

Муниципальное бюджетное  
общеобразовательное учреждение  
средняя общеобразовательная школа № 4  
г. Приозерск, Ленинградская обл.

# Решение неравенств второй степени с одной переменной

Открытый урок по алгебре в 9 классе

учитель Шумилова Наталья Ивановна

2012-2013 учебный год

# Цели:

## Предметные

Ввести понятие неравенств второй степени с одной переменной, дать определение

Познакомить с алгоритмом решения неравенств на основе свойств квадратичной функции

Сформировать умение решать неравенства данного вида

## Метапредметные:

Развивать умение анализировать, выделять главное, обобщать

Развивать навыки самопроверки, самоконтроля, логическое мышление

Развивать навыки культуры речи: умение вести диалог, грамотно говорить, аргументированно высказывать точку зрения

## Личностные:

Формировать навыки общения, умения работать в коллективе, уважать мнение каждого

Воспитывать познавательный интерес к предмету, формировать положительную мотивацию

# Самостоятельная работа

Повторение способов нахождения корней квадратного трехчлена;

Повторение расположения графика квадратичной функции в зависимости от старшего коэффициента и числа корней уравнения  $ax^2 + bx + c = 0$ ;

Повторение нахождения промежутков знакопостоянства функции.

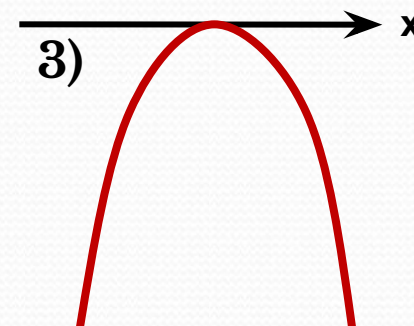
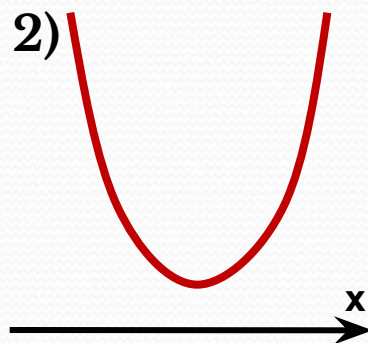
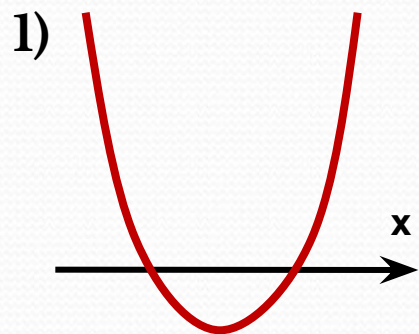
# Найдите корни квадратного трехчлена

<b>I вариант</b>	<b>II вариант</b>	<b>№1</b>
1) $2x^2 - 5x + 3$	1) $x^2 - 4x + 4$	
2) $9x^2 + 6x + 1$	2) $3x^2 + 5x + 2$	
3) $6x^2 - 13x + 6$	3) $3x^2 - 10x + 3$	

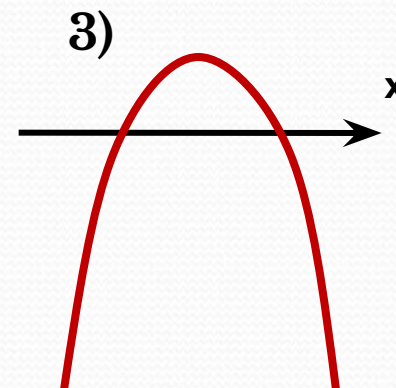
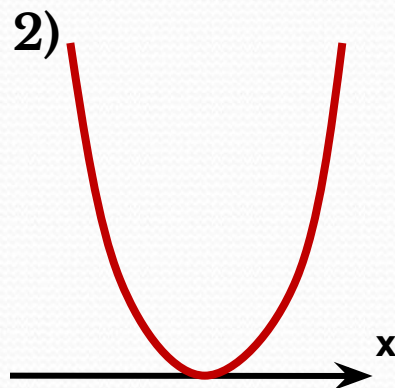
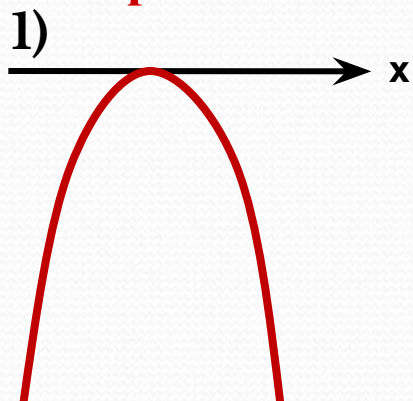
# Найдите число корней уравнения $ax^2+bx+c=0$ и знак коэффициента $a$ по рисунку.

№2

## I вариант



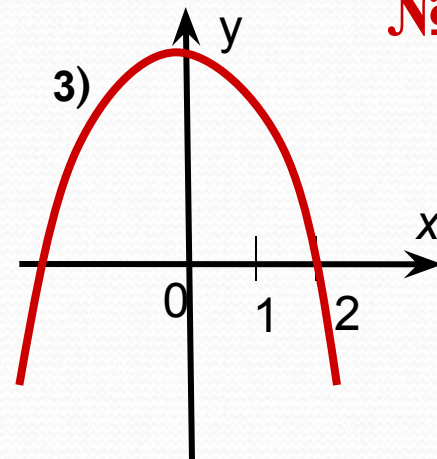
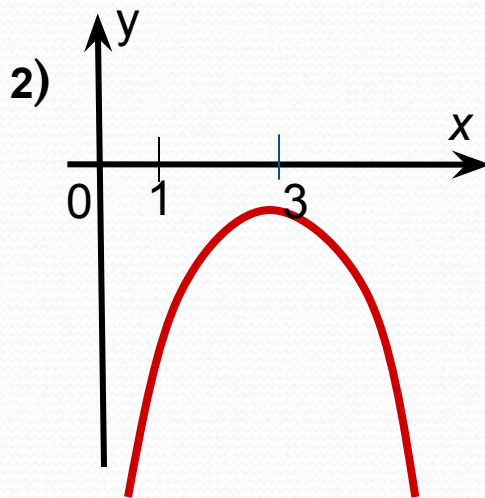
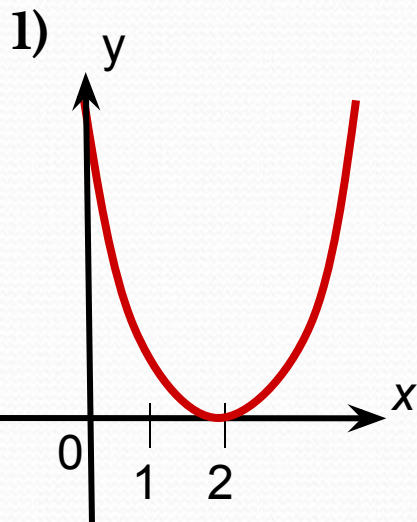
## II вариант



