Нестандартные способы решения задач на смеси и сплавы

Теоретическая часть

Теоретические основы решения задач «на смеси, сплавы»

Примем некоторые допущения:

•Все получающиеся сплавы или смеси однородны.

•При решении этих задач считается, что масса смеси нескольких веществ равна сумме масс компонентов.

•***Определение.*** ***Процентным содержанием (концентрацией) вещества в смеси называется отношение его массы к общей массе всей смеси. Это отношение может быть выражено либо в дробях, либо в процентах.***

Терминология:

- процентное содержание вещества;
- концентрация вещества;
- массовая доля вещества. Всё это синонимы.

Правило креста или квадрат Пирсона

Пусть требуется приготовить раствор определенной концентрации. В распоряжении имеется два раствора с более высокой и менее высокой концентрацией, чем нужно.

Если обозначить массу первого раствора через m_1, а второго – через m_2, то при смешивании общая масса смеси будет складываться из суммы этих масс.

Пусть массовая доля растворённого вещества в первом растворе – ω_1, во втором – ω_2, а в их смеси – ω_3. Тогда общая масса растворённого вещества в смеси будет складываться из масс растворённого вещества в исходных растворах:

$$m_1\omega_1 + m_2\omega_2 = \omega_3(m_1 + m_2),$$

$$m_1(\omega_1 - \omega_3) = m_2(\omega_3 - \omega_2),$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{(\omega_3 - \omega_2)}{(\omega_1 - \omega_3)}$$

Очевидно, что отношение массы первого раствора к массе второго раствора есть отношение разности массовых долей растворённого вещества в смеси и во втором растворе к разности соответствующих величин в первом растворе и в смеси.

При решении задач на растворы с разными концентрациями чаще всего применяют диагональную схему правила смешения или квадрат Пирсона.

При расчётах записывают одну над другой массовые доли растворённого вещества в исходных растворах, справа между ними – его массовую долю в растворе, который нужно приготовить, и вычитают по диагонали из большего меньшее значение.

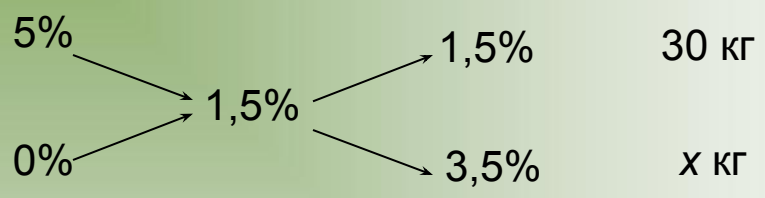
Разности их вычитаний показывают массовые доли для первого и второго растворов, необходимые для приготовления нужного раствора.

$$\begin{array}{ccc} \omega_1 & & \omega_3 - \omega_2 \\ & \omega_3 & \\ \omega_2 & & \omega_1 - \omega_3 \end{array}$$

Практическая часть

Задача 1. **Морская вода содержит 5% соли (по массе). Сколько пресной воды нужно добавить к 30 кг морской воды, чтобы концентрация соли составила 1,5%?**

Решение:



$$\frac{30}{x} = \frac{1,5}{3,5};$$

$$x = \frac{30 \cdot 3,5}{1,5};$$

$$x = 7.$$

Ответ: 7 килограммов.

Задача 2. **Из сосуда, доверху наполненного 97% раствором кислоты, отлили 2 литра жидкости и долили 2 литра 45% раствора этой же кислоты. После этого в сосуде получился 81% раствор кислоты. Сколько литров раствора вмещает сосуд?**

Решение:

97% → 36% (x-2) л

81%

45% → 16% 2 л

$$\frac{x-2}{2}=\frac{36}{16};$$

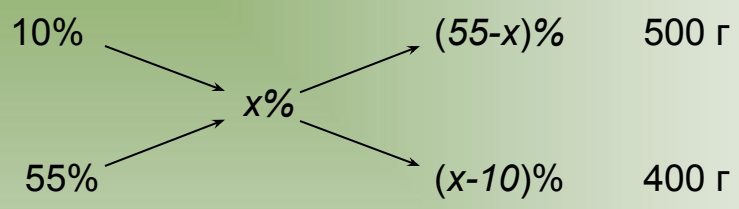
$$16(x-2)=72;$$

$$x=6,5.$$

Ответ: 6,5 литров.

