
Решение треугольников

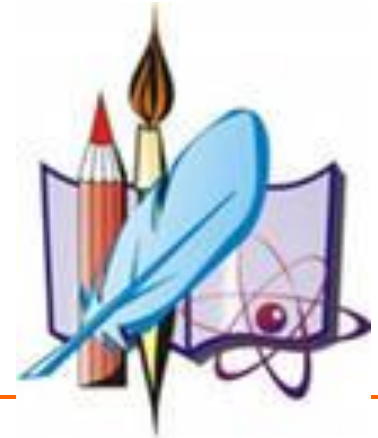


Урок по геометрии в 9 классе

учитель математики Бурмирова Елена Сергеевна

Цели и задачи урока:

- Обобщить и закрепить знания теорем синусов и косинусов при решении задач
- Отработать нахождение неизвестных элементов в треугольнике
- Развивать навыки самостоятельной работы и самооценки
- Воспитывать интерес к математике



Ход урока

- Оргмомент
- Устная разминка
- Закрепление изученного материала
- Промежуточный контроль (тест)
- Домашнее задание



Устная разминка

(теорема СИНУСОВ и КОСИНУСОВ)

Проверь себя !

1

2

3

4

5

6

7

8

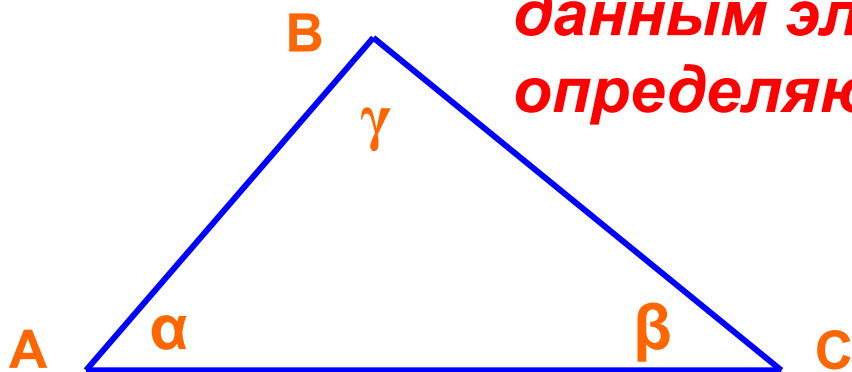


Продолжи предложение:

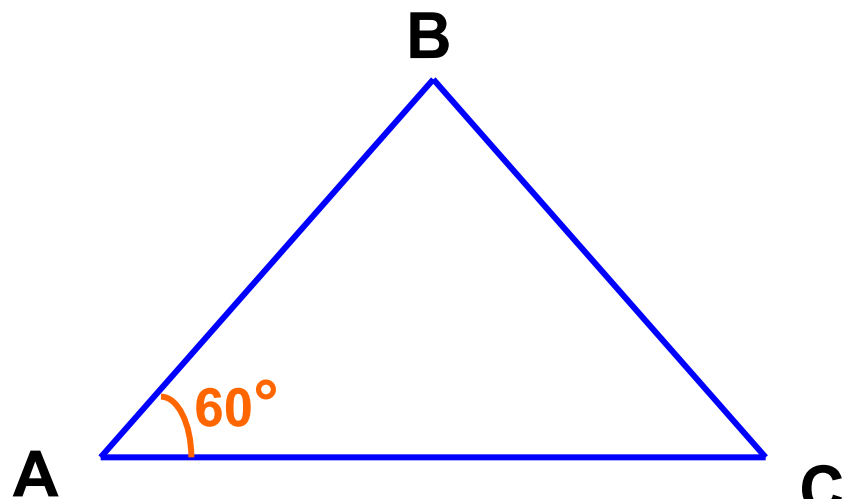
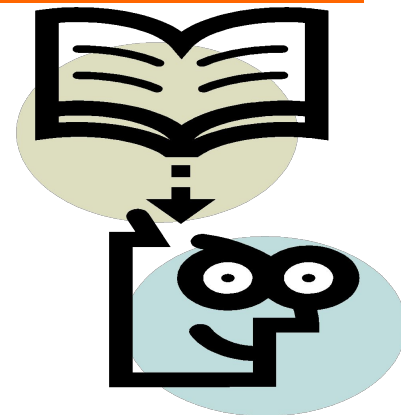
Решение треугольников - ...



