

# Презентация к проекту по математике Теорема Пифагора

Автор  
ученица 5 «В» класса  
Касаткина Анастасия  
Руководитель проекта:  
учитель математики  
Чухманова Наталия Викторовна

# ВВЕДЕНИЕ

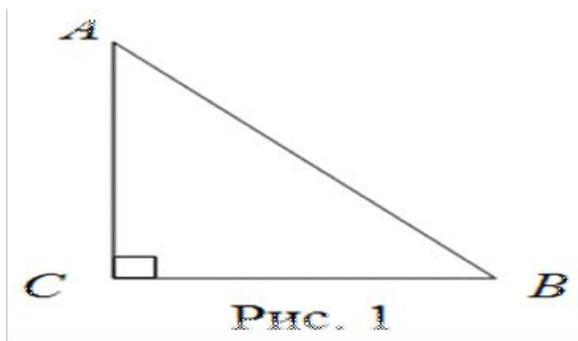
- ▣ Теорема Пифагора представляет большой интерес - это фундамент, основа всех математических вычислений, расчетов и многих изобретений. Считаю, что его труды и великие открытия, которые он произвел, до сих пор актуальны, так как находят свое применение во многих отраслях науки и жизнедеятельности всего человечества. Куда бы мы ни посмотрели, везде можно увидеть плоды его великих идей, воплощенные в различные реалии современной жизни.



- **Пифагор Самосский** - великий греческий ученый. Его имя знакомо каждому школьнику. Про жизнь Пифагора известно очень мало, с его именем связано большое число легенд. Пифагор - один из самых известных ученых, но и самая загадочная личность, человек-символ, философ и пророк. Он был властителем дум и проповедником созданной им религии. Его обожествляли и ненавидели... Так кто же ты, Пифагор?
- Он родился около 580-500 гг. до н. э. на острове Самос, далеко от Греции. Отцом Пифагора был Мнесарх, резчик по драгоценным камням. Имя же матери считается неизвестным, но при изучении одного из источников я выяснила, что мать звали Парфенисой. По многим свидетельствам, родившийся мальчик был сказочно красив, а вскоре проявил и свои незаурядные способности.
- Для нас Пифагор - математик. В древности было иначе. Для своих современников Пифагор прежде всего был религиозным пророком, воплощением высшей божественной мудрости. Одни называли его математиком, философом, другие - шарлатаном. Интересен и тот факт, что Пифагор первым и четыре раза подряд был олимпийским чемпионом по кулачному бою.

# История открытия и доказательства теоремы Пифагора.

С его именем связано многое в математике и в первую очередь, конечно, теорема, носящая его имя. Это теорема Пифагора. В настоящее время все согласны с тем, что эта теорема не была открыта Пифагором. Она была известна еще до него. Ее частные случаи знали в Китае, Вавилонии, Египте.



Исторический обзор начинается с древнего Китая. Здесь особое внимание привлекает математическая книга Чу-пей. В этом сочинении так говорится о пифагоровом треугольнике со сторонами 3, 4 и 5: *"Если прямой угол разложить на составные части, то линия, соединяющая концы его сторон, будет 5, когда основание есть 3, а высота 4"*.

Кантор (крупнейший немецкий историк математики) считает, что равенство  $3^2+4^2=5^2$  было известно уже египтянам еще около 2300 г. до н. э. По мнению Кантора *гарпедонапты*, или "натягиватели веревок", строили прямые углы при помощи прямоугольных треугольников со сторонами 3, 4 и 5. Очень легко можно воспроизвести их способ построения. Возьмем веревку длиной в 12 метров привяжем к ней по цветной полоске на расстоянии 3 метра от одного конца и 4 метра от другого. Прямой угол окажется заключенным между сторонами длиной в 3 и 4 метра.

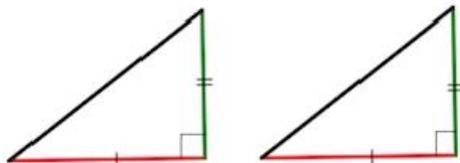
Египетский треугольник — прямоугольный треугольник с соотношением сторон 3:4:5. Особенность такого треугольника, известной ещё со времён античности, является то, что при таком отношении сторон теорема Пифагора даёт целые квадраты как катетов, так и гипотенузы, то есть 9:16:25.

