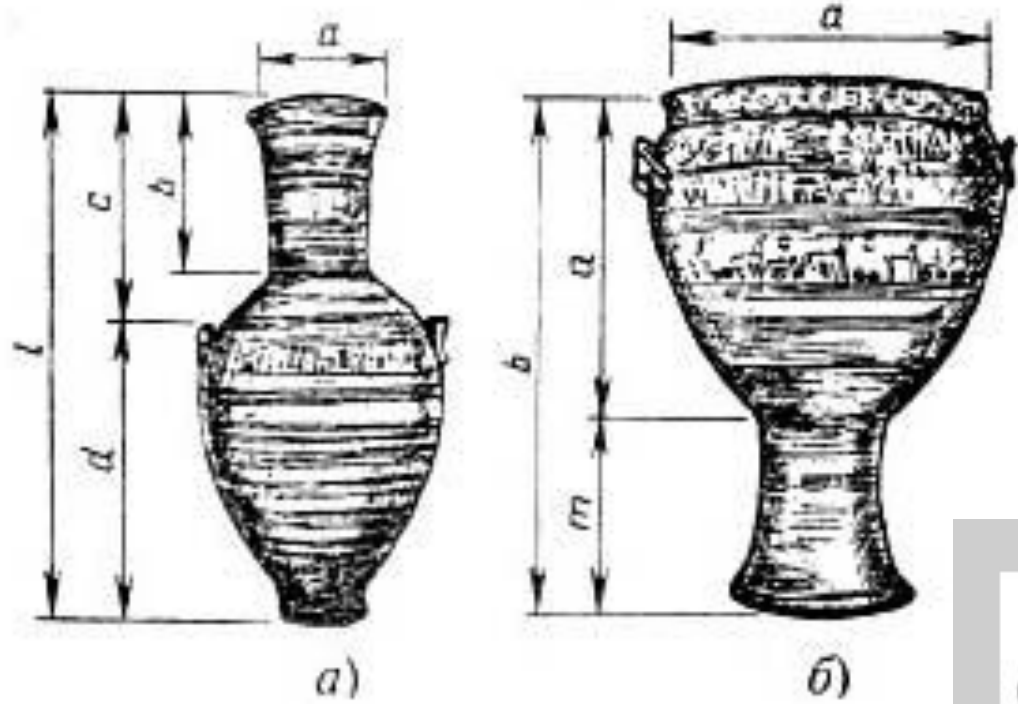
Тема золотого сечения популярна в современном образовательном пространстве.

- золотое сечение - это один из основных основополагающих принципов природы;
- во-вторых, человеческое представление о красивом явно сформировалось под влиянием того, какой порядок и гармонию человек видит в природе.

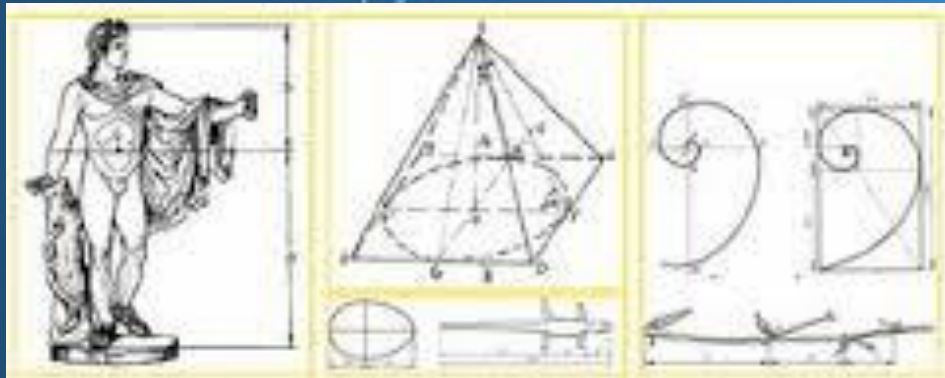
$$\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b} = \varphi \approx 1,61803$$