нахождение всех его шести элементов (трех сторон и трех углов) по каким – нибудь трем данным элементам, определяющим треугольник



Вычисли устно



Дано: $D = 8$
 $\angle BAC = 60^\circ$

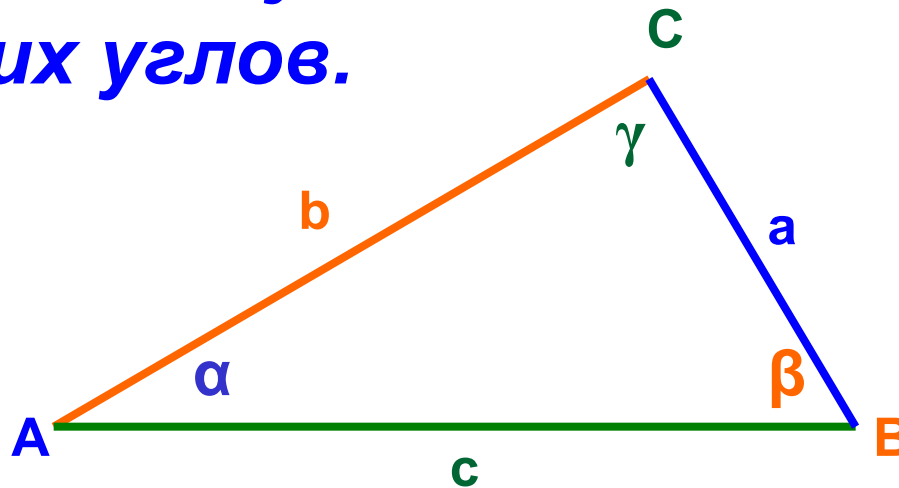
Найти: BC

Ответ: $4\sqrt{3}$



Теорема синусов

Стороны треугольника пропорциональны синусам противолежащих углов.

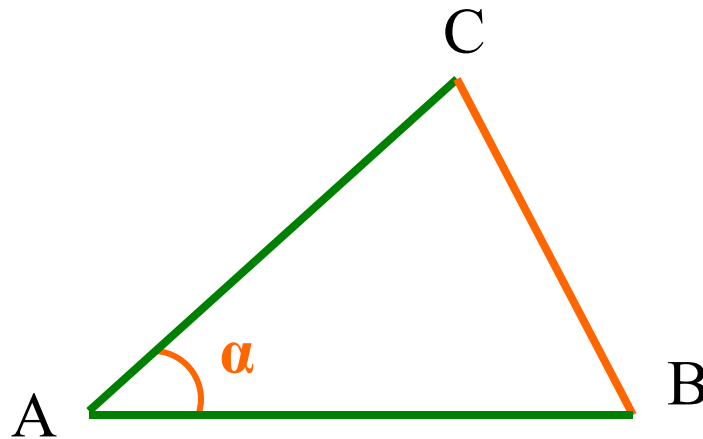


$$a/\sin\alpha = b/\sin\beta = c/\sin\gamma$$



Теорема косинусов

Квадрат любой стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон без удвоенного произведения этих сторон на косинус угла между ними.



$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos \alpha$$



Соединить линиями части фраз, соответствующие друг другу (в треугольнике DEF угол E – наибольший).

Если $\cos E > 0$, то *треугольник DEF – прямоугольный.*
Если $\cos E = 0$, то *треугольник DEF – тупоугольный.*
Если $\cos E < 0$, то *треугольник DEF – остроугольный.*



Заполнить пропуски в равенствах.

