

# ПЕРЕСЕКАЮЩИЕСЯ И СКРЕЩИВАЮЩИЕСЯ ПРЯМЫЕ

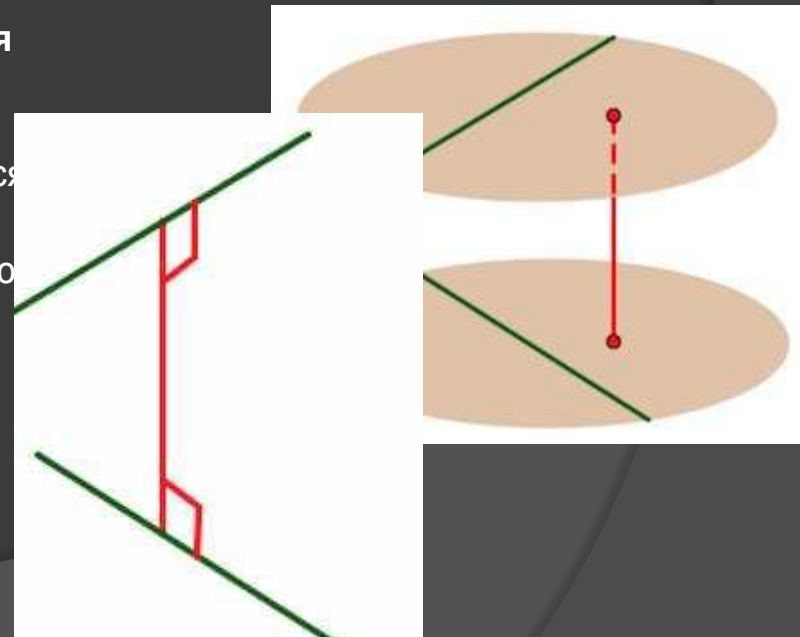
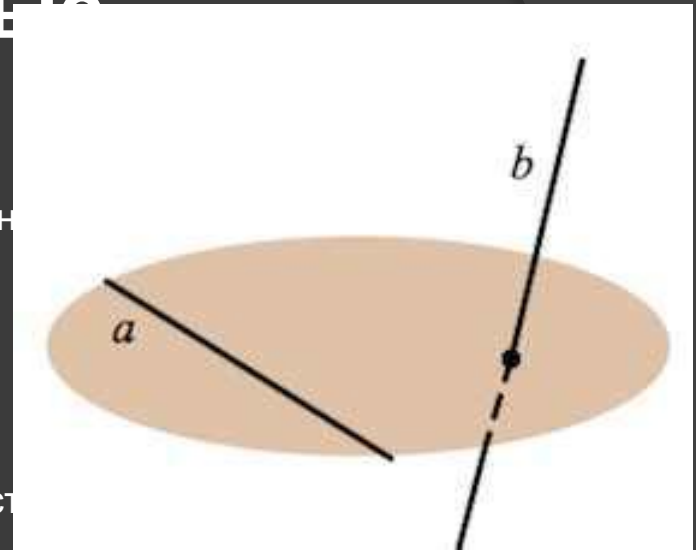
Выполнил: преподаватель математики  
Котилевская Наталья  
Николаевна

# оглавление

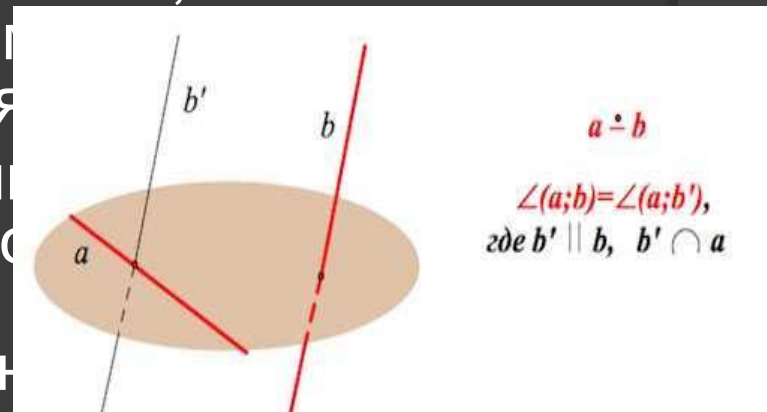
- 1 – титульный лист
- 2 – оглавление
- 3 –Скрещивающиеся прямые
- 4 – теория
- 5 – пример
- 6 – теорема 1
- 7 – теорема 2
- 8 – пересекающиеся прямые
- 9 – свойства
- 10 - Перпендикуляр и наклонная

# Скрещивающиеся прямые

- **Скрещивающиеся прямые** – прямые, которые невозможно поместить в одну плоскость, то есть они не параллельны и не пересекаются.
- Признак: Если одна из прямых лежит в плоскости, а вторая пересекает эту плоскость в точке, отличной от точек первой прямой, **то такие прямые – скрещивающиеся.**
- Расстояние между **скрещивающимися прямыми**: есть расстояние между этими плоскостями.
- **Общий перпендикуляр к двум скрещивающимся прямым**: **Общим перпендикуляром** к двум скрещивающимся прямым называется отрезок, перпендикулярный каждой из двух скрещивающихся прямых, концы которого лежат на этих прямых.
- **Длина общего перпендикуляра** равна расстоянию между скрещивающимися прямыми.