Египетский треугольник является простейшим (и первым известным) из Героновых треугольников — треугольников с целочисленными сторонами и площадями.

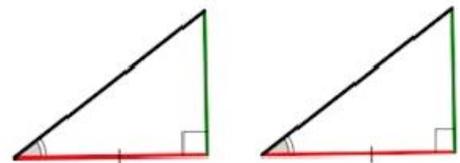
# Прямоугольный треугольник



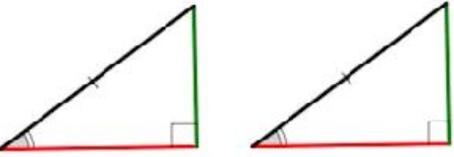
Прямоугольный треугольник – треугольник, в котором один угол прямой (то есть равен  $90^\circ$ ).  
Сторона, противоположная прямому углу, называется гипотенузой прямоугольного треугольника.  
Стороны, прилежащие к прямому углу, называются катетами.  
Признаки равенства прямоугольных треугольников



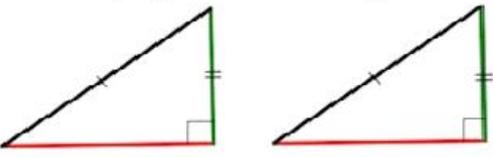
– Если катеты одного прямоугольного треугольника соответственно равны катетам другого прямоугольного треугольника, то такие треугольники равны (по двум катетам).



– Если катет и прилежащий к нему острый угол одного прямоугольного треугольника соответственно равны катету и прилежащему к нему острому углу другого прямоугольного треугольника, то такие треугольники равны (по катету и острому углу).



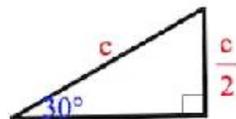
– Если гипотенуза и острый угол одного прямоугольного треугольника соответственно равны гипотенузе и острому углу другого прямоугольного треугольника, то такие треугольники равны (по гипотенузе и острому углу).



– Если гипотенуза и катет одного прямоугольного треугольника равны гипотенузе и катету другого прямоугольного треугольника, то такие треугольники равны (по гипотенузе и катету).

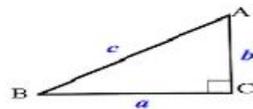
## Свойства прямоугольного треугольника

1.1. Сумма острых углов прямоугольного треугольника равна  $90^\circ$ .



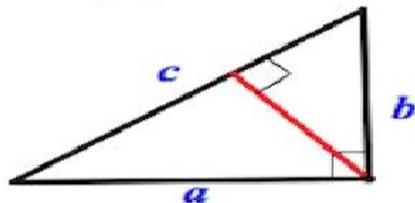
1.2. Катет, противолежащий углу в  $30^\circ$ , равен половине гипотенузы.

И обратно, если в треугольнике катет вдвое меньше гипотенузы, то напротив него лежит угол в  $30^\circ$ .

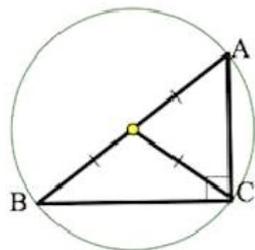


1.3. Теорема Пифагора:  $C^2 = A^2 + B^2$ , где  $A, B$  – катеты,  $C$  – гипотенуза.

#### 1.4. Площадь прямоугольного треугольника с катетами :



1.5. Высота прямоугольного треугольника, проведенная к гипотенузе выражается через катеты и гипотенузу следующим образом:



1.6. Центр описанной окружности – есть середина гипотенузы.

1. 7. Радиус описанной окружности есть половина гипотенузы :

1. 8. Медиана, проведенная к гипотенузе, равна ее половине

# Формулировки теоремы Пифагора

## Геометрическая формулировка:

Изначально теорема была сформулирована следующим образом:

В прямоугольном треугольнике площадь квадрата, построенного на гипотенузе, равна сумме площадей квадратов, построенных на катетах.

