

Нестандартные способы решения задач на смеси и сплавы



Теоретическая часть



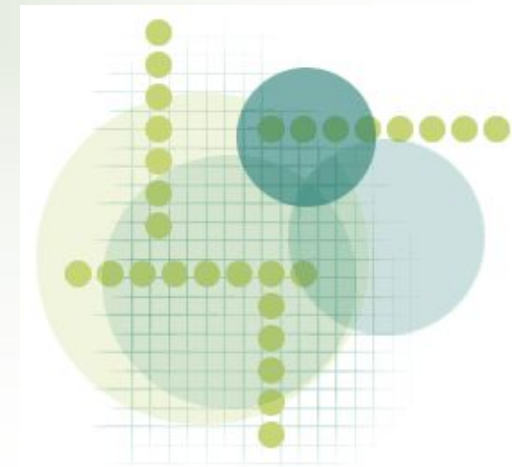
Теоретические основы решения задач «на смеси, сплавы»

Примем некоторые допущения:

- Все получающиеся сплавы или смеси однородны.
- При решении этих задач считается, что масса смеси нескольких веществ равна сумме масс компонентов.
- **Определение.** *Процентным содержанием (концентрацией) вещества в смеси называется отношение его массы к общей массе всей смеси. Это отношение может быть выражено либо в дробях, либо в процентах.*

Терминология:

- *процентное содержание вещества;*
- *концентрация вещества;*
- *массовая доля вещества.* Всё это синонимы.



Правило креста или квадрат Пирсона

Пусть требуется приготовить раствор определенной концентрации. В распоряжении имеется два раствора с более высокой и менее высокой концентрацией, чем нужно.

Если обозначить массу первого раствора через m_1 , а второго – через m_2 , то при смешивании общая масса смеси будет складываться из суммы этих масс.

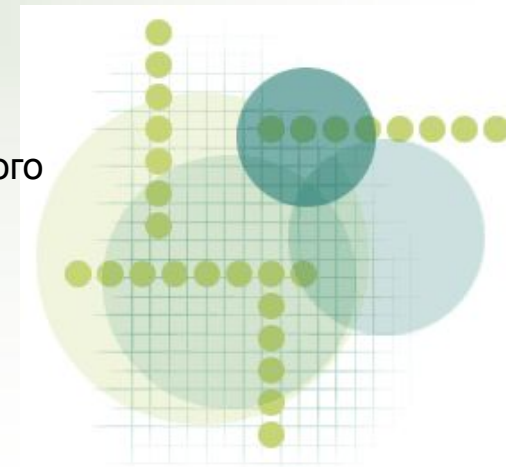
Пусть массовая доля растворённого вещества в первом растворе – ω_1 , во втором – ω_2 , а в их смеси – ω_3 . Тогда общая масса растворённого вещества в смеси будет складываться из масс растворённого вещества в исходных растворах:

$$m_1 \omega_1 + m_2 \omega_2 = \omega_3 (m_1 + m_2),$$

$$m_1 (\omega_1 - \omega_3) = m_2 (\omega_3 - \omega_2),$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{(\omega_3 - \omega_2)}{(\omega_1 - \omega_3)}$$

Очевидно, что отношение массы первого раствора к массе второго раствора есть отношение разности массовых долей растворённого вещества в смеси и во втором растворе к разности соответствующих величин в первом растворе и в смеси.



При решении задач на растворы с разными концентрациями чаще всего применяют диагональную схему правила смешения или квадрат Пирсона.

При расчётах записывают одну над другой массовые доли растворённого вещества в исходных растворах, справа между ними – его массовую долю в растворе, который нужно приготовить, и вычитают по диагонали из большего меньшее значение.