- ◉ **Угол между скрещивающимися прямыми: Углом между двумя скрещивающимися прямыми** называется угол между двумя пересекающимися прямыми, соответственно параллельными данному скрещивающимся прямым.
- ◉ (Одну из прямых можно вполне переносить параллельно самой себе, а ограничиться только параллельным переносом одной из прямых до пересечения со второй).



$a = b$

$a$

$b$



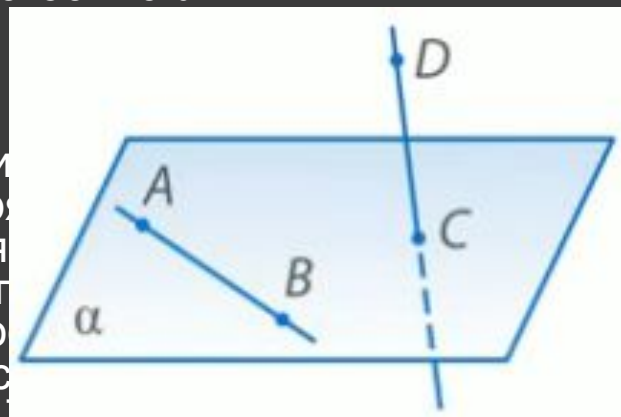
# Теорема 1 (признак скрещивающихся прямых)

- Если одна из двух прямых лежит в некоторой плоскости, а другая прямая пересекает эту плоскость в точке, не лежащей на этой прямой, то эти прямые скрещивающиеся.

- Доказательство*

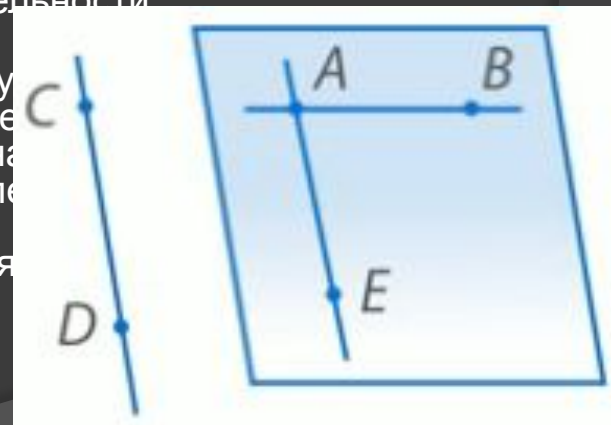
- Пусть нам дана плоскость  $\alpha$ . Прямая  $AB$  лежит в плоскости  $\alpha$ , а прямая  $DC$  пересекается с плоскостью  $\alpha$  в точке  $C$ , которая не лежит на прямой  $AB$  (Рис. Докажем, что прямые  $AB$  и  $DC$  являются скрещивающимися.

- Используем метод от противного. Предположим, существует плоскость  $\beta$ , в которой лежит, и прямая  $DC$ . Тогда в плоскости  $\beta$  лежит прямая  $AB$  и точка  $C$ . Через прямую и точку, не лежащую на ней, проходит единственная плоскость -  $\alpha$ . Значит, такой плоскостью  $\beta$  является плоскость  $\alpha$ , в которой лежит, и прямая  $AB$  и прямая  $DC$ , не скрещивающиеся. То есть, прямые  $AB$  и  $DC$  - скрещивающиеся. Теорема доказана.