Задача 3. **Смешали 500 г 10%-го раствора соли и 400 г 55%-го раствора соли. Определите концентрацию соли в смеси.**

Решение:



$$\frac{500}{400}=\frac{55-x}{x-10};$$

$$\frac{5}{4}=\frac{55-x}{x-10};$$

$$5x-50=220-4x;$$

$$9x=270;$$

$$x=30.$$

Ответ: концентрация соли в смеси двух исходных растворов 30%.

Задача 4. **Имеются два слитка, содержащие медь. Масса второго слитка на 3 кг больше, чем масса первого слитка. Процентное содержание меди в первом слитке – 10%, во втором – 40%. После сплавления этих двух слитков, получился слиток, процентное содержание меди в котором 30%. Определить массу полученного слитка.**

Решение:

40%		20%	(x+3) кг
	30%		
10%		10%	x кг

1) $\frac{x+3}{x}=\frac{20}{10}$;

$x+3=2x$;

$x=3$;

2) 6 + 3 = 9 (кг).

Ответ: 9 килограммов.

Задача 5. **Сплавили 300 г сплава олова и меди, содержащего 60% олова, и 900г сплава олова и меди, содержащего 80% олова. Сколько процентов олова в получившемся сплаве?**

Решение:

60%	x%	(80-x)%	300 г
80%		(x-60)%	900 г

$$\frac{300}{900}=\frac{80-x}{x-60};$$

$$x-60=240-3x;$$

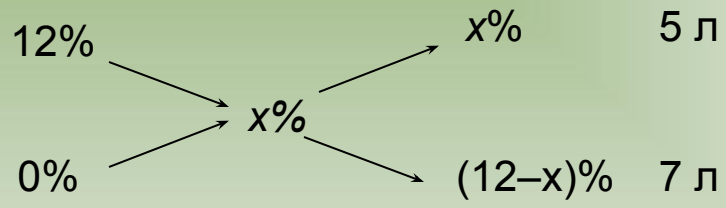
$$4x=300;$$

$$x=75.$$

Ответ: 75%.

Задача 6. **В сосуд, содержащий 5 литров 12-процентного водного раствора некоторого вещества, добавили 7 литров воды. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?**

Решение:



$$\frac{x}{12-x}=\frac{5}{7};$$

$$7x=60-5x;$$

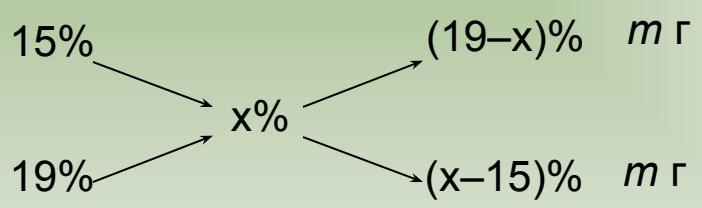
$$12x=60;$$

$$x=5.$$

Ответ: 5%.

Задача 7. **Смешали некоторое количество 15-процентного раствора некоторого вещества с таким же количеством 19-процентного раство-ра этого вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?**

Решение:



$$\frac{19-x}{x-15}=\frac{m}{m};$$

$$19-x=x-15;$$

$$2x=34;$$

$$x=17.$$

Ответ: 17%.

Задача 8. **Смешали 4 литра 15-процентного водного раствора некоторого вещества с 6 литрами 25-процентного водного раствора этого же вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?**

Решение:

15%		(25–x)%	4 л
	x%		
25%		(x–15)%	6 л

$$\frac{25-x}{x-15}=\frac{4}{6};$$

$$150-6x=4x-60;$$

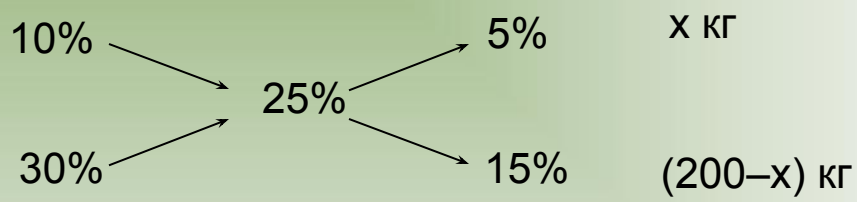
$$10x=210;$$

$$x=21.$$

Ответ: 21%.

