Презентация к проекту по математике Теорема Пифагора

Автор
ученица 5 «В» класса
Касаткина Анастасия
Руководитель проекта:
учитель математики
Чухманова Наталия Викторовна

ВВЕДЕНИЕ

- Теорема Пифагора представляет большой интерес - это фундамент, основа всех математических вычислений, расчетов и многих изобретений. Считаю, что его труды и великие открытия, которые он произвел, до сих пор актуальны, так как находят свое применение во многих отраслях науки и жизнедеятельности всего человечества. Куда бы мы ни посмотрели, везде можно увидеть плоды его великих идей, воплощенные в различные реалии современной жизни.

- Пифагор Самосский - великий греческий ученый. Его имя знакомо каждому школьнику. Про жизнь Пифагора известно очень мало, с его именем связано большое число легенд. Пифагор - один из самых известных ученых, но и самая загадочная личность, человек-символ, философ и пророк. Он был властителем дум и проповедником созданной им религии. Его обожествляли и ненавидели… Так кто же ты, Пифагор?
- Он родился около 580-500 гг. до н. э. на острове Самос, далеко от Греции. Отцом Пифагора был Мнесарх, резчик по драгоценным камням. Имя же матери считается неизвестным, но при изучении одного из источников я выяснила, что мать звали Парфенисой. По многим свидетельствам, родившийся мальчик был сказочно красив, а вскоре проявил и свои незаурядные способности.
- Для нас Пифагор - математик. В древности было иначе. Для своих современников Пифагор прежде всего был религиозным пророком, воплощением высшей божественной мудрости. Одни называли его математиком, философом, другие - шарлатаном. Интересен и тот факт, что Пифагор первым и четыре раза подряд был олимпийским чемпионом по кулачному бою.

История открытия и доказательства теоремы Пифагора.

С его именем связано многое в математике и в первую очередь, конечно, теорема, носящая его имя. Это теорема Пифагора. В настоящее время все согласны с тем, что эта теорема не была открыта Пифагором. Она была известна еще до него. Ее частные случаи знали в Китае, Вавилонии, Египте.

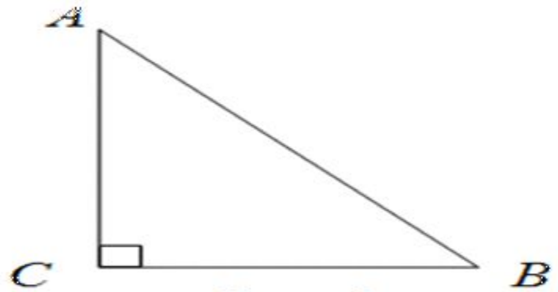


Рис. 1

Исторический обзор начинается с древнего Китая. Здесь особое внимание привлекает математическая кни Чу-пей. В этом сочинении так говорится о пифагоровом треугольнике со сторонами 3, 4 и 5: *"Если прям угол разложить на составные части, то линия, соединяющая концы его сторон, будет 5, когда основан есть 3, а высота 4"*.

Кантор (крупнейший немецкий историк математики) считает, что равенство $3^2+4^2=5^2$ было известно уже египтянам еще около 2300 г. до н. э. По мнению Кантора *гарпедонапты*, ил "натягиватели веревок", строили прямые углы при помощи прямоугольных треугольников со сторонами 3, и 5. Очень легко можно воспроизвести их способ построения. Возьмем веревку длиною в 12 метров привяжем к ней по цветной полоске на расстоянии 3 метра от одного конца и 4 метра от другого. Прям угол окажется заключенным между сторонами длиной в 3 и 4 метра.