## Алгебраическая формулировка:

В прямоугольном треугольнике квадрат длины гипотенузы равен сумме квадратов длин катетов.

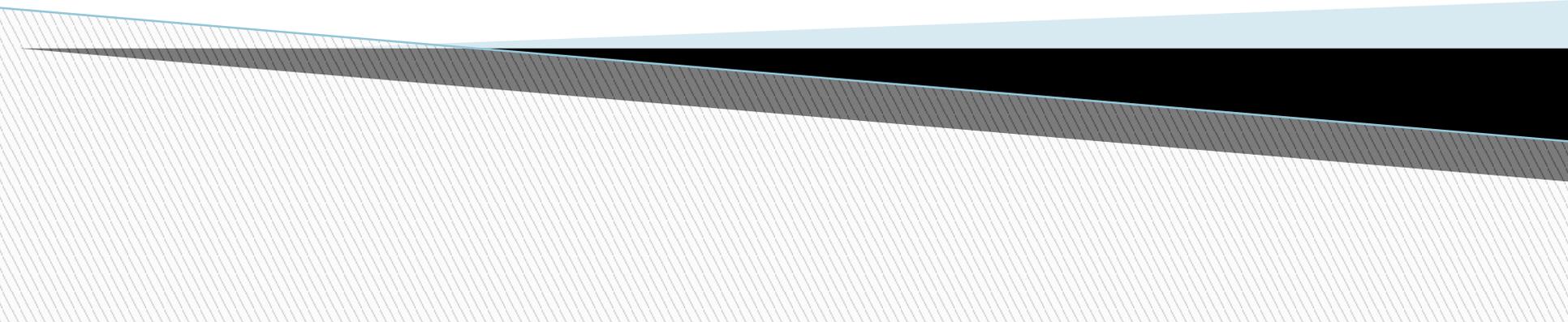
То есть, обозначив длину гипотенузы треугольника через  $c$ , а длины катетов через  $a$  и  $b$  :

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Обе формулировки теоремы эквивалентны, но вторая формулировка более элементарна, она не требует понятия площади.

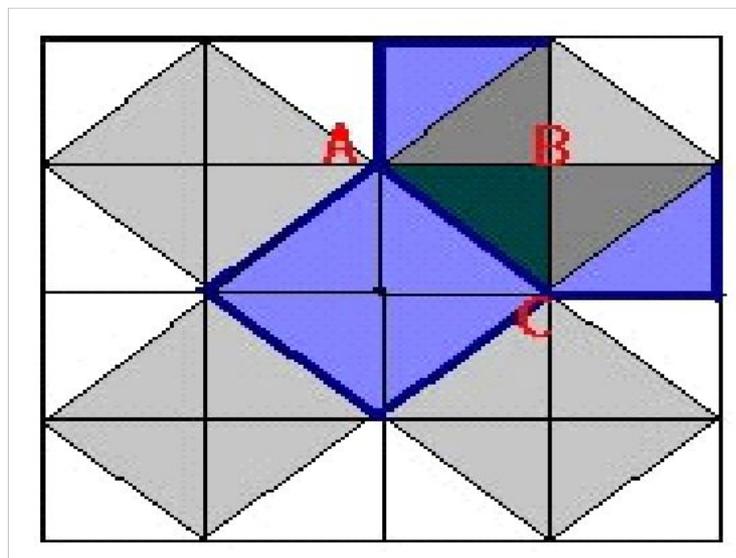
То есть второе утверждение можно проверить, ничего не зная о площади и измерив только длины сторон прямоугольного треугольника.