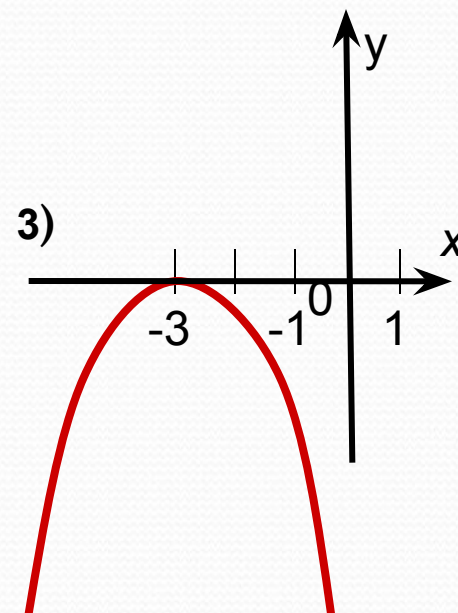
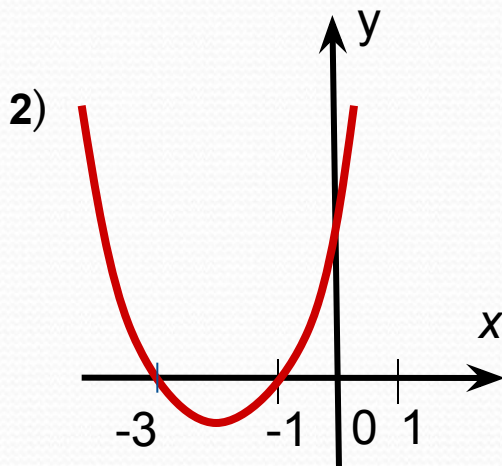
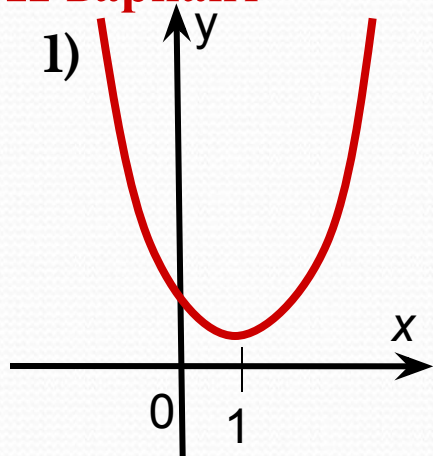
# Найдите промежутки знакопостоянства

№3

## I вариант



## II вариант



# Проверь себя

	<b>I вариант</b>	<b>II вариант</b>
<b>№1</b>	1) $x_1 = 1, x_2 = 1.5$	1) $x_1 = 2$
	2) $x_1 = -1/3$	2) $x_1 = -1, x_2 = -2/3$
	3) $x_1 = 1,5; x_2 = 2/3$	3) $x_1 = 3, x_2 = 1/3$
<b>№2</b>	1) 2 корня, $a > 0$	1) нет корней, $a < 0$
	2) нет корней, $a > 0$	2) 1 корень, $a > 0$
	3) 1 корень, $a < 0$	3) 2 корня, $a < 0$
<b>№3</b>	1) $y > 0$ на пр-ках $(-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$	1) $y > 0$ на пр-ке $(-\infty; +\infty)$
	2) $y < 0$ на пр-ке $(-\infty; +\infty)$	2) $y > 0$ на пр-ках $(-\infty; -3) \cup (-1; +\infty)$ ; $y < 0$ на пр-ке $(-3; -1)$
	3) $y > 0$ на пр-ке $(-2; 2)$ ; $y < 0$ на пр-ках $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$	3) $y < 0$ на пр-ках $(-\infty; -3) \cup (-3; +\infty)$

# Решение неравенств второй степени с одной переменной

## Неравенства вида

$$ax^2 + bx + c > 0 \text{ и } ax^2 + bx + c < 0,$$

$$(ax^2 + bx + c \geq 0; ax^2 + bx + c \leq 0)$$

где  $x$  – переменная,  $a$ ,  $b$  и  $c$  – некоторые числа и  $a \neq 0$ , называют неравенствами второй степени с одной переменной

## Решение неравенства

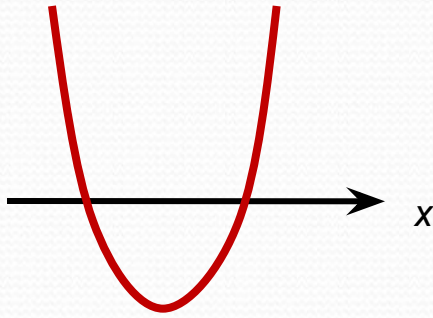
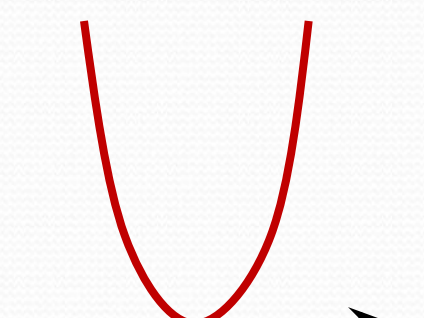
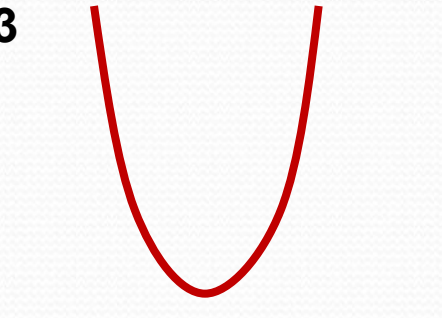
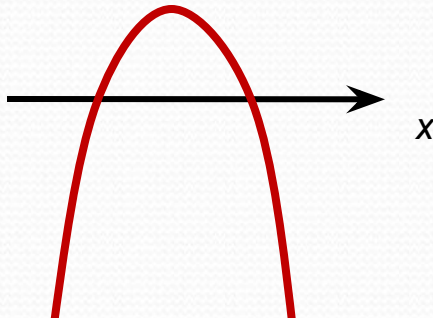
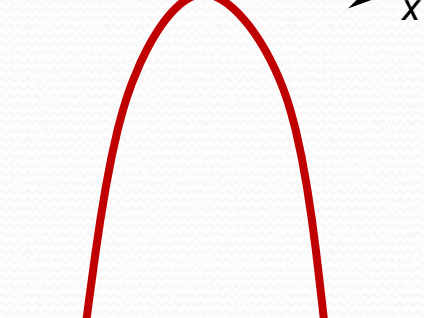

$$ax^2 + bx + c > 0 \text{ или } ax^2 + bx + c < 0$$

$$(ax^2 + bx + c \geq 0; ax^2 + bx + c \leq 0)$$

можно рассматривать как нахождение промежутков, в которых функция  $y = ax^2 + bx + c$  принимает положительные или отрицательные значения