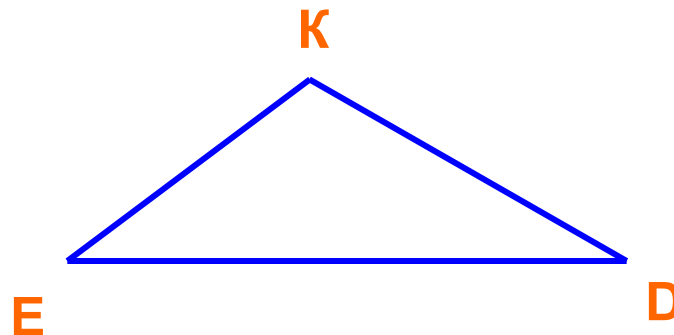


Дан треугольник DEK.

а) $\frac{DE}{\sin K} = \frac{EK}{\sin D}$

б) $\frac{K \cdot D}{\sin E} = \frac{KE}{\sin D}$

в) $DK \cdot \sin K = ED \cdot \sin E.$



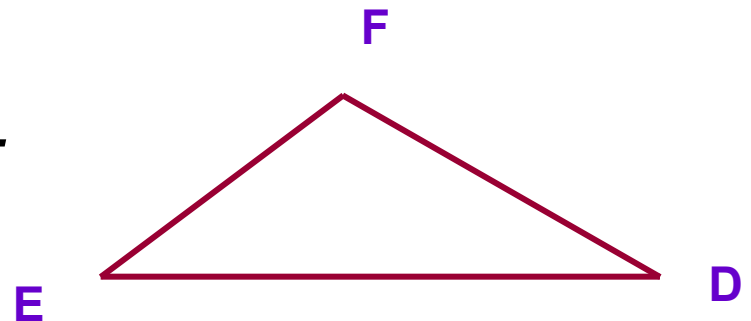
**Дан треугольник DEF.
Выбрать верное равенство.**

a) $DE^2 = EF^2 + DF^2 - EF \cdot DF \cdot \cos E$;

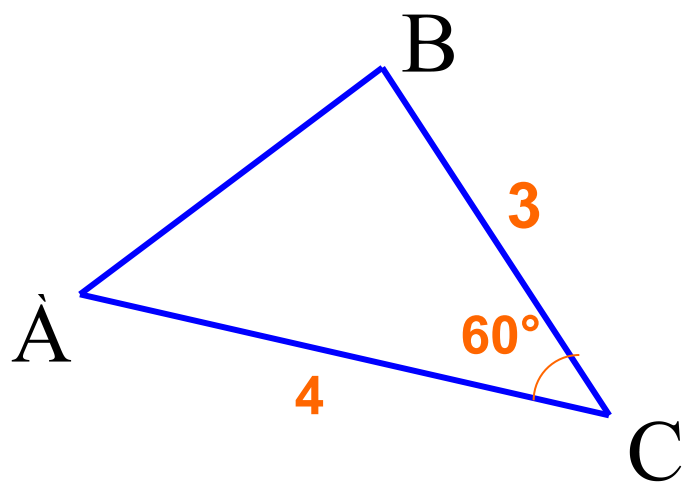
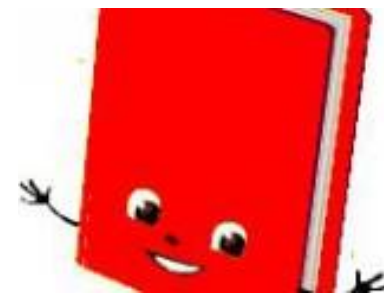
→ б) $EF^2 = DE^2 + DF^2 - 2 \cdot DE \cdot DF \cdot \cos D$;

в) $DF^2 = DE^2 + EF^2$;

г) $DE^2 = EF^2 + DF^2 - 2 \cdot EF \cdot DF \cdot \cos D$.