# Различные способы доказательства теоремы Пифагора.

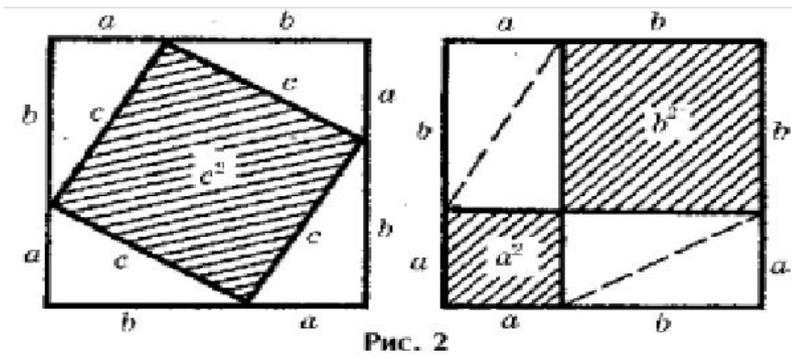


# Простейшее доказательство

Простейшее доказательство теоремы получается в случае равнобедренного прямоугольного треугольника. Вероятно, с него и начиналась теорема



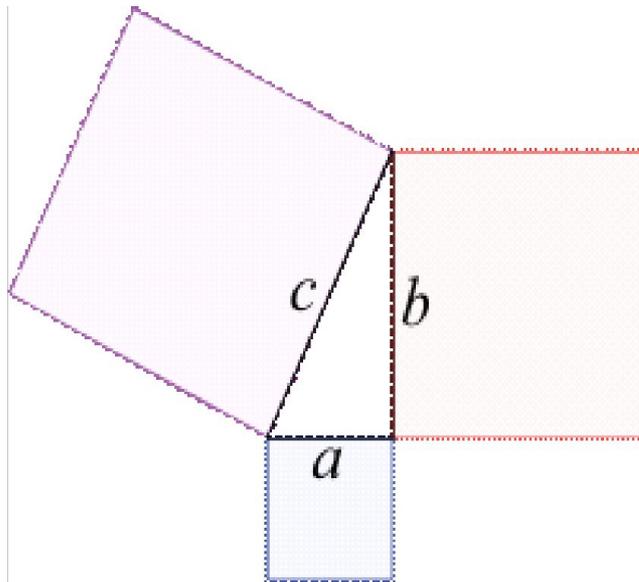
# Метод подобия



Среди доказательств теоремы Пифагора алгебраическим методом первое место (возможно, самое древнее) занимает доказательство, использующее подобие.

# Доказательства методом площадей

- Ниже приведённые доказательства, несмотря на их кажущуюся простоту, вовсе не такие простые. Все они используют свойства площади, доказательства которых сложнее доказательства самой теоремы Пифагора.



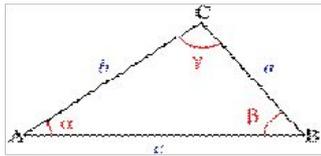
- Расположим четыре равных прямоугольных треугольника так, как показано на рисунке.
- Четырёхугольник со сторонами  $c$  является квадратом, так как сумма двух острых углов  $90^\circ$ , а развёрнутый угол —  $180^\circ$ .
- Площадь всей фигуры равна, с одной стороны, площади квадрата со стороной  $(a+b)$ , а с другой стороны, сумме площадей четырёх треугольников и площади внутреннего квадрата.

$$(a+b)^2 = 4 \cdot (ab/2) + c^2; \quad a^2 + 2ab + b^2 = 2ab + c^2; \quad \text{или} \\ a^2 + b^2 = c^2, \text{ что и требовалось доказать.}$$

# Через определение косинуса угла прямоугольного треугольника

Пусть  $\triangle ABC$  - данный прямоугольный треугольник с прямым углом  $C$ . Проведем высоту  $CD$  из вершины прямого угла  $C$ .

По определению косинуса угла (Косинусом острого угла прямоугольного треугольника называется отношение прилежащего катета к гипотенузе)  $\cos A = AD/AC = AC/AB$ .



Отсюда  $AB \cdot AD = AC^2$ .

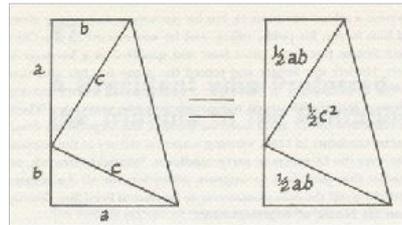
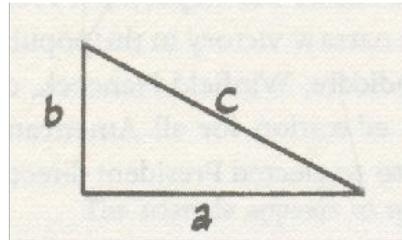
Аналогично  $\cos B = BD/BC = BC/AB$ .