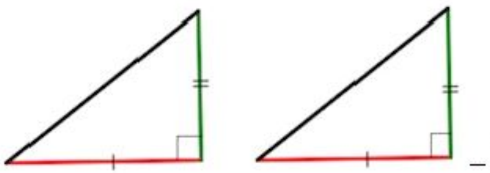
Египетский треугольник — прямоугольный треугольник с соотношением сторон 3:4:5. Особенност такого треугольника, известной ещё со времён античности, является то, что при таком отношении сторон теорема Пифагора даёт целые квадраты как катетов, так и гипотенузы, то есть 9:16:25.

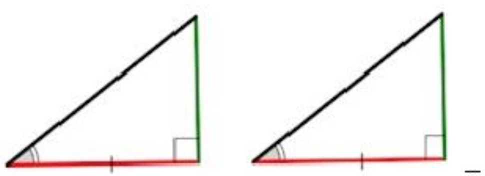
Египетский треугольник является простейшим (и первым известным) из Героновых треугольников — треугольников с целочисленными сторонами и площадями.

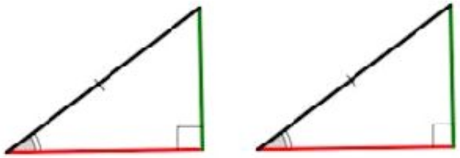
Прямоугольный треугольник

Прямоугольный треугольник – треугольник, в котором один угол прямой (то есть равен 90°). Сторона, противоположная прямому углу, называется гипотенузой прямоугольного треугольника. Стороны, прилежащие к прямому углу, называются катетами.

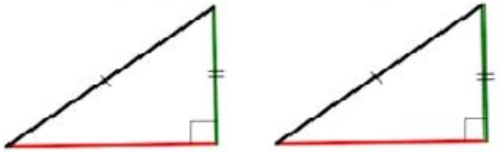
Признаки равенства прямоугольных треугольников


– Если катеты одного прямоугольного треугольника соответственно равны катетам другого прямоугольного треугольника, то такие треугольники равны (по двум катетам).


– Если катет и прилежащий к нему острый угол одного прямоугольного треугольника соответственно равны катету и прилежащему к нему острому углу другого прямоугольного треугольника, то такие треугольники равны (по катету и острому углу).



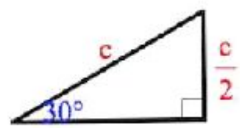
– Если гипотенуза и острый угол одного прямоугольного треугольника соответственно равны гипотенузе и острому углу другого прямоугольного треугольника, то такие треугольники равны (по гипотенузе и острому углу).



– Если гипотенуза и катет одного прямоугольного треугольника равны гипотенузе и катету другого прямоугольного треугольника, то такие треугольники равны (по гипотенузе и катету).

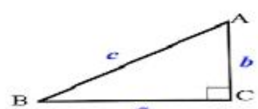
Свойства прямоугольного треугольника

1.1. Сумма острых углов прямоугольного треугольника равна 90˚.



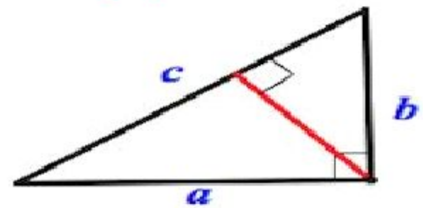
1.2. Катет, противолежащий углу в 30˚, равен половине гипотенузы.

И обратно, если в треугольнике катет вдвое меньше гипотенузы, то напротив него лежит угол в 30˚.

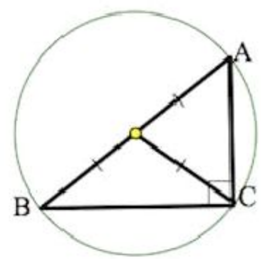


1.3. Теорема Пифагора: $C^2=A^2+B^2$, где A, B – катеты, C – гипотенуза.

1.4. Площадь прямоугольного треугольника с катетами :



1.5. Высота прямоугольного треугольника, проведенная к гипотенузе выражается через катеты и гипотенузу следующим образом:



1.6. Центр описанной окружности – есть середина гипотенузы.