Для этого достаточно проанализировать, как расположен график функции  $y = ax^2 + bx + c$  в координатной плоскости: куда направлены ветви параболы и пересекает ли парабола ось  $x$

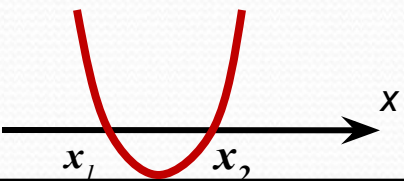
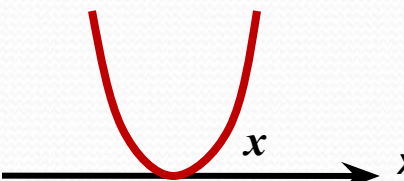
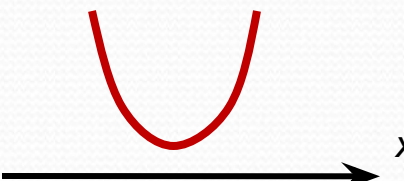
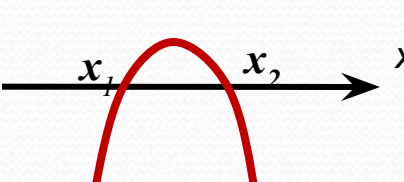
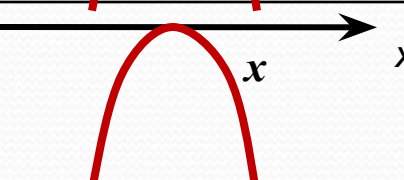
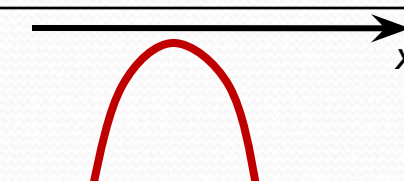
	$D > 0$	$D = 0$	$D < 0$	
<b>1</b>				<b><math>a &gt; 0</math></b>
<b>4</b>				
				<b><math>a &lt; 0</math></b>

Поэтому существует 12 различных случаев неравенств второй степени

$$ax^2 + bx + c > 0 \text{ или } ax^2 + bx + c < 0$$

Решения занесены в таблицу 1.

# Таблица 1

1	a > 0	D > 0	1) $ax^2 + vx + c > 0$		$(-\infty; x_1) \cup (x_2; +\infty)$
			2) $ax^2 + vx + c < 0$		$(x_1; x_2)$
D = 0		1) $ax^2 + vx + c > 0$		$(-\infty; x) \cup (x; +\infty)$	
		2) $ax^2 + vx + c < 0$		решений нет	
3		D < 0	1) $ax^2 + vx + c > 0$		$x$ – любое число
			2) $ax^2 + vx + c < 0$		решений нет
4	a < 0	D > 0	1) $ax^2 + vx + c > 0$		$(x_1; x_2)$
			2) $ax^2 + vx + c < 0$		$(-\infty; x_1) \cup (x_2; +\infty)$
D = 0		1) $ax^2 + vx + c > 0$		решений нет	
		2) $ax^2 + vx + c < 0$		$(-\infty; x) \cup (x; +\infty)$	
6		D < 0	1) $ax^2 + vx + c > 0$		решений нет
			2) $ax^2 + vx + c < 0$		$x$ – любое число

№1. Решить неравенство

$$5x^2+9x-2>0$$

Найдем корни  
квадратного  
трехчлена

$$5x^2+9x-2=0$$

$$x_1 = 1/5; x_2 = -2$$

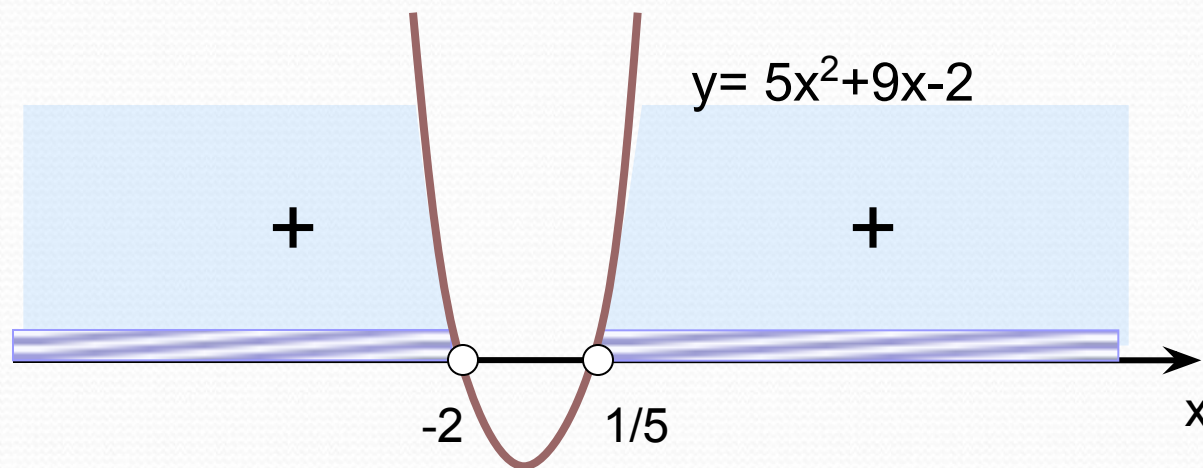
Отметим точки

$$x_1 = 1/5; x_2 = -2$$

на оси  $Ox$

Изобразим  
схематически  
график функции  
 $y = 5x^2+9x-2$

Найдем  
промежутки, в  
которых  $y > 0$   
(имеет знак +)