Отсюда  $AB \cdot BD = BC^2$ . Складывая полученные равенства почленно и замечая, что  $AD + DB = AB$ , получим:  $AC^2 + BC^2 = AB(AD + DB) = AB^2$ . Теорема доказана.

Древнекитайское доказательство

Наглядное доказательство теоремы Пифагора принадлежит индусам. Посмотрите внимательно на два квадрата, и вам всё станет ясно. Индусы к этому чертежу добавляли лишь одно слово: «СМОТРИ»

# Доказательство Гарфилда



На рисунке три прямоугольных треугольника составляют трапецию. Поэтому площадь этой фигуры можно находить по формуле площади прямоугольной трапеции, либо как сумму площадей трех треугольников.

# Доказательство Мёльманна

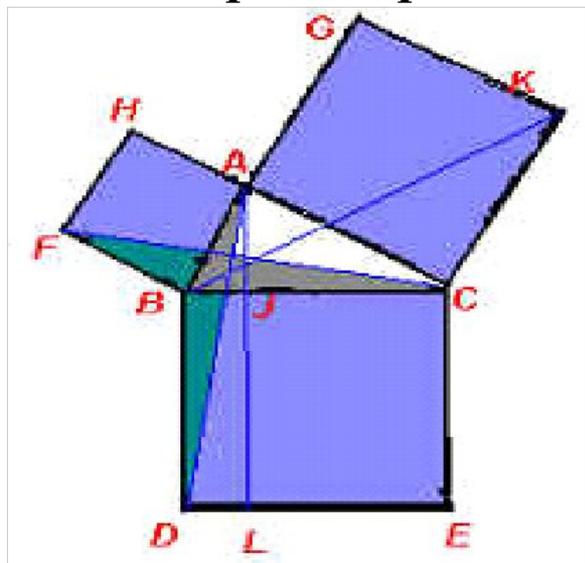


- Площадь данного прямоугольника с одной стороны равна  $0.5 ab$ , с другой  $0.5 pr$ , где  $p$  – полупериметр треугольника,  $r$  – радиус вписанной в него окружности  
(  $r = 0.5(a+b-c)$  ).  $0.5ab = 0.5pr = 0.5(a+b+c) \cdot 0.5(a+b-c)$

