

# РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ

3-й и 4-й

Подготовила:

СТЕПЕНЕВА  
Ирина Владимировна



1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ:

1.1. уравнения 3-й и 4 – й степеней

1.2. приведенное уравнение

2. РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЯ ВИДА  $a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_{n-1}x + a_n = 0$

3. РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЯ ВИДА  $x^n + b_1x^{n-1} + \dots + b_{n-1}x + b_n = 0$

4. ДЕЛЕНИЕ МНОГОЧЛЕНА  $F(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_{n-1}x + a_n$  НА МНОГОЧЛЕН  $P(x) = b_0x^k + b_1x^{k-1} + \dots + b_{k-1}x + b_k$  И НА ДВУЧЛЕН  $(x-\alpha)$

5. РАЗЛОЖЕНИЕ МНОГОЧЛЕНА  $P(x) (x^4 + b_1x^3 + b_2x^2 + b_3x + b_4)$  НА МНОЖИТЕЛИ

6. РАЗЛОЖЕНИЕ МНОГОЧЛЕНА НА МНОЖИТЕЛИ ПО СХЕМЕ ГОРНЕРА

7. ЛИТЕРАТУРА



## ОПРЕДЕЛЕНИЕ:

уравнения 3-й и 4 – й  
степеней

приведенное  
уравнение

### ТЕОРЕМА 1:

Если несократимая дробь  $\frac{p}{q}$  является корнем уравнения

$$a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_{n-1}x + a_n = 0$$

с целыми коэффициентами, то ее числитель  $p$  является делителем свободного члена, а знаменатель  $q$  – делителем  $a_0$



# РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЯ ВИДА $a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_{n-1}x + a_n = 0$

1. Найти:

целые делители  $a_n$ :  $p_1, p_2, \dots, p_n$ ,

натуральные делители  $a_0$ :  $q_1, q_2, \dots, q_n$ ,

2. Составить соотношения  $\frac{p_1}{q_1}, \frac{p_2}{q_2}, \dots, \frac{p_n}{q_n}$ ;  $\frac{p_1}{q_1}, \frac{p_2}{q_2}, \dots, \frac{p_n}{q_n}$ ,

3. Подставить полученные числа  $\frac{p}{q}$  в уравнение : если получится верное числовое равенство, то  $x = \frac{p_k}{q_t}$

- корень уравнения

## ТЕОРЕМА 2 (БЕЗУ)

ПРИ ДЕЛЕНИИ МНОГОЧЛЕНА  $F(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_{n-1}x + a_n$

на многочлен  $(x-a)$  остаток от деления  $R = F(a)$

## ТЕОРЕМА 3

Если многочлен  $F(x)$  делится на  $(x-a)$  без остатка, то  $a$  - корень уравнения  $F(x) = 0$  ( $R=F(a)=0$ )

## ТЕОРЕМА 4

Если целое число  $a$  является корнем многочлена  $P(x) = x^n + b_1x^{n-1} + \dots + b_{n-1}x + b_n$ , то  $a$  будет делителем свободного члена  $b_n$

(Замечание: Если делители  $b_n$  не являются корнями, то уравнение не имеет ни одного целого корня)

## ТЕОРЕМА 5

Приведенное уравнение  $x^n + b_1x^{n-1} + \dots + b_{n-1}x + b_n = 0$  не имеет ни одного дробного корня.



## РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЯ ВИДА $x^n + b_1x^{n-1} + \dots + b_{n-1}x + b_n = 0$

1. Найти делители свободного члена  $b_n$ :  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ ,
2. Подставить  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$  в уравнение: если получится верное равенство  $P(\alpha_k)=0$ , то  $\alpha_k$  - корень уравнения
3. Если уравнение  $P(x)=0$  не имеет целых корней, то по теореме 5 (*Приведенное уравнение  $x^n + b_1x^{n-1} + \dots + b_{n-1}x + b_n = 0$  не имеет ни одного дробного корня*) это уравнение не имеет и дробных корней (а имеет или иррациональные, или мнимые)



**ДЕЛЕНИЕ МНОГОЧЛЕНА  $F(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_{n-1}x + a_n$  на  
МНОГОЧЛЕН  $P(x) = b_0x^k + b_1x^{k-1} + \dots + b_{k-1}x + b_k$  И НА ДВУЧЛЕН  $(x-\alpha)$**

1. Разделить  $a_0x^n$  на  $b_0x^k \Rightarrow \frac{a_0}{b_0}x^{n-k}$  (или  $a_0x^n : x = a_0x^{n-1}$ )

2. Умножить  $\frac{a_0}{b_0}x^{n-k}$  на каждый член многочлена  $P(x)$  (на  $(x-\alpha)$ )

3. Отнять от многочлена  $F(x)$  полученный многочлен

4. Снести к остатку следующий член многочлена и повторить операции пунктов 1 – 3 до тех пор, пока многочлен не разделится нацело или с остатком  $R = F(\alpha)$



## РАЗЛОЖЕНИЕ МНОГОЧЛЕНА $P(x)$ ( $x^4 + b_1x^3 + b_2x^2 + b_3x + b_4$ ) НА МНОЖИТЕЛИ

1. Найти корень  $\alpha$  многочлена  $P(x)$  (алгоритм «**РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЯ ВИДА  $x^n + b_1x^{n-1} + \dots + b_{n-1}x + b_n = 0$** " )
2. Поделить углом  $P(x)$  на  $(x-\alpha)$  и найти результат от деления –  $F(x)$
3. Решить уравнение  $F(x) = 0$ . Если корней нет, то  $P(x) = (x-\alpha) * F(x)$ ;  
Если есть корни, то повторить шаги 1 – 3 и перейти к п. 4.
4. Записать  $P(x)$  в виде произведения:  
 $P(x) = (x-\alpha_0)(x-\alpha_1)(x-\alpha_2)\dots(x-\alpha_n)$



# РАЗЛОЖЕНИЕ МНОГОЧЛЕНА НА МНОЖИТЕЛИ ПО СХЕМЕ ГОРНЕРА

1. Найти первый целый корень  $P(x)$  (алгоритм «РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЯ ВИДА  $x^n + b_1x^{n-1} + \dots + b_{n-1}x + b_n = 0$ »)
2. Нарисовать схему, в которой первая строка – значение коэффициентов  $\alpha_k$  ( $\alpha_k = 0$ , если члена  $a_kx^{n-k}$  нет в многочлене)
3. Найти значения во второй строке схемы:  $b_0 = \alpha_0$ ,  $b_1 = b_0\alpha + a_1$ ,  $b_2 = b_1\alpha + a_2$ , ...,  $b_{n-1} = b_{n-2}\alpha + a_{n-1}$ , (под  $a_n$  писать  $R = P(\alpha_0)$ )

				...		
$\alpha$				...		

4. Степень нового многочлена на 1 меньше, и его коэффициенты равны  $b_0$ ,  $b_1$ ,  $b_2$ , ...,  $b_{n-1}$ .





# ЛИТЕРАТУРА

Алгоритмы- ключ к решению задач по алгебре 10-11 классы. Кн.  
Для учащихся общеобразоват. Учреждений. В 2 ч. Ч.1/ Ж.Н.  
Михайлова. – М.: Просвещение, 2009.-272с. : ил.- (Успешный  
старт). – ISBN 978-5-09-017005-5