Вычисли устно



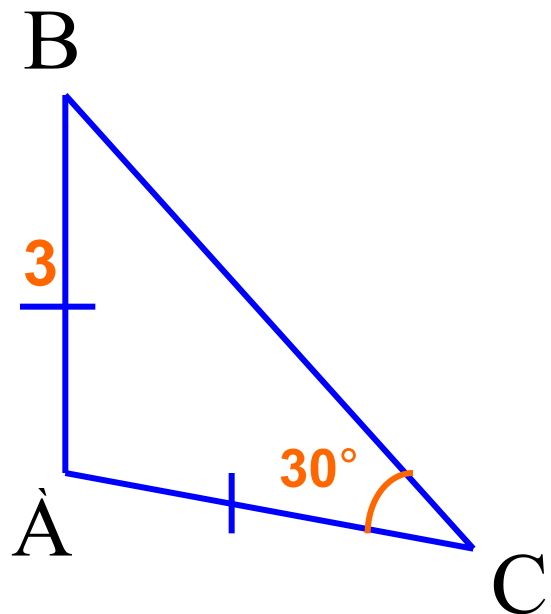
Дано : $AC=4$, $BC=3$
 $\angle ACB=60^\circ$

Найти : AB

Ответ : $AB = \sqrt{13}$



Вычисли устно



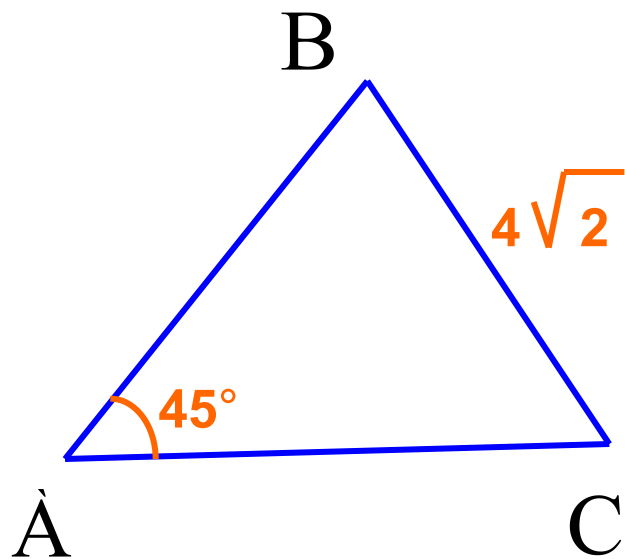
Дано: $AB=3$, $AB=AC$
 $\angle ACB=30^\circ$

Найти: BC

Ответ: $BC = 3\sqrt{2}$



Вычисли устно



Дано: $BC = 4\sqrt{2}$
 $\angle BAC = 45^\circ$

Найти: R

Ответ : 4

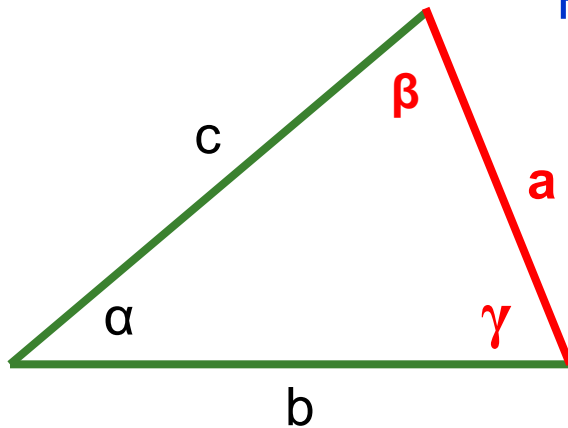


Решение треугольников

Задача № 1.

Дано: $a = 20$ см, $\gamma = 50^\circ$, $\beta = 60^\circ$

Найти: α , b , c .



Решение:

$$\alpha = 180^\circ - (\beta + \gamma)$$

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta}$$

$$b = \frac{a \cdot \sin \beta}{\sin \alpha}$$

$$\alpha = 180^\circ - (50^\circ + 60^\circ) = 70^\circ$$

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

$$c = \frac{a \cdot \sin \gamma}{\sin \alpha}$$

$$b = (20 \cdot \sin 60^\circ) / \sin 70^\circ \approx (20 \cdot 0,866) / 0,9397 \approx 18,4(\text{см})$$