Разности их вычитаний показывают массовые доли для первого и второго растворов, необходимые для приготовления нужного раствора.

$$\begin{array}{ccc} \omega_1 & \searrow & \omega_3 \\ & \nearrow & \omega_3 - \omega_2 \\ \omega_2 & \nearrow & \omega_1 - \omega_3 \\ & \searrow & \end{array}$$

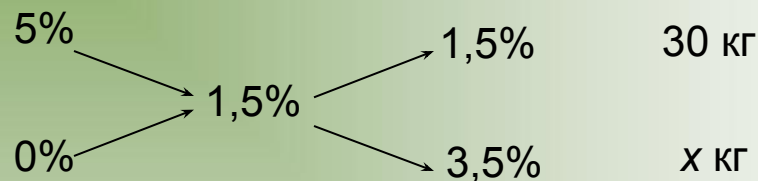


Практическая часть



Задача 1. Морская вода содержит 5% соли (по массе). Сколько пресной воды нужно добавить к 30 кг морской воды, чтобы концентрация соли составила 1,5%?

Решение:



$$\frac{30}{x} = \frac{1,5}{3,5};$$

$$x = \frac{30 \cdot 3,5}{1,5};$$

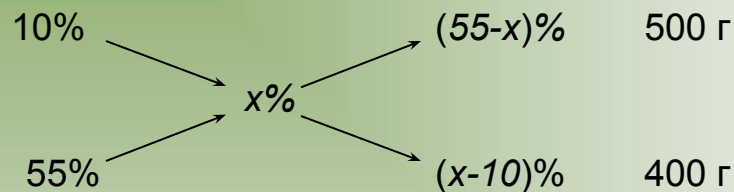
$$x = 7.$$

Ответ: 7 килограммов.



Задача 3. Смешали 500 г 10%-го раствора соли и 400 г 55%-го раствора соли. Определите концентрацию соли в смеси.

Решение:



$$\frac{500}{400} = \frac{55 - x}{x - 10};$$

$$\frac{5}{4} = \frac{55 - x}{x - 10};$$

$$5x - 50 = 220 - 4x;$$

$$9x = 270;$$

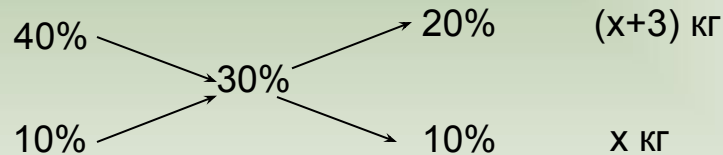
$$x = 30.$$

Ответ: концентрация соли в смеси двух исходных растворов 30%.



Задача 4. Имеются два слитка, содержащие медь. Масса второго слитка на 3 кг больше, чем масса первого слитка. Процентное содержание меди в первом слитке – 10%, во втором – 40%. После сплавления этих двух слитков, получился слиток, процентное содержание меди в котором 30%. Определить массу полученного слитка.

Решение:



$$1) \frac{x+3}{x} = \frac{20}{10};$$

$$x+3 = 2x;$$

$$x = 3;$$

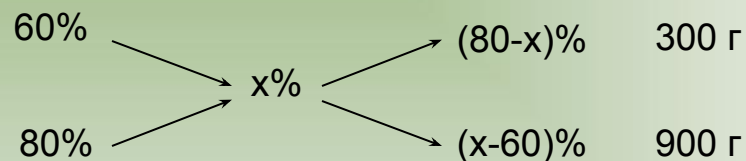
$$2) 6 + 3 = 9 \text{ (кг)}.$$

Ответ: 9 килограммов.



Задача 5. Сплавляли 300 г сплава олова и меди, содержащего 60% олова, и 900г сплава олова и меди, содержащего 80% олова. Сколько процентов олова в получившемся сплаве?

Решение:



$$\frac{300}{900} = \frac{80 - x}{x - 60};$$

$$x - 60 = 240 - 3x;$$

$$4x = 300;$$

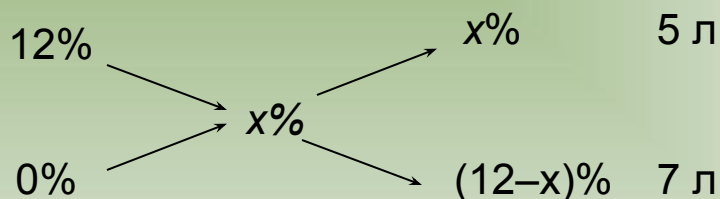
$$x = 75.$$

Ответ: 75%.