Заштрихуем эти  
промежутки

$y > 0$  на промежутках  
 $(-\infty; -2) \cup (1/5; +\infty)$

Ответ:  $(-\infty; -2) \cup (1/5; +\infty)$

В Табл. 1 это  
пример 1.1

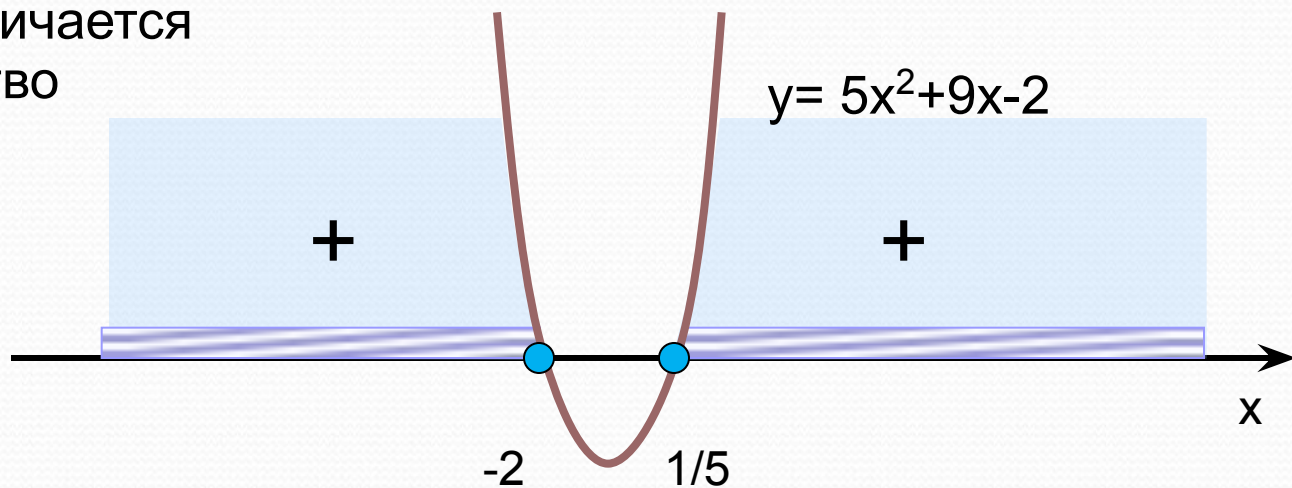
№1а

$$5x^2+9x-2 \geq 0$$

Выясним, чем отличается данное неравенство от предыдущего

Неравенство нестрогое, корни квадратного трехчлена  $1/5$  и  $-2$  входят в промежуток, точки  $1/5$  и  $-2$  на оси  $Ox$  будут заштрихованы