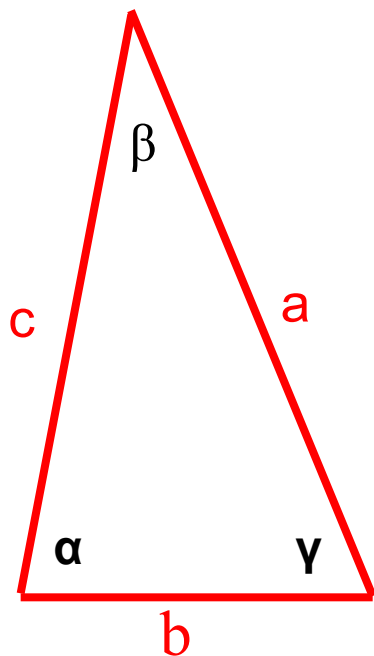
$$c = (20 \cdot \sin 50^\circ) / \sin 70^\circ \approx (20 \cdot 0,766) / 0,9397 \approx 16,3(\text{см})$$

Ответ: 70° ; 18,4 см; 16,3 см.



Решение треугольников

Задача №2.



Дано: $a = 7$ см, $b = 2$ см, $c = 8$ см

Найти: α, β, γ

Решение:

$$\cos \alpha = (b^2 + c^2 - a^2) / (2 \cdot b \cdot c)$$

$$\cos \alpha = (4 + 64 - 49) / (2 \cdot 2 \cdot 8) \approx 0,5938$$

$$\alpha \approx 53^\circ 34'$$

$$\cos \beta = (a^2 + c^2 - b^2) / (2 \cdot a \cdot c)$$

$$\cos \beta = (49 + 64 - 4) / (2 \cdot 7 \cdot 8) \approx 0,9732$$

$$\beta \approx 13^\circ 18'$$

$$\gamma = 180^\circ - (\alpha + \beta); \quad \gamma = 180^\circ - (53^\circ 34' + 13^\circ 18') = 113^\circ 08'$$

Ответ: $53^\circ 34'$; $13^\circ 18'$; $113^\circ 08'$.



Задача №3

Две яхты начинают движение одновременно из одного и того же пункта и двигаются равномерно по прямым, пересекающимися под углом 60° . Скорость первой 70 км/ч, второй 60 км/ч. Вычислить на каком расстоянии друг от друга будут находиться яхты через 3 часа.

Решение:

$$S_1 = 70 \cdot 3 = 210 \text{ (км/ч)}$$

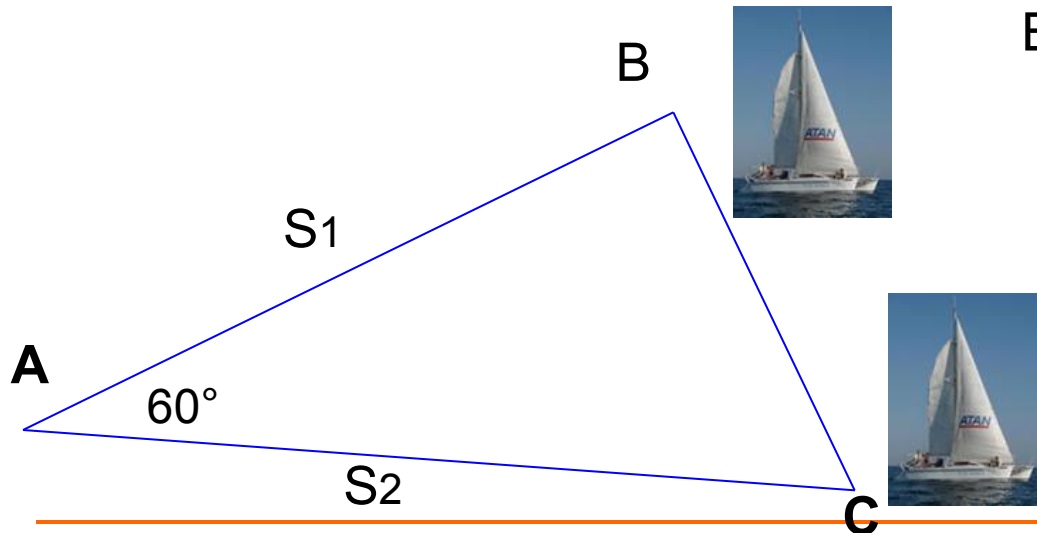
$$S_2 = 60 \cdot 3 = 180 \text{ (км/ч)}$$