Задача 6. В сосуд, содержащий 5 литров 12-процентного водного раствора некоторого вещества, добавили 7 литров воды. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Решение:



$$\frac{x}{12-x} = \frac{5}{7};$$

$$7x = 60 - 5x;$$

$$12x = 60;$$

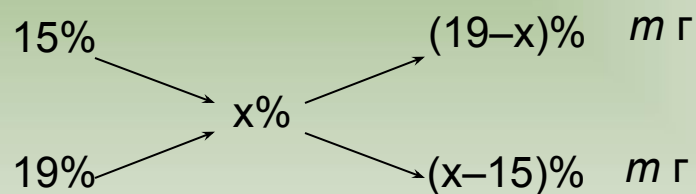
$$x = 5.$$

Ответ: 5%.



Задача 7. Смешали некоторое количество 15-процентного раствора некоторого вещества с таким же количеством 19-процентного раствора этого вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Решение:



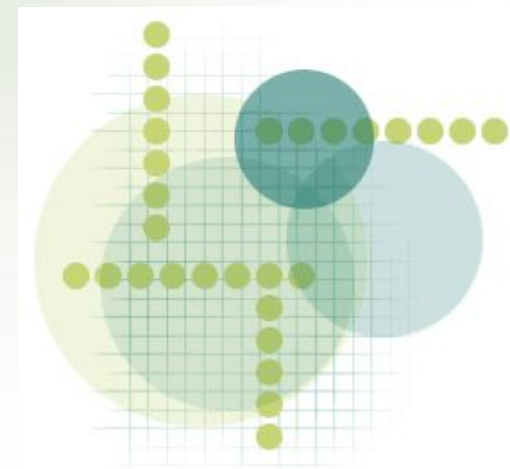
$$\frac{19-x}{x-15} = \frac{m}{m};$$

$$19-x = x-15;$$

$$2x = 34;$$

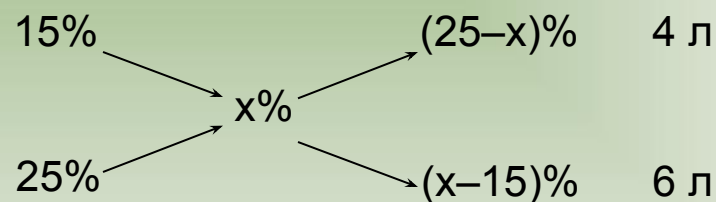
$$x = 17.$$

Ответ: 17%.



Задача 8. Смешали 4 литра 15-процентного водного раствора некоторого вещества с 6 литрами 25-процентного водного раствора этого же вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Решение:



$$\frac{25 - x}{x - 15} = \frac{4}{6};$$

$$150 - 6x = 4x - 60;$$

$$10x = 210;$$

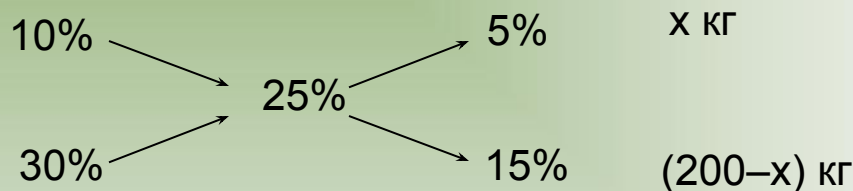
$$x = 21.$$

Ответ: 21%.



Задача 9. Имеется два сплава. Первый содержит 10% никеля, второй — 30% никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 200 кг, содержащий 25% никеля. На сколько килограммов масса первого сплава меньше массы второго?