Решение отличается от предыдущего только записью ответа



$$y \geq 0$$

на промежутках  
 $(-\infty; -2] \cup [1/5; +\infty)$

Ответ:  $(-\infty; -2] \cup [1/5; +\infty)$

№2

$$5x^2+9x-2<0$$

$$5x^2+9x-2=0$$

$$x_1 = 1/5$$

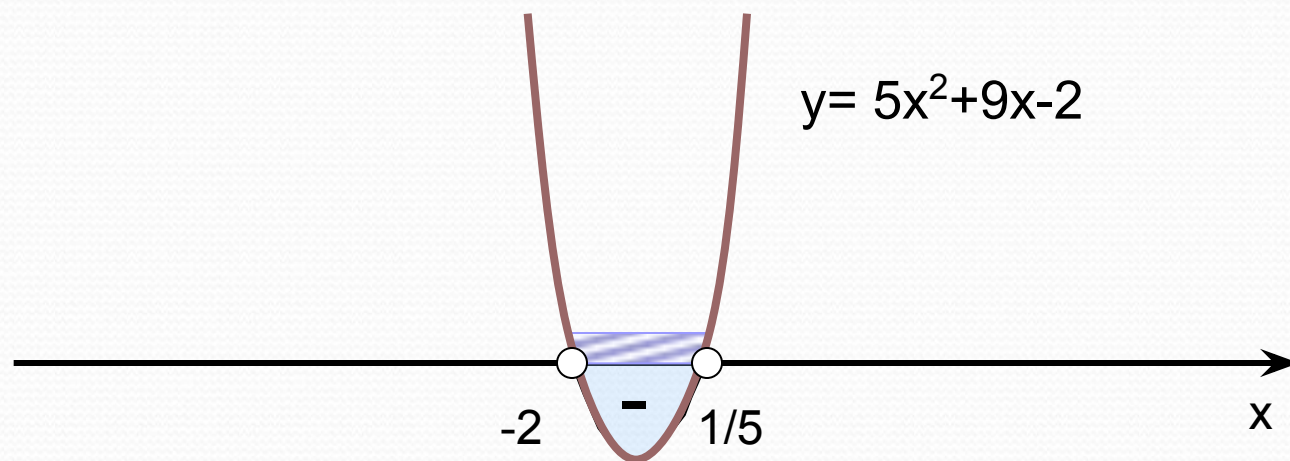
$$x_2 = -2$$

$$y < 0$$

на промежутке  
 $(-2; 1/5)$

Ответ:  $(-2; 1/5)$

В Табл.1 это  
пример 1.2



№3

$$-5x^2+9x+2<0$$

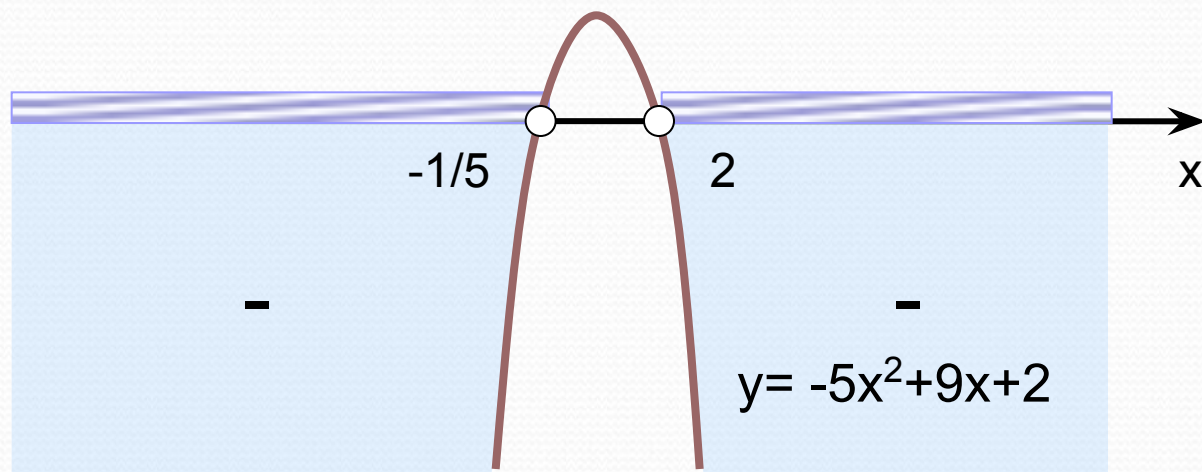
$$-5x^2+9x+2=0$$

$$x_1 = -1/5$$

$$x_2 = 2$$

$$y < 0$$

на промежутках  
 $(-\infty; -1/5) \cup (2; +\infty)$



Ответ:  $(-\infty; -1/5) \cup (2; +\infty)$

В Табл.1  
пример 4.2

№4

$$-5x^2+9x+2>0$$

$$-5x^2+9x+2=0$$

$$x_1 = -1/5$$

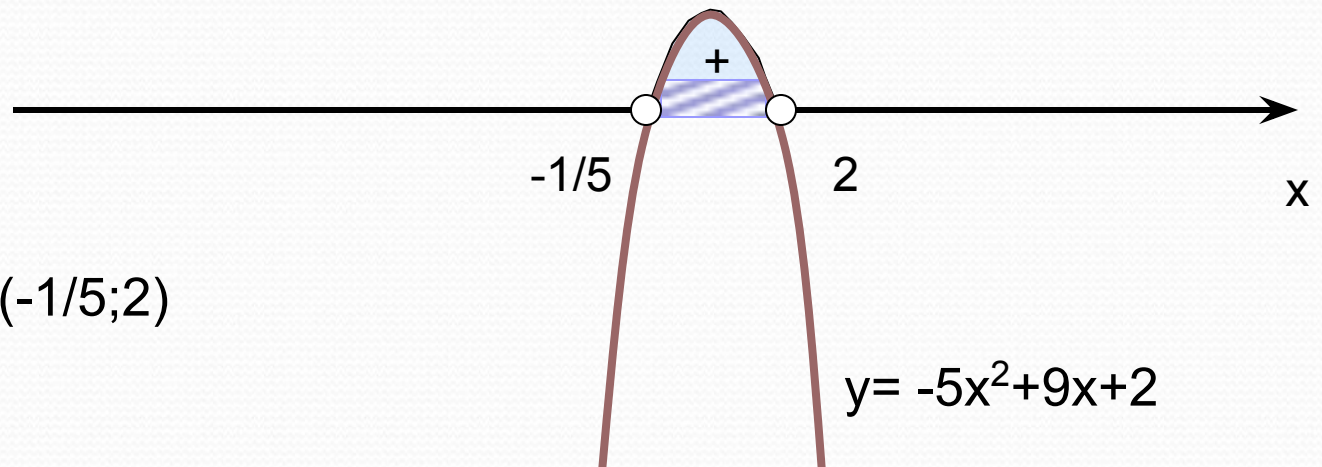
$$x_2 = 2$$

$y > 0$

на промежутке  $(-1/5; 2)$

Ответ:  $(-1/5; 2)$

В Табл.1  
пример 4.1



№5

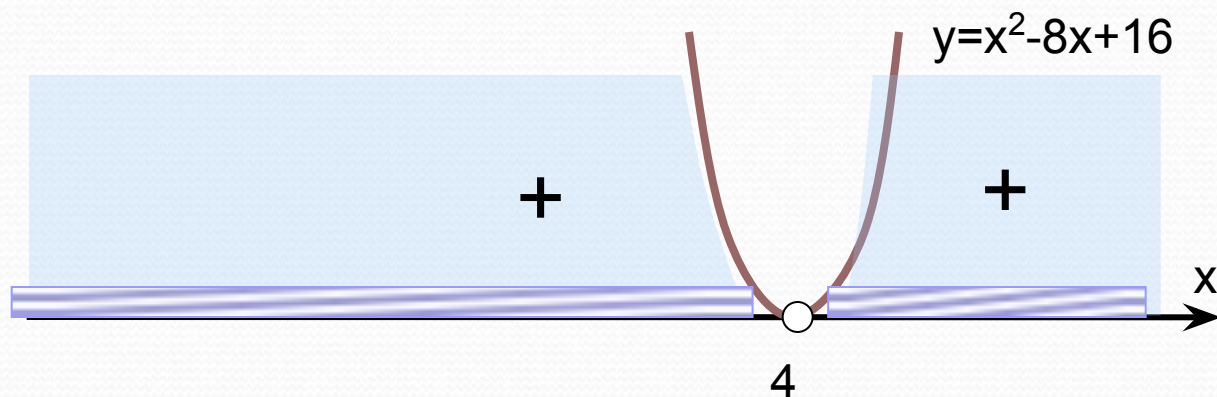
$$x^2 - 8x + 16 > 0$$

$$x^2 - 8x + 16 = 0$$

$$x = 4$$

$$y > 0$$

на промежутках  
 $(-\infty; 4) \cup (4; +\infty)$



Ответ:  $(-\infty; 4) \cup (4; +\infty)$

В Табл.1  
пример 2.1



№6

$$x^2 - 8x + 16 < 0$$

$$x^2 - 8x + 16 = 0$$

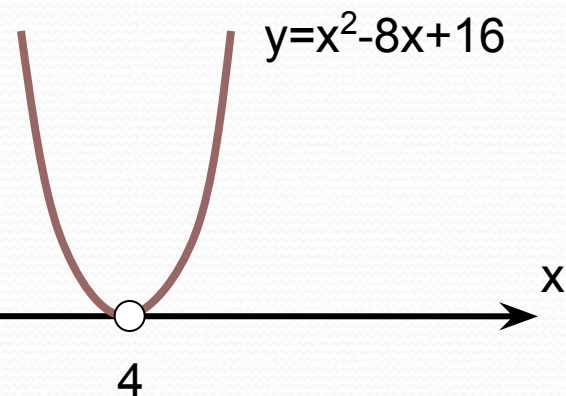
$$x = 4$$

$y < 0$  :