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos A$$

$$BC^2 = 210^2 + 180^2 - 2 \cdot 210 \cdot 180 \cdot 0,5$$

$$BC^2 = 38700$$

$$BC \approx 197 \text{ км (т.к. } BC > 0)$$

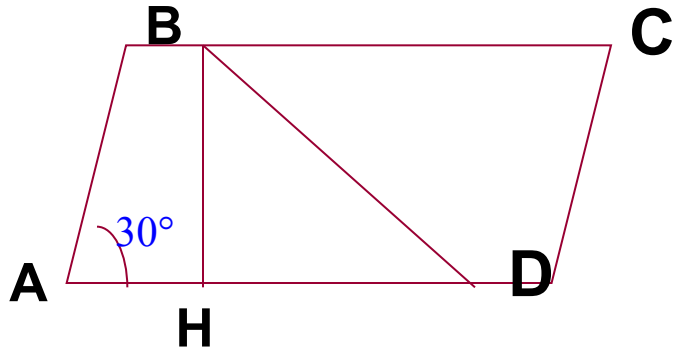


Ответ: 197 км.

Подготовка к экзаменам



Площадь параллелограмма равна $16\sqrt{3}$, $\angle A=30^\circ$, а сторона $BC=4\sqrt{3}$. Найдите диагональ BD .



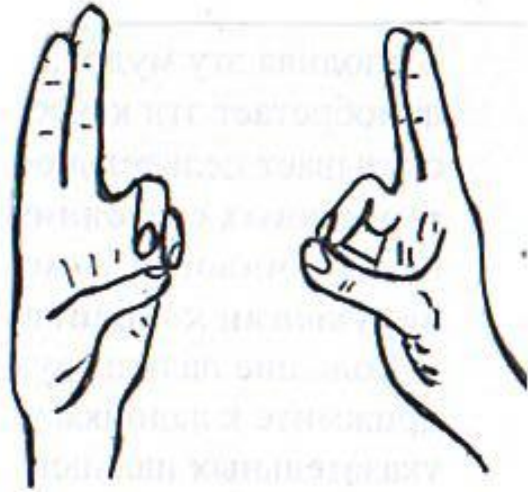
Решение:

1. $BH \perp AD$
2. $S = AD \cdot BH$
 $16\sqrt{3} = 4\sqrt{3} \cdot BH$
 $BH = 4$
3. $\triangle ABH$ -прямоугольный
 $AB = 4 \cdot 2 = 8$ (катет против угла 30°)
4. $\triangle ABD$, по т. косинусов:
 $BD^2 = AB^2 + AD^2 - 2AB \cdot AD \cdot \cos 30^\circ$
 $BD^2 = 64 + 48 - 2 \cdot 8 \cdot 4\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}/2$
 $BD^2 = 16$
т.к $BD > 0$, то $BD = 4$



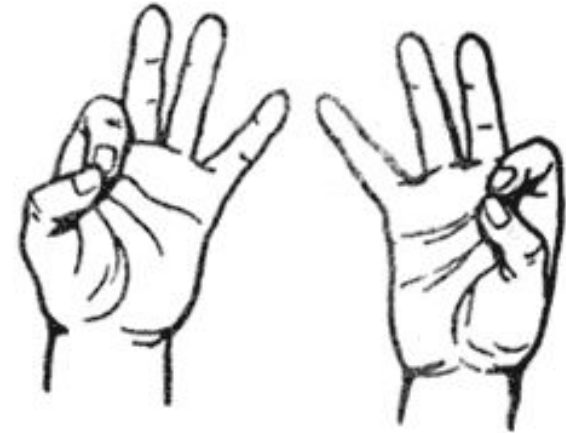
Физкультминутка

Мудра Жизни.