Решение:



$$1) \frac{5}{15} = \frac{x}{200-x};$$

$$\frac{x}{200-x} = \frac{1}{3};$$

$$3x = 200 - x;$$

$$4x = 200;$$

$$x = 50 \text{ (кг)} - 1\text{-й сплав};$$

$$2) 200 - 50 = 150 \text{ (кг)} - 2\text{-й сплав};$$

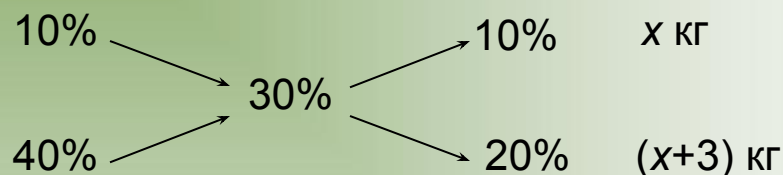
$$3) 150 - 50 = 100 \text{ (кг)} - \text{разница.}$$

Ответ: на 100 кг.



Задача 10. Первый сплав содержит 10% меди, второй — 40% меди. Масса второго сплава больше массы первого на 3 кг. Из этих двух сплавов получили третий сплав, содержащий 30% меди. Найдите массу третьего сплава. Ответ дайте в килограммах.

Решение:



$$1) \quad \frac{10}{20} = \frac{x}{x+3};$$

$$\frac{x}{x+3} = \frac{1}{2};$$

$$2x = x + 3;$$

$$x = 3 \text{ (кг)} \text{ — 1-й сплав;}$$

$$2) \quad 3 + 3 = 6 \text{ (кг)} \text{ — 2-й сплав;}$$

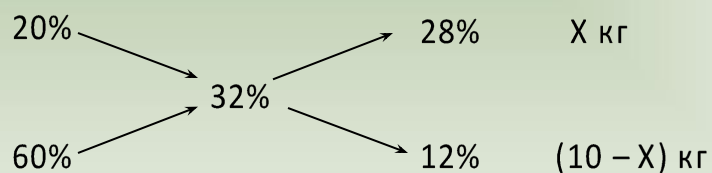
$$3) \quad 3 + 6 = 9 \text{ (кг)} \text{ — 3-й сплав.}$$

Ответ: 9 кг.



Задача 11. По дороге ТУДА Винни Пух нашел дупло с мёдом. По его ощущениям этот мёд, к сожалению, только лишь на одну пятую часть правильный (остальные четыре пятые – неправильные). В дупле же, найденном по дороге ОБРАТНО, мёд на 60% правильный. Сколько килограммов мёда нужно взять из первого и второго (10 – X) кг дупла, чтобы в общей сложности получить 10 кг меда, содержащего 32% правильного?

Решение:



$$1) \frac{28}{12} = \frac{x}{10 - x};$$

$$7(10 - x) = 3x;$$

$$10x = 70;$$

$$x = 7 \text{ (кг)}$$

$$2) 10 - 7 = 3 \text{ (кг)}.$$

Ответ: 7 килограммов из первого и 3 килограмма из второго дупла.



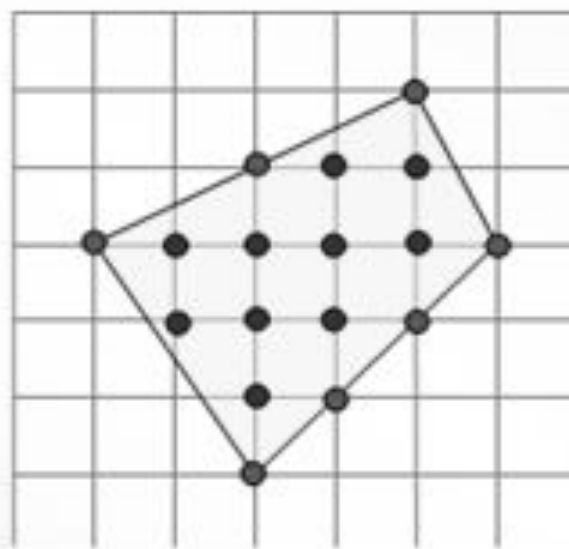
Формула Пика

$$B + \Gamma/2 - 1$$

B - количество
целочисленных точек
внутри многоугольника, а
 Γ — количество
целочисленных точек на
границе многоугольника.

$$B = 10, \Gamma = 7,$$

$$B + \Gamma/2 - 1 = 10 + 7/2 - 1 = 12,5$$



БЛАГОДАРЮ
ЗА
ВНИМАНИЕ