таких промежутков  
нет

Ответ: решений нет

В Табл.1  
пример 2.2



№6a

$$x^2 - 8x + 16 \leq 0$$

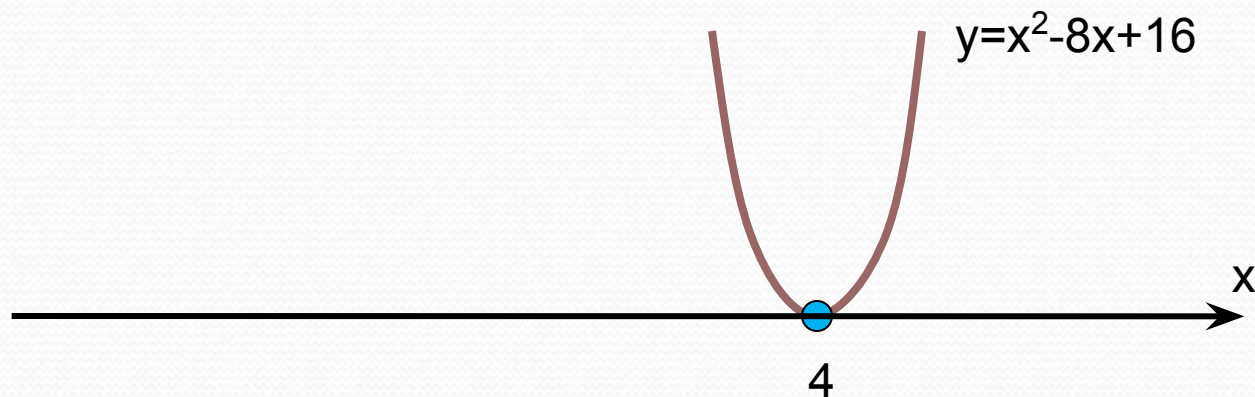
$$x^2 - 8x + 16 = 0$$

$$x = 4$$

$$y \leq 0 :$$

$$x = 4$$

Ответ: 4



№7

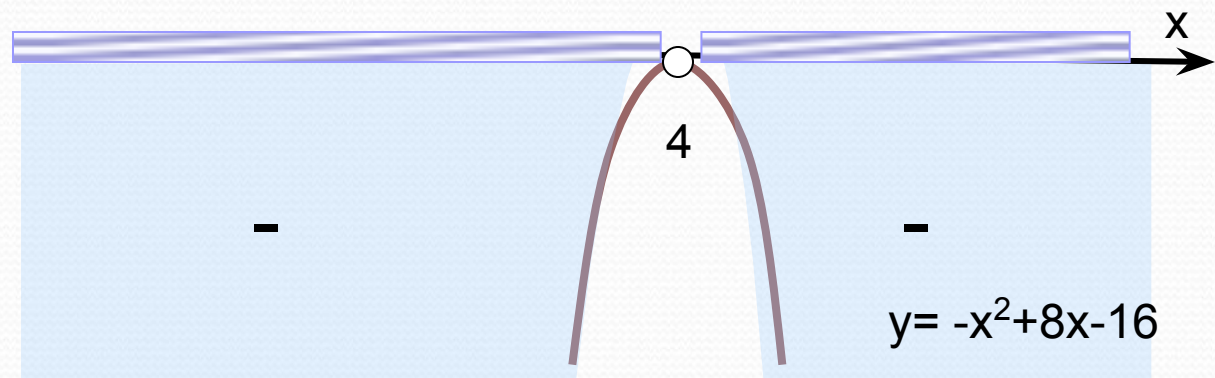
$$-x^2+8x-16<0$$

$$-x^2+8x-16=0$$

$$x=4$$

$$y<0$$

на промежутках  
 $(-\infty;4) \cup (4;+\infty)$



Ответ:  $(-\infty;4) \cup (4;+\infty)$

В Табл.1  
пример 5.2

№8

$$-x^2+8x-16>0$$

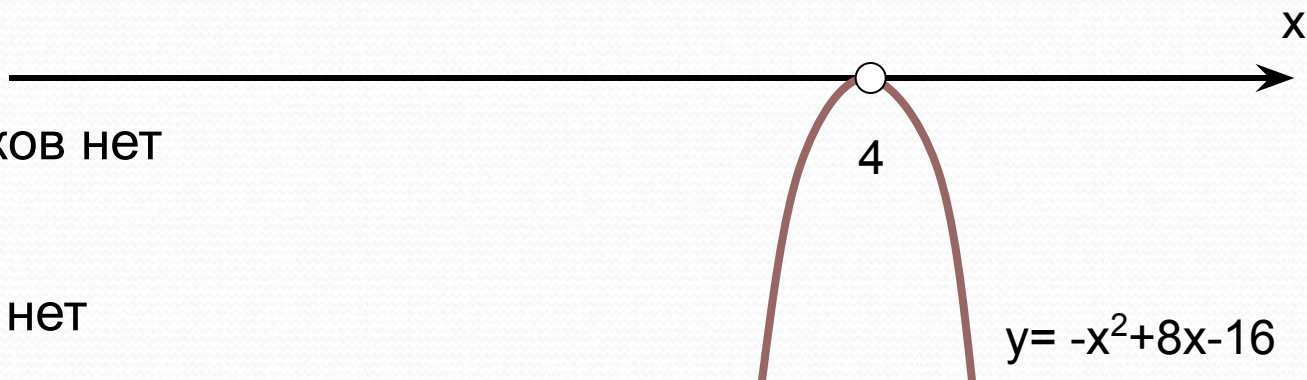
$$-x^2+8x-16=0$$

$$x=4$$

$y>0$ :

