Математические софизмы

Чем больше учишься, тем больше знаешь.
Чем больше знаешь, тем больше забываешь...
Чем больше забываешь, тем меньше знаешь...
Чем меньше знаешь, тем меньше забываешь.
Но чем меньше забываешь, тем больше знаешь.
Так для чего учиться?
Песенка английских студентов.

Протагор и его ученик Эватл.

Некий Эватл брал уроки софистики у философа Протагора на условии, что плату за обучение он внесет, когда, после окончания обучения, выиграет свой первый процесс.

Но окончив обучение, Эватл и не думал браться за ведение процессов. Вместе с тем считал себя свободным и от уплаты денег за учебу.

Тогда Протагор пригрозил судом, заявив, что в любом случае Эватл будет платить.

Если судьи присудят к уплате, то будет платить по их приговору, если же не присудят, то в силу договора, заключённого перед началом обучения. Ведь тогда Эватл выиграет свой первый процесс.

Но Эватл был хорошим учеником. Он возразил, что при любом исходе дела он платить не станет.

Если присудят к уплате, то процесс будет проигран и согласно договору между ними он не заплатит. Если не присудят, то платить не надо уже в силу приговора суда.

Чем кончился спор, история умалчивает.

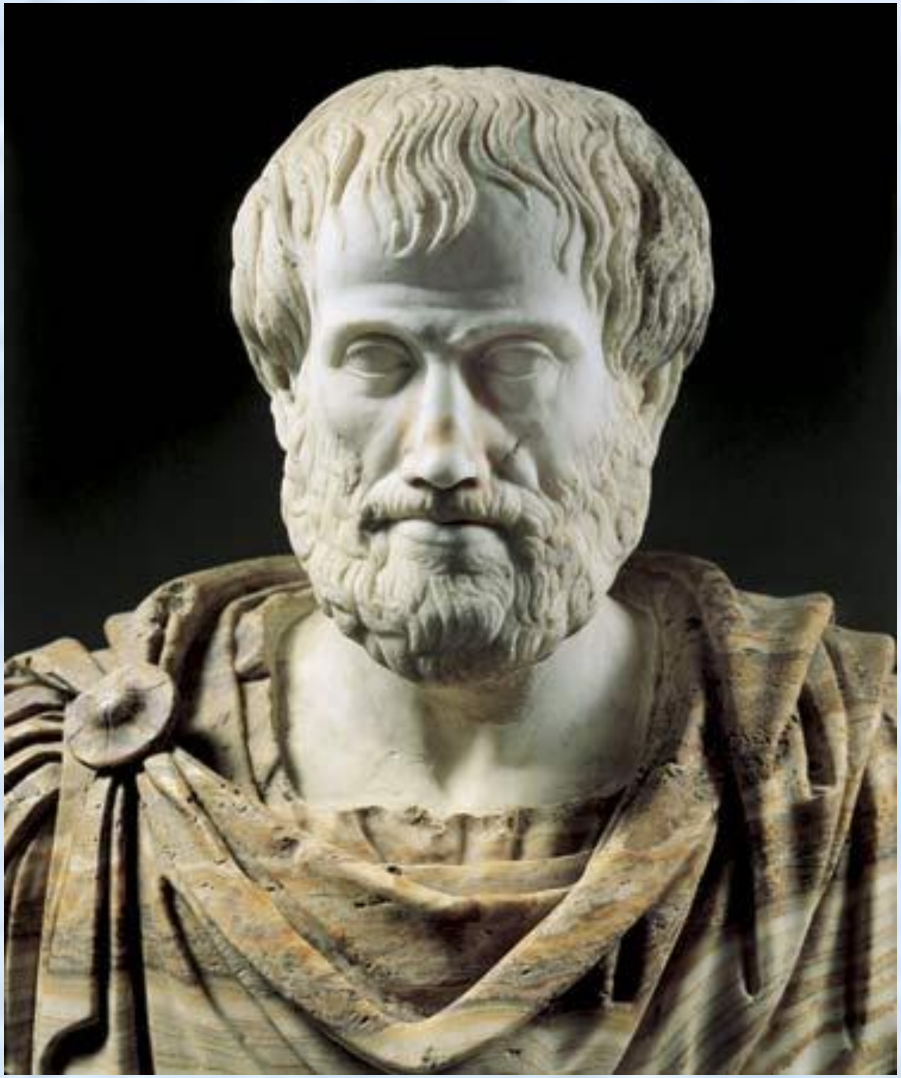
Софизм – (от греческого sophisma, «мастерство, умение, хитрая выдумка, уловка») - умозаключение или рассуждение, обосновывающее какую-нибудь заведомую нелепость, абсурд или парадоксальное утверждение, противоречащее общепринятым представлениям. Каким бы ни был софизм, он всегда содержит одну или несколько замаскированных ошибок.

Из английского журнала

Их было десять чудаков,
Тех спутников усталых,
Что в дверь решили постучать
Таверны «Славный малый».
Пусти, хозяин, ночевать,
Не будешь ты в убытке,
Нам только ночку переспать,
Промокли мы до нитки.
Хозяин тем гостям был рад,
Да вот беда некстати:
Лишь девять комнат у него
И девять лишь кроватей.
— Восьми гостям я предложу
Постели честь по чести,
А двум придется ночь проспать
В одной кровати вместе.
Лишь он сказал, и сразу крик,
От гнева красны лица:
Никто из всех десятерых
Не хочет потесниться.
Как охладить страстей тех пыл,
Умерить те волненья?
Но старый плут хозяин был
И разрешил сомненья.