$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{d}{l} = \varphi.$$

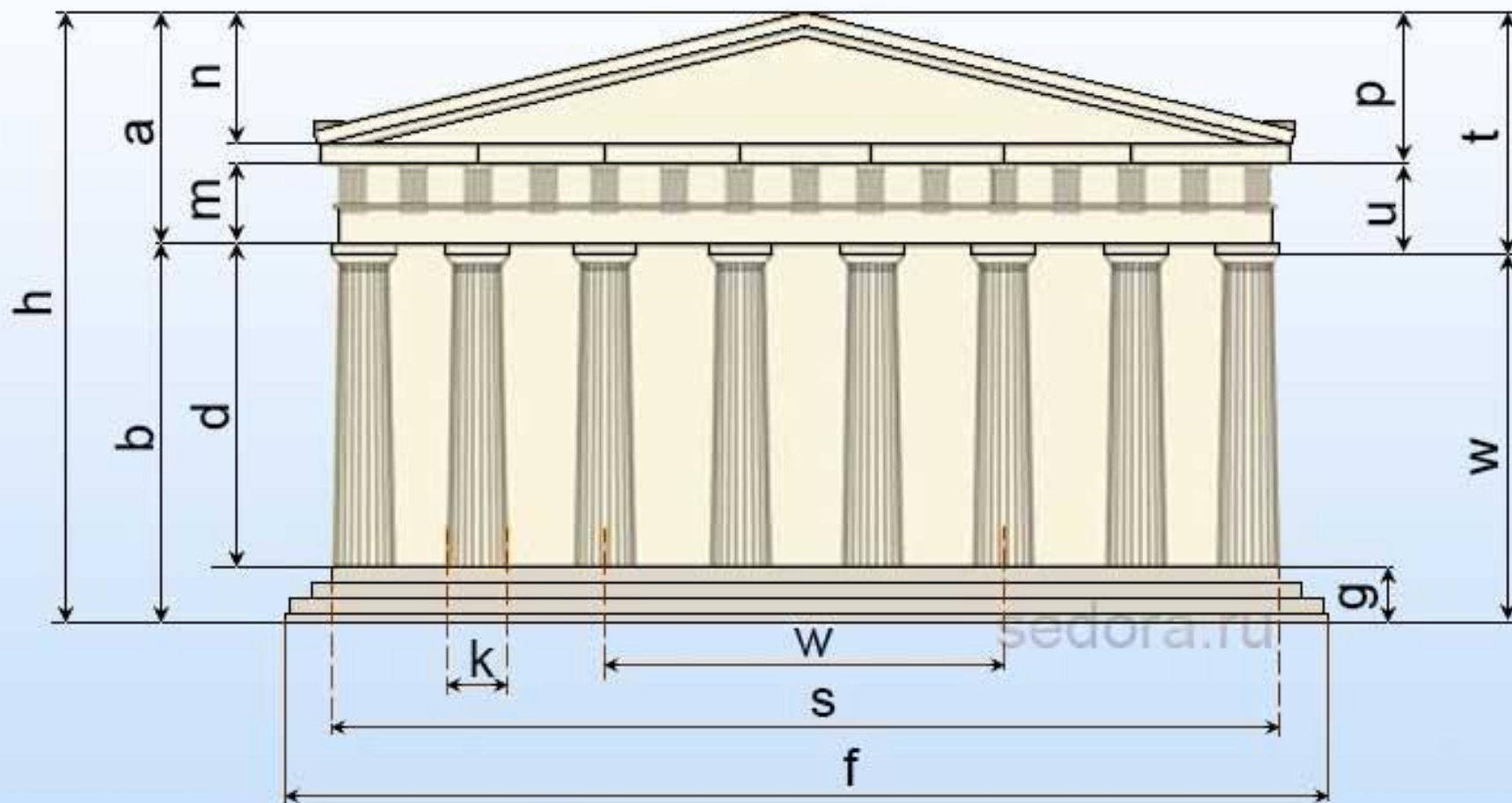


Анализ соотношений высот мавзолея и сооружений Красной площади. (Если высоту мавзолея принять за 1, то высота Торговых рядов равна 2, Сенатской башни — 3, Музея и Никольской башни — около 4, собора Василия Блаженного — 5, Спасской башни — 6.)



$\frac{A}{B} = \frac{B}{A+B}$      $\frac{A}{B} = \frac{B}{B+C}$   
 $\frac{B}{C} = \frac{C}{B+C}$      $\frac{B}{C} = \frac{C}{D}$   
**= 0.618**

## ПРОПОРЦИИ ЗОЛОТОГО СЕЧЕНИЯ ПАРФЕНОНА



$$\frac{h}{b} = \frac{b}{a} = \frac{n}{m} = \frac{f}{2d} = \frac{2d}{w} = \frac{w}{t} = \frac{t}{p} = \frac{p}{u} = \frac{u}{g} = \frac{s}{10k} = \phi = 1,618\dots$$

Мир природы - это прежде всего  
мир гармонии,  
в которой действует  
"закон золотого сечения".