1. 7. Радиус описанной окружности есть половина гипотенузы :

1. 8. Медиана, проведенная к гипотенузе, равна ее половине

Формулировки теоремы Пифагора

Геометрическая формулировка:

Изначально теорема была сформулирована следующим образом:
В прямоугольном треугольнике площадь квадрата, построенного на гипотенузе, равна сумме площадей квадратов, построенных на катетах.

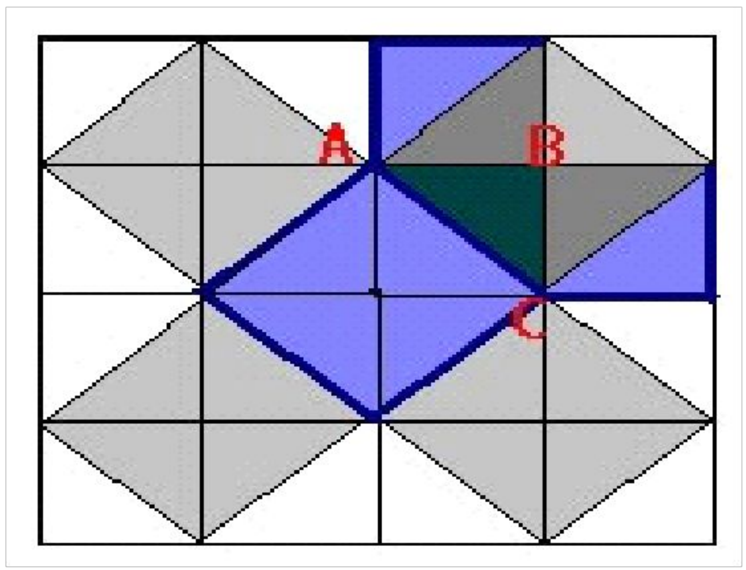
Алгебраическая формулировка:

В прямоугольном треугольнике квадрат длины гипотенузы равен сумме квадратов длин катетов.
То есть, обозначив длину гипотенузы треугольника через , а длины катетов через и :
$а^2+ в^2=с^2$
Обе формулировки теоремы эквивалентны, но вторая формулировка более элементарна, она не требует понятия площади.
То есть второе утверждение можно проверить, ничего не зная о площади и измерив только длины сторон прямоу
гольного треугольника.

Различные способы доказательства теоремы Пифагора.

Простейшее доказательство

Простейшее доказательство теоремы получается в случае равнобедренного прямоугольного треугольника. Вероятно, с него и начиналась теорема



Метод подобия

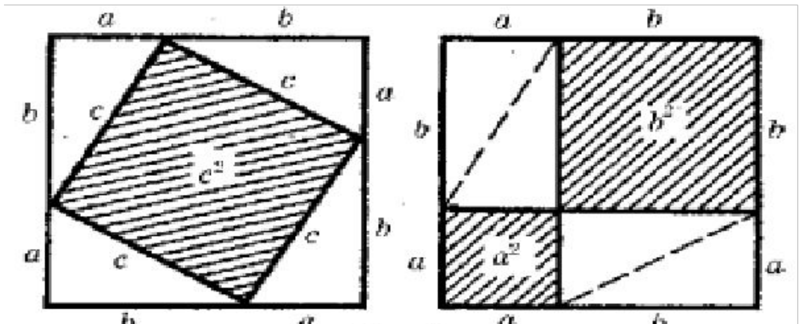
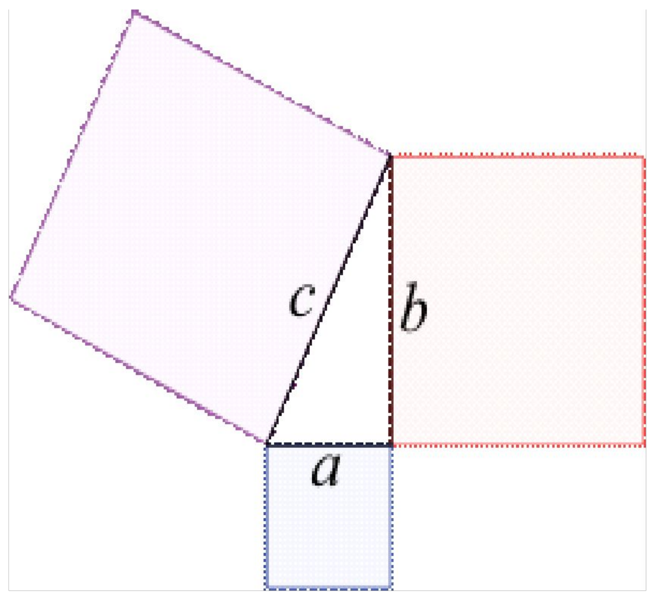