таких промежутков нет

Ответ: решений нет



В Табл.1  
пример 5.1

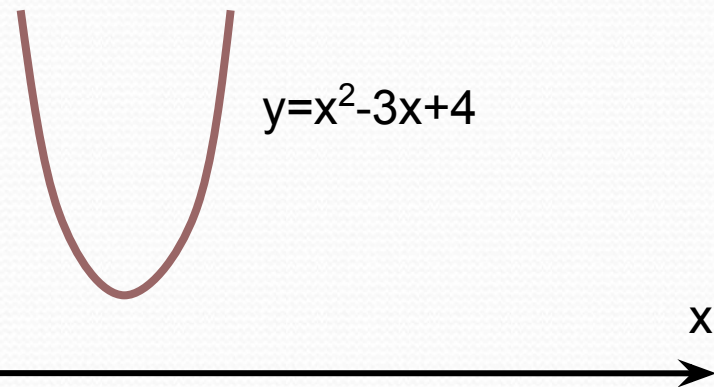
№9

$$x^2 - 3x + 4 < 0$$

$$x^2 - 3x + 4 = 0$$

решений нет

Нет точек пересечения  
параболы  $y = x^2 - 3x + 4$   
с осью  $Ox$



$y < 0$ :  
таких промежутков нет

решений нет

Ответ: решений нет

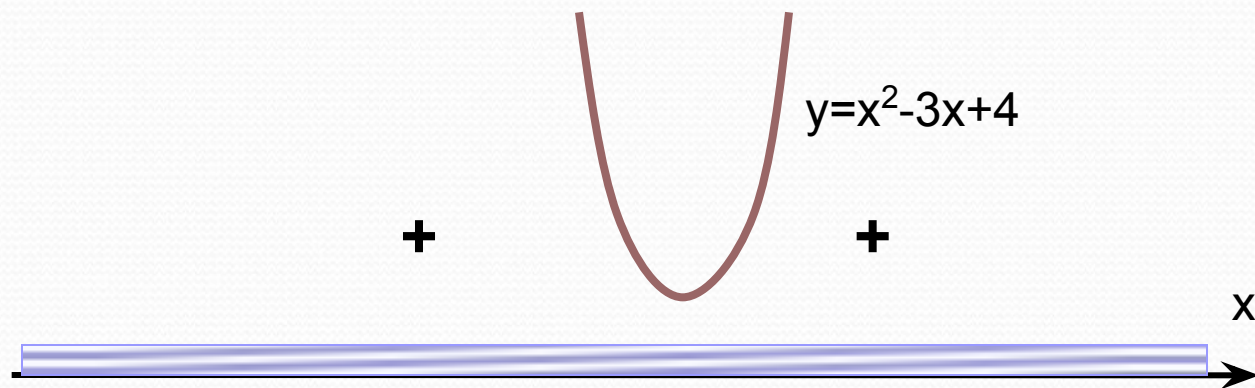
В Табл.1  
пример 3.2

№10

$$x^2 - 3x + 4 > 0$$

$$x^2 - 3x + 4 = 0$$

решений нет,  
нет точек  
пересечения  
параболы с  
осью  $Ox$



$$y > 0:$$

при *любом*  $x$

Ответ:  $(-\infty; +\infty)$

В Табл.1  
пример 3.1

№11

$$-x^2 - 3x - 4 > 0$$

$$-x^2 - 3x - 4 = 0$$

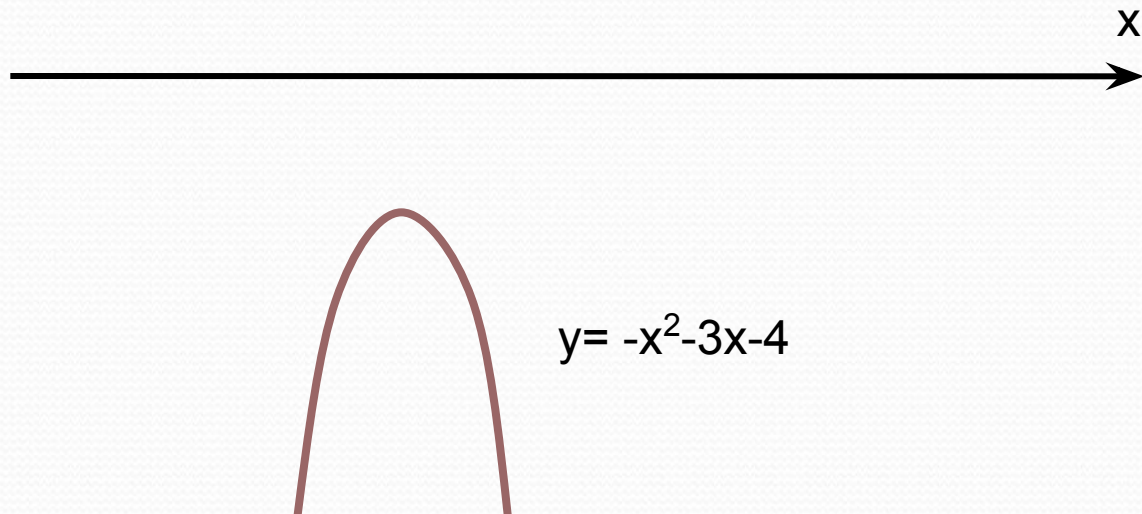
решений нет

Нет точек  
пересечения  
параболы  
 $y = -x^2 - 3x - 4$   
с осью  $Ox$

$y > 0$ :  
таких промежутков  
нет

Ответ: решений нет

В Табл.1  
пример 6.1



№12

$$-x^2 - 3x - 4 < 0$$

$$-x^2 - 3x - 4 = 0$$

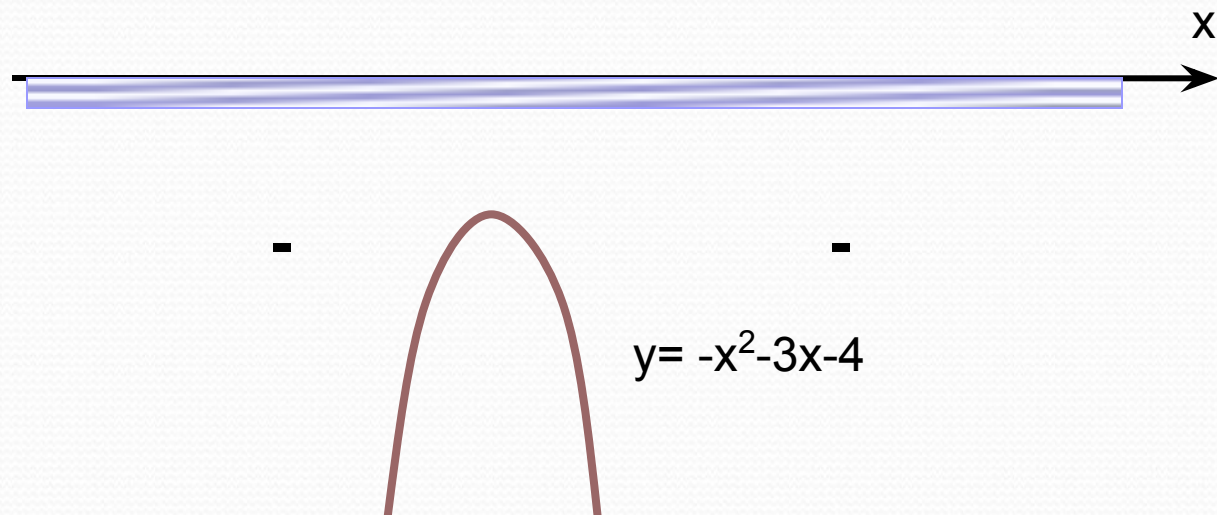
решений нет,  
нет точек  
пересечения  
параболы  
с осью  $Ox$