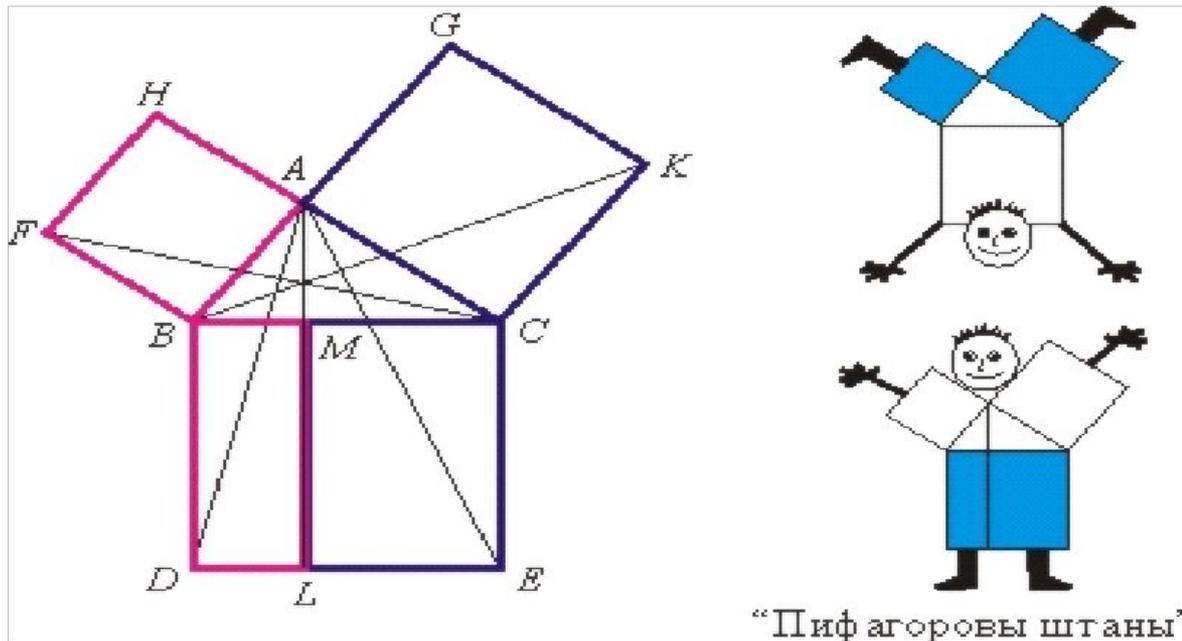
Отсюда следует, что  $c^2 = a^2 + b^2$

# Доказательство Евклида

Идея доказательства Евклида состоит в следующем: попробуем доказать, что половина площади квадрата, построенного на гипотенузе, равна сумме половин площадей квадратов, построенных на катетах, а тогда и площади большого и двух малых квадратов равны.

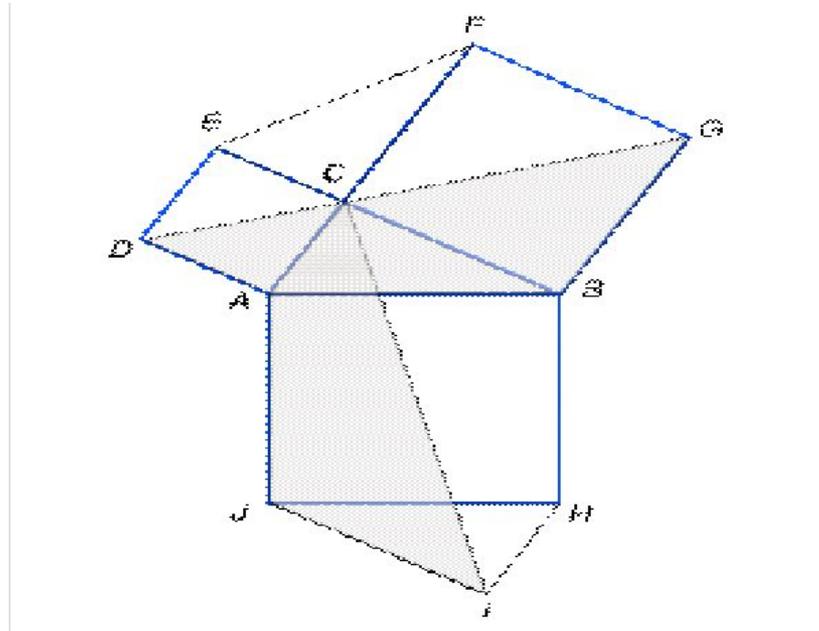


площадь квадрата, построенного на гипотенузе, складывается из площадей квадратов, построенных на катетах.



Данное доказательство также получило название «Пифагоровы штаны».

# Доказательство Леонардо да Винчи



Главные элементы доказательства — симметрия и движение.

# Применение Теоремы Пифагора.

- Теорема Пифагора применяется в строительстве и архитектуре.
- При проектировании любых строительных объектов возникает необходимость вычислять стороны прямоугольных треугольников по известным сторонам. Подобные задачи решаются и в нашей повседневной жизни, используя мет оды теоремы Пифагора.
- В мобильной связи .
- В настоящее время на рынке мобильной связи идет большая конкуренция среди операторов. Чем надежнее связь, чем больше зона покрытия, тем больше потребителей у оператора. При строительстве вышки (антенны) часто приходится решать задачу какую наибольшую высоту должна иметь антенна, чтобы передачу можно было принимать в определенном радиусе. И эти задачи решаются, применив теорему Пифагора.