Рис. 2

Среди доказательств теоремы Пифагора алгебраическим методом первое место (возможно, самое древнее) занимает доказательство, использующее подобие.

Доказательства методом площадей

- Ниже приведённые доказательства, несмотря на их кажущуюся простоту, вовсе не такие простые. Все они используют свойства площади, доказательства которых сложнее доказательства самой теоремы Пифагора.



- Расположим четыре равных прямоугольных треугольника так, как показано на рисунке.

- Четырёхугольник со сторонами *c* является квадратом, так как сумма двух острых углов 90°, а развёрнутый угол — 180°.

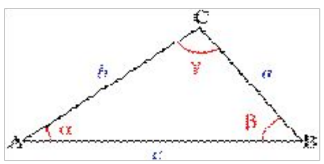
- Площадь всей фигуры равна, с одной стороны, площади квадрата со стороной (a+b), а с другой стороны, сумме площадей четырёх треугольников и площади внутреннего квадрата.
  $(а+в)^2=4*(ав/2)+с^2$; $а^2+2ав+в^2=2ав+с^2$; ил

и $а^2+ в^2=с^2$, что и требовалось доказать.

Через определение косинуса угла прямоугольного треугольника

Пусть *ΔABC* - данный прямоугольный треугольник с прямым углом *C*. Проведем высоту *CD* из вершины прямого угла *C*.

По определению косинуса угла(*Косинусом острого угла прямоугольного треугольника* называется отношение прилежащего катета к гипотенузе) *cosA=AD/AC=AC/AB*.

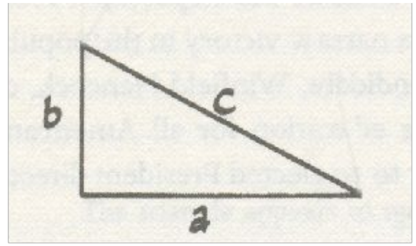


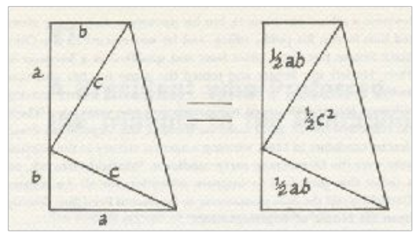
Отсюда *AB*AD=AC2*. Аналогично *cosB=BD/BC=BC/AB*. Отсюда *AB*BD=BC2*. Складывая полученные равенства почленно и замечая, что *AD+DB=AB*, получим:*AC2+BC2=AB(AD + DB)=AB2*. *Теорема доказана.*

Древнекитайское доказательство

Наглядное доказательство теоремы Пифагора принадлежит индусам. Посмотрите внимательно на два квадрата, и вам всё станет ясно. Индусы к этому чертежу добавляли лишь одно слово: «СМОТРИ»

Доказательство Гарфилда





На рисунке три прямоугольных треугольника составляют трапецию. Поэтому площадь этой фигуры можно находить по формуле площади прямоугольной трапеции, либо как сумму площадей трех треугольников.

Доказательство Мёльманна