Задача 9. **Имеется два сплава. Первый содержит 10% никеля, второй — 30% никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 200 кг, содержащий 25% никеля. На сколько килограммов масса первого сплава меньше массы второго?**

Решение:



1) $\frac{5}{15}=\frac{x}{200-x}$;

$\frac{x}{200-x}=\frac{1}{3}$;

$3x=200-x$;

$4x=200$;

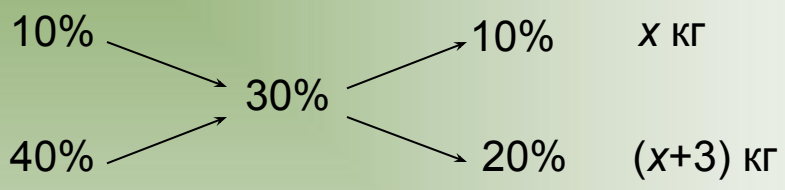
$x=50$ *(кг) – 1-й сплав;*

2) $200-50=150$ *(кг) – 2-й сплав;*

3) $150-50=100$ *(кг) – разница.*

Ответ: на 100 кг.

Задача 10. **Первый сплав содержит 10% меди, второй — 40% меди. Масса второго сплава больше массы первого на 3 кг. Из этих двух сплавов получили третий сплав, содержащий 30% меди. Найдите массу третьего сплава. Ответ дайте в килограммах.**



Решение:

1) $\frac{10}{20}=\frac{x}{x+3}$;

$\frac{x}{x+3}=\frac{1}{2}$;

$2x=x+3$;

$x=3$ *(кг) — 1-й сплав;*

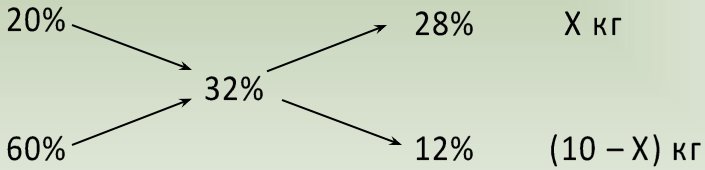
2) $3+3=6$ *(кг) — 2-й сплав;*

3) $3+6=9$ *(кг) — 3-й сплав.*

Ответ: 9 *кг*.

Задача 11. **По дороге ТУДА Винни Пух нашел дупло с мёдом. По его ощущениям этот мёд, к сожалению, только лишь на одну пятую часть правильный (остальные четыре пятые – неправильные). В дупле же, найденном по дороге ОБРАТНО, мёд на 60% правильный. Сколько килограммов мёда нужно взять из первого и второго(10 – X) кг дупла, чтобы в общей сложности получить 10 кг меда, содержащего 32% правильного?**

Решение:



1) $\frac{28}{12} = \frac{x}{10 - x}$;

$7(10 - x) = 3x$;

$10x = 70$;

$x = 7$ (кг)

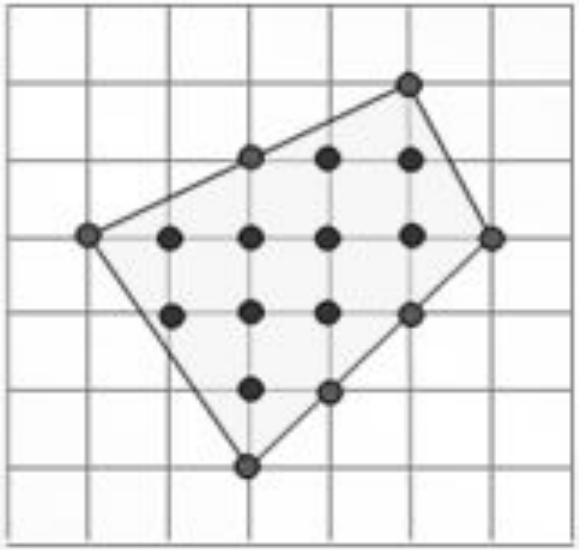
2) 10 – 7 = 3 (кг).

Ответ: 7 килограммов из первого и 3 килограмма из второго дупла.

Формула Пика

$$В + Г/2 - 1$$

В - количество целочисленных точек внутри многоугольника, а Г — количество целочисленных точек на границе многоугольника.



В = 10, Г = 7,
В + Г/2 −1 = 10 + 7:2 −1 = 12,5

БЛАГОДАРЮ ЗА ВНИМАНИЕ