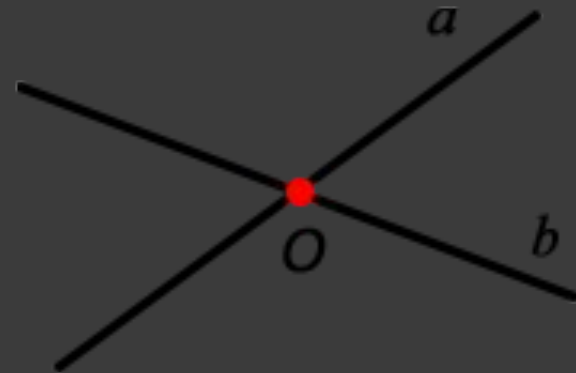
# Теорема 2

- Теорема 2.
- Через каждую из двух скрещивающихся прямых проходит плоскость, параллельная другой прямой, и притом только одна.
- Доказательство.
- Пусть нам даны две скрещивающиеся прямые  $AB$  и  $CD$ . Докажем, что через прямую  $AB$  проходит плоскость, параллельная прямой  $CD$ , и притом только одна.
- Проведем через точку  $A$  прямую  $AE$ , параллельную прямой  $DC$  (Рис. 6.). По теореме о параллельных прямых, такая прямая существует и единственная. Тогда через две пересекающиеся прямые  $AB$  и  $AE$  можно провести единственную плоскость  $\alpha$ . Так как прямая  $DC$ , которая не лежит в плоскости  $\alpha$ , параллельна прямой  $AE$ , лежащей в плоскости  $\alpha$ , значит, что прямая  $DC$  параллельна плоскости  $\alpha$ , по признаку параллельности прямой и плоскости. Существование доказано.
- Докажем единственность такой плоскости. Пусть существует плоскость  $\beta$ , которая проходит через прямую  $AB$  и параллельна прямой  $DC$ . Тогда прямая  $AE$  пересекает плоскость  $\beta$ , а значит, параллельная ей прямая  $DC$  пересекает плоскость  $\beta$ , по лемме, что противоречит предположению, что  $DC$  параллельна плоскости  $\beta$ . Получили противоречие. Следовательно, плоскость  $\alpha$  – единственная. Теорема доказана.



# Пересекающиеся прямые

- ⦿ **Пересекающиеся прямые** - это прямые, лежащие в одной плоскости и имеющие одну общую точку, которую называют **точкой пересечения прямых**.
- ⦿ Говорят: прямые  $a$  и  $b$  пересекаются в точке  $O$ . Точка  $O$  лежит и на прямой  $a$ , и на прямой  $b$ . Точка  $O$  является точкой пересечения прямых  $a$  и  $b$ .
- ⦿ **Точка пересечения** – это точка, общая для двух или более геометрических фигур.

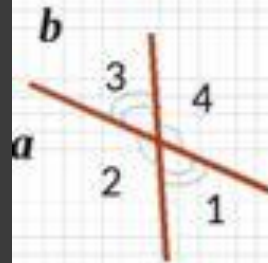




# Свойства

- Свойства: Пересекающиеся прямые  
1.  $\angle 3$  и  $\angle 4$  – смежные  
 $\angle 1$  и  $\angle 2$  – смежные  $\angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$   
 $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$   
2.  $\angle 1$  и  $\angle 3$  – вертикальные  $\angle 2$  и  $\angle 4$  – вертикальные  
 $\angle 1 = \angle 3$   $\angle 2 = \angle 4$   
a b 3 1 2 4  
При пересечении двух прямых образуются две пары углов – вертикальные и смежные. Вертикальные углы равны.

## Тетрадь по теории. Пересекающиеся прямые



1.  $\angle 3$  и  $\angle 4$  – смежные

$\angle 1$  и  $\angle 2$  – смежные

$\angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$

$\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$

2.  $\angle 1$  и  $\angle 3$  – вертикальные

$\angle 2$  и  $\angle 4$  – вертикальные

$\angle 1 = \angle 3$

$\angle 2 = \angle 4$

При пересечении двух прямых образуются две пары углов – вертикальные и смежные. Вертикальные углы равны.

# Перпендикуляр и наклонная

При пересечении вертикальной и горизонтальной прямой линии образуется четыре прямых угла. Такие линии, относительно друг к другу, называются **перпендикулярными линиями** или просто **перпендикулярами**:

- Прямые  $a$  и  $b$  взаимно перпендикулярны. Перпендикулярность обозначается символом  $\perp$ , то есть  $a \perp b$  или  $b \perp a$ . Каждая из этих прямых называется перпендикуляром относительно другой прямой:  $a$  – перпендикуляр к  $b$ , и  $b$  – перпендикуляр к  $a$ .
- Даже если прямые не являются вертикальной и горизонтальной линиями, но при пересечении образуют четыре прямых угла, то они всё равно являются перпендикулярными:
- Если прямая линия пересекает другую не под прямым углом, то такая линия называется **наклонной** к прямой, которую она пересекает. При этом образуется четыре угла: два из них будут острыми и два тупыми:
- Образованные острые углы равны и относительно друг друга будут называться вертикальными углами. То же самое можно сказать и об образованных тупых углах – они равные и вертикальные.