$$y < 0:$$

при *любом*  $x$

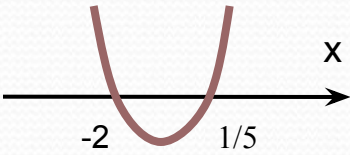
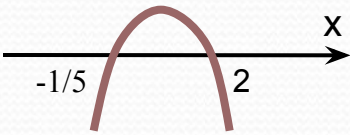
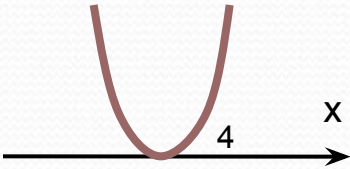
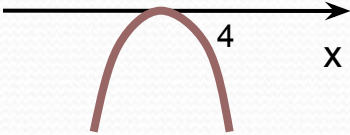

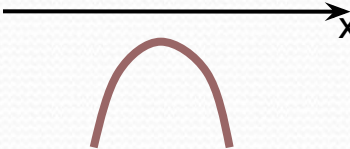
Ответ:  $(-\infty; +\infty)$

В Табл.1  
пример 6.2





# Сводная таблица

На слайде №9	№ неравенства	неравенство	график	решение
1	1)	$5x^2+9x-2>0$		$(-\infty;-2) \cup (1/5;+\infty)$
	1a)	$5x^2+9x-2\geq 0$		$(-\infty;-2] \cup [1/5;+\infty)$
	2)	$5x^2+9x-2<0$		$(-2;1/5)$
2	3)	$-5x^2+9x+2<0$		$(-\infty;-1/5) \cup (2;+\infty)$
	4)	$-5x^2+9x+2>0$		$(-\infty;-1/5) \cup (2;+\infty)$
3	5)	$x^2-8x+16>0$		$(-\infty;4) \cup (4;+\infty)$
	6)	$x^2-8x+16<0$		решений нет
	6a)	$x^2-8x+16\leq 0$		4
4	7)	$-x^2+8x-16<0$		$(-\infty;4) \cup (4;+\infty)$
	8)	$-x^2+8x-16>0$		решений нет
5	9)	$x^2-3x+4<0$		решений нет
	10)	$x^2-3x+4>0$		$(-\infty;+\infty)$
6	11)	$-x^2-3x-4>0$		решений нет
	12)	$-x^2-3x-4<0$		$(-\infty;+\infty)$

# Алгоритм решения неравенств

Привести неравенство к виду  $ax^2 + bx + c > 0$  ( $ax^2 + bx + c < 0$ )

Найти дискриминант квадратного трехчлена  $ax^2 + bx + c$ , решив уравнение  $ax^2 + bx + c = 0$ , и выяснить, имеет ли трехчлен корни

Если трехчлен имеет корни, то отметить их на оси  $Ox$ , и через отмеченные точки провести параболу

Если трехчлен не имеет корней, то схематически изобразить параболу, расположенную в верхней или нижней полуплоскости

$a > 0$

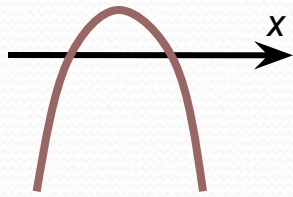
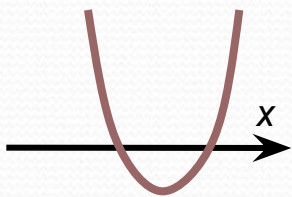
$a < 0$

$a > 0$

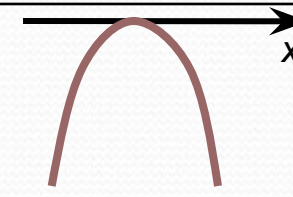
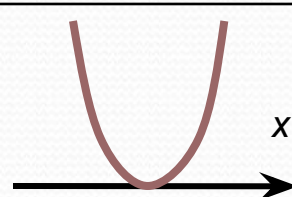
$a < 0$

$D > 0$

$D < 0$



$D = 0$



# Решите неравенства

**I вариант** (для работы в парах)

1)  $x^2 - 2x - 48 < 0$

2)  $25x^2 + 30x + 9 < 0$

3)  $-x^2 + 2x + 15 < 0$

4)  $-2x^2 + 7x < 0$

## Проверь себя

1)  $(-6; 8)$

2) *Решений нет*

3)  $(-\infty; -3) \cup (5; +\infty)$

4)  $(-\infty; 0) \cup (3,5; +\infty)$

# Решите неравенства

(самостоятельно)

II вариант

1)  $4x^2 - 12x + 9 < 0$

2)  $2x^2 - 7x + 6 > 0$

III вариант

1)  $-10x^2 + 9x > 0$

2)  $-5x^2 + 11x - 6 > 0$

## Проверь себя

II вариант

1) *Решений нет*

2)  $(-\infty; 1.5) \cup (2; +\infty)$

III вариант

1)  $(0; 0,9)$

2)  $(1; 1,2)$

# Домашнее задание

П.14,

Выучить алгоритм решения неравенств  
второй степени с одной переменной

№ 306; № 315(а-в); № 317

# Рефлексия

На уроке вёл себя	активно <input type="checkbox"/> пассивно <input type="checkbox"/>
Своей работой на уроке	доволен <input type="checkbox"/> не доволен <input type="checkbox"/>
Урок для меня показался	увлекательным <input type="checkbox"/> скучным <input type="checkbox"/>
За урок я	не устал <input type="checkbox"/> устал <input type="checkbox"/>
Мое настроение	стало лучше <input type="checkbox"/> стало хуже <input type="checkbox"/>
Материал урока мне был	понятен <input type="checkbox"/> не понятен <input type="checkbox"/> полезен <input type="checkbox"/> бесполезен <input type="checkbox"/> интересен <input type="checkbox"/> скучен <input type="checkbox"/>
Домашнее задание мне кажется	легким <input type="checkbox"/> трудным <input type="checkbox"/>

**Презентацию подготовила**  
**Шумилова Наталья Ивановна**  
**учитель математики МБОУ**  
**«СОШ№4»**  
**г.Приозерска Ленинградской обл.**