Подушечки мизинца, безымянного и большого пальцев каждой руки соедините вместе, средние и указательные пальцы держите выпрямленными.

Мудра Знания.



Указательный палец легко соединяется с подушечкой большого пальца. Оставшиеся три пальца выпрямлены (не напряжены).



Герберт Спенсер, английский философ, говорил: «Дороги не те знания, которые откладываются в мозгу, как жир, дороги те, которые превращаются в умственные мышцы».



Тест



Вариант 1.

1. Выбери верное утверждение:
 - а) Квадрат любой стороны треугольника равен сумме квадратов двух других его сторон;
 - б) Квадрат любой стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон без удвоенного произведения этих сторон на косинус угла между ними;
 - в) Квадрат любой стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон, минус произведение этих сторон на косинус угла между ними.
2. Для данного треугольника справедливо равенство...
 - а) $\sin \alpha : a = \sin \gamma : b$
 - б) $\sin \gamma : a = \sin \alpha : b$
 - в) $a : b = \sin \alpha : \sin \gamma$
 - г) не ответа
3. В треугольнике CDE известны длины сторон CD и CE. Величину какого угла необходимо знать, чтобы найти длину стороны DE?
 - а) $\angle C$,
 - б) $\angle D$,
 - в) $\angle E$.
4. Стороны треугольника 5 см и 4 см, а угол между ними равен 30° . Найти третью сторону треугольника.
 - а) $\sqrt{7}$ см
 - б) $\sqrt{3}$ см
 - в) 5 см;
 - г) 3 см.
5. Определить вид треугольника со сторонами 5, 6 и 7 см.
 - а) остроугольный;
 - б) равнобедренный;
 - в) тупоугольный;
 - г) прямоугольный.

Вариант 2.

1. Выбери верное утверждение:
 - а) Стороны треугольника пропорциональны синусам противолежащих углов;
 - б) Стороны треугольника обратно пропорциональны синусам противолежащих углов;
 - в) Стороны треугольника пропорциональны синусам прилежащих углов.
2. Для данного треугольника справедливо равенство...
 - а) $a^2 = b^2 + c^2 - b \cdot c \cdot \cos \alpha$
 - б) $b^2 = a^2 + c^2 - 2 a \cdot c \cdot \cos \beta$
 - в) $a^2 = b^2 + c^2 - 2 b \cdot c \cdot \cos \beta$
 - г) нет ответа
3. В треугольнике MNK известны длины сторон MN и NK. Величину какого угла необходимо знать, чтобы найти длину стороны MK?
 - а) $\angle M$,
 - б) $\angle N$,
 - в) $\angle K$.
4. Стороны треугольника 5 см и 3 см, а угол между ними 60° . Найдите третью сторону треугольника.
 - а) 2 см
 - б) $\sqrt{23}$ см
 - в) $\sqrt{19}$ см
 - г) 4,5 см.
5. Определить вид треугольника со сторонами 4, 6 и 9 см.
 - а) остроугольный;
 - б) равнобедренный;
 - в) тупоугольный;
 - г) прямоугольный.



ОТВЕТЫ К ТЕСТУ

1 вариант

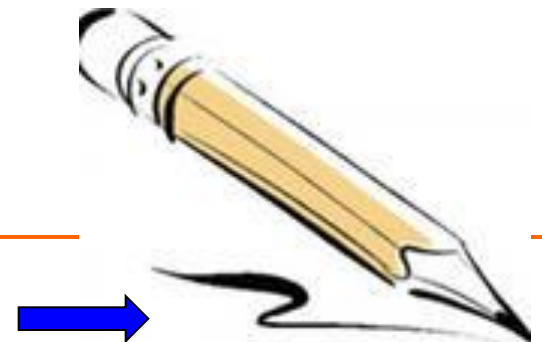
- 1) б
 - 2) г
 - 3) а
 - 4) г
-

5) а

2 вариант

- 1) а
 - 2) б
 - 3) б
 - 4) в
-

5) в



СПАСИБО ЗА ВИНОК

