МБОУ «Нагорьевская средняя общеобразовательная школа»

РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ 3-й и 4-й СТЕПЕНЕЙ

Подготовила:
учитель математики и физики Х[illegible] Е.Д.

1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ:
   1.1. уравнения 3-й и 4 – й степеней
   1.2. приведенное уравнение

2. РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЯ ВИДА $a_0x^n + a_1x^{n-1} + \ldots + a_{n-1}x + a_n = 0$

3. РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЯ ВИДА $x^n + b_1x^{n-1} + \ldots + b_{n-1}x + b_n = 0$

4. ДЕЛЕНИЕ МНОГОЧЛЕНА F(x) = $a_0x^n + a_1x^{n-1} + \ldots + a_{n-1}x + a_n$ на МНОГОЧЛЕН P(x) = $b_0x^k + b_1x^{k-1} + \ldots + b_{k-1}x + b_k$ И НА ДВУЧЛЕН (x-α)

5. РАЗЛОЖЕНИЕ МНОГОЧЛЕНА P(x) $(x^4 + b_1x^3 + b_2x^2 + b_3x + b_4)$ НА МНОЖИТЕЛИ

6. РАЗЛОЖЕНИЕ МНОГОЧЛЕНА НА МНОЖИТЕЛИ ПО СХЕМЕ ГОРНЕРА

7. ЛИТЕРАТУРА

ОПРЕДЕЛЕНИЕ:

уравнения 3-й и 4 – й степеней	
приведенное уравнение	

ТЕОРЕМА 1:

Если несократимая дробь $\frac{p}{q}$ является корнем уравнения

$a_0x^n + a_1x^{n-1} + \ldots + a_{n-1}x + a_n = 0$

с целыми коэффициентами, то ее числитель p является делителем свободного члена, а знаменатель q– делителем a_0

РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЯ ВИДА $a_0x^n + a_1x^{n-1} + \ldots + a_{n-1}x + a_n = 0$

1. Найти:

целые делители a_n: $p_1, p_2, \ldots, p_n$,

натуральные делители a_0: $q_1, q_2, \ldots, q_n$,

2. Составить соотношения $\frac{p_1}{q_1}, \frac{p_1}{q_2}, \ldots, \frac{p_1}{q_n}$; $\frac{p_2}{q_1}, \frac{p_2}{q_2}, \ldots, \frac{p_n}{q_n}$,

3. Подставить полученные числа $\frac{p}{q}$ в уравнение : если получится верное числовое равенство, то x = $\frac{p_k}{q_t}$ - корень уравнения

ТЕОРЕМА 2 (БЕЗУ)

ПРИ ДЕЛЕНИИ МНОГОЧЛЕНА F(x) = $a_0x^n + a_1x^{n-1} + \ldots + a_{n-1}x + a_n$ на многочлен (x-a) остаток от деления R = F (α)

ТЕОРЕМА 3

Если многочлен F(x) делится на (x-α) без остатка, то α - корень уравнения F(x) = 0 (R=F(α)=0)

ТЕОРЕМА4

Если целое число α является корнем многочлена P(x)= $x^n + b_1x^{n-1} + \ldots + b_{n-1}x + b_n$, то α будет делителем свободного члена b_n

(***Замечание:*** Если делители b_n не являются корнями, то уравнение не имеет ни одного целого корня)

ТЕОРЕМА 5

Приведенное уравнение $x^n + b_1x^{n-1} + \ldots + b_{n-1}x + b_n = 0$ не имеет ни одного дробного корня.

РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЯ ВИДА $x^n + b_1 x^{n-1} + \ldots + b_{n-1} x + b_n = 0$

1. Найти делители свободного члена b_n: $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$,

2. Подставить $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$, в уравнение: если получится верное равенство P(α_k)=0, то α_k - корень уравнения

3.Если уравнение P(x)=0 не имеет целых корней, то по теореме 5 (*Приведенное уравнение* $x^n + b_1 x^{n-1} + \ldots + b_{n-1} x + b_n = 0$ *не имеет ни одного дробного корня*) это уравнение не имеет и дробных корней (а имеет или иррациональные, или мнимые)

.

ДЕЛЕНИЕ МНОГОЧЛЕНА F(x) = $a_0x^n + a_1x^{n-1} + \ldots + a_{n-1}x + a_n$ на МНОГОЧЛЕН P(x) = $b_0x^k + b_1x^{k-1} + \ldots + b_{k-1}x + b_k$ И НА ДВУЧЛЕН (x-α)

1. Разделить a_0x^n на b_0x^k => $\frac{a_0}{b_0}x^{n-k}$ (или a_0x^n : x = a_0x^{n-1})

2. Умножить $\frac{a_0}{b_0}x^{n-k}$ на каждый член многочлена P(x)(на (x-α))

3. Отнять от многочлена F(x) полученный многочлен

4. Снести к остатку следующий член многочлена и повторить операции пунктов 1 – 3 до тех пор, пока многочлен не разделится нацело или с остатком R = F(α)

РАЗЛОЖЕНИЕ МНОГОЧЛЕНА P(x) ($x^4 + b_1x^3 + b_2x^2 + b_3$x + b_4) НА МНОЖИТЕЛИ

1. Найти корень α многочлена P(x) (алгоритм «**РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЯ ВИДА** $\boldsymbol{x^n + b_1x^{n-1} + \ldots + b_{n-1}x + b_n = 0}$")

2. Поделить углом P(x) на (x-α) и найти результат от деления – F(x)

3. Решить уравнение F(x) = 0. Если корней нет, то P(x) = (x-α) * F(x);
Если есть корни, то повторить шаги 1 – 3 и перейти к п. 4.

4. Записать P(x) в виде произведения:
P(x) = (x-α_0) (x-α_1)(x-α_2)… (x-α_n)

РАЗЛОЖЕНИЕ МНОГОЧЛЕНА НА МНОЖИТЕЛИ ПО СХЕМЕ ГОРНЕРА

1. Найти первый целый коре P(x) (алгоритм «**РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЯ ВИДА** $\boldsymbol{x^n + b_1 x^{n-1} + \ldots + b_{n-1}x + b_n = 0}$")

2.Нарисовать схему, в которой первая строка – значение коэффициентов α_k ($\alpha_k = 0$, если члена $a_k x^{n-k}$ нет в многочлене)

3. Найти значения во второй строке схемы: $b_0 = \alpha_0$, $b_1 = b_0\alpha + a_1$, $b_2 = b_1\alpha + a_2$, … , $b_{n-1} = b_{n-2}\alpha + a_{n-1}$, (под a_n писать R = P (α_0))

				…		
α				…		

4. Степень нового многочлена на 1 меньше, и его коэффициенты равны b_0 , b_1 , b_2 , … , b_{n-1}.

ЛИТЕРАТУРА

Алгоритмы- ключ к решению задач по алгебре 10-11 классы. Кн. Для учащихся общеобразоват. Учреждений. В 2 ч. Ч.1/ Ж.Н. Михайлова. – М.: Просвещение, 2009.-272с. : ил.- (Успешный старт). – ISBN 978-5-09-017005-5