Двух первых путников пока,
Чтоб не судили строго,
Просил пройти он в номер «А»
И подождать немного.
Спал третий в «Б», четвертый в «В»,
В «Г» спал всю ночь наш пятый,
В «Д», «Е», «Ж», «З» нашли ночлег
С шестого по девятый.
Потом, вернувшись снова в «А»,
Где ждали его двое,
Он ключ от «И» вручить был рад
Десятому герою.
Хоть много лет с тех пор прошло,
Неясно никому,
Как смог хозяин разместить
Гостей по одному.
Иль арифметика стара,
Иль чудо перед нами,
Понять, что, как и почему,
Вы постарайтесь сами.

Аристотель (384 - 322 до н.э.)



Аристотель первым провёл систематический анализ софизмов, разделив все ошибки на два класса: "неправильности речи" и ошибки "вне речи", т.е. в мышлении.

Древний софизм "Рогатый"

То, что ты не потерял, ты имеешь; ты не потерял рога, следовательно, ты их имеешь.

«Последние годы нашей жизни короче, чем первые»

Известно старое изречение: в молодости время идёт медленнее, а в старости скорее. Это изречение можно доказать математически.

Действительно, человек
в течение тридцатого года проживает 1/30 часть своей жизни,

в течение сорокового года - 1/40 часть,

в течение пятидесятого - 1/50 часть,

в течение шестидесятого - 1/60 часть.

Совершенно очевидно, что 1/30 > 1/40 > 1/50 > 1/60, откуда ясно, что последние годы нашей жизни короче первых. Не подвела ли математика?

Самыми популярными ошибками, прячущимися в математических софизмах, являются:

1. Деление на 0;
2. Неправильные выводы из равенства дробей;
3. Неправильное извлечение квадратного корня из квадрата выражения;
4. Нарушения правил действия с именованными величинами;
5. Проведение преобразований над математическими объектами, не имеющими смысла;
6. Неравносильный переход от одного неравенства к другому;
7. Выводы и вычисления по неверно построенным чертежам.

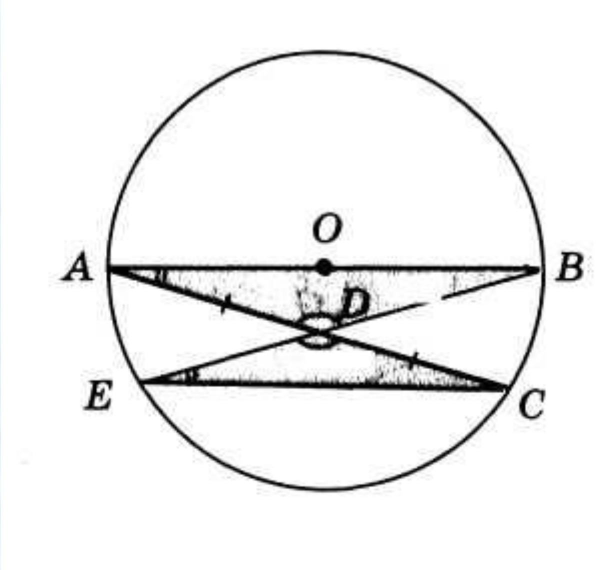
«5 = 6»

С этой целью возьмем числовое тождество: 35 + 10 - 45 = 42 + 12 - 54.

Вынесем общие множители левой и правой частей за скобки:
5(7 + 2 - 9) = 6(7 + 2 - 9).

Разделим обе части этого равенства на общий множитель.
Получим 5 = 6.

“В любой окружности хорда, не проходящая через её центр, равна её диаметру”



В произвольной окружности проводим диаметр AB и хорду AC. Через середину D этой хорды и точку B проводим хорду BE. Соединив точки C и E, получаем два треугольника ABD и CDE.

Углы BAC и CEB равны как вписанные в одну и ту же окружность, опирающиеся на одну и ту же дугу; углы ADB и CDE равны как вертикальные; стороны AD и CD равны по построению. Отсюда заключаем, что треугольники ABD и CDE равны (по стороне и двум углам).

Но стороны равных треугольников, лежащие против равных углов, сами равны, а потому AB=CE, т. е. диаметр окружности оказывается равным некоторой (не проходящей через центр окружности) хорде, что противоречит утверждению о том, что диаметр больше всякой не проходящей через центр окружности хорды.

«Неравные числа равны»

Возьмём два неравных между собой произвольных числа a и b

Пусть их разность равна c, т.е. $a-b=c$

Умножив обе части этого равенства на $(a-b)$, получим: $(a-b)^2 = c(a-b)$

Раскрыв скобки, придем к равенству $a^2-2ab+b^2=ac-bc$

Преобразованием получаем $a^2-ab-ac=ab-b^2-bc$

Вынося общий множитель, получим $a(a-b-c)=b(a-b-c)$

Разделив последнее равенство на $(a-b-c)$, получаем $a=b$

«Если “a” больше “b”, то “a” всегда больше, чем “2b”»

Возьмём два произвольных числа a и b, такие, что $a \rangle b$

Умножив это неравенство на b, получим $ab \rangle b^2$, а отняв от обеих его частей a^2, получим неравенство $ab - a^2 \rangle b^2 - a^2$

Разложим обе части неравенства на множители: $a(b-a) \rangle (b-a)(b+a)$

После деления обеих частей неравенства на $(b-a)$ получим, что $a \rangle b + a$

А прибавив к этому неравенству почленно исходное неравенство $a \rangle b$, имеем $2a \rangle 2b + a$, откуда $a \rangle 2b$

Итак, если $a \rangle b$, то $a \rangle 2b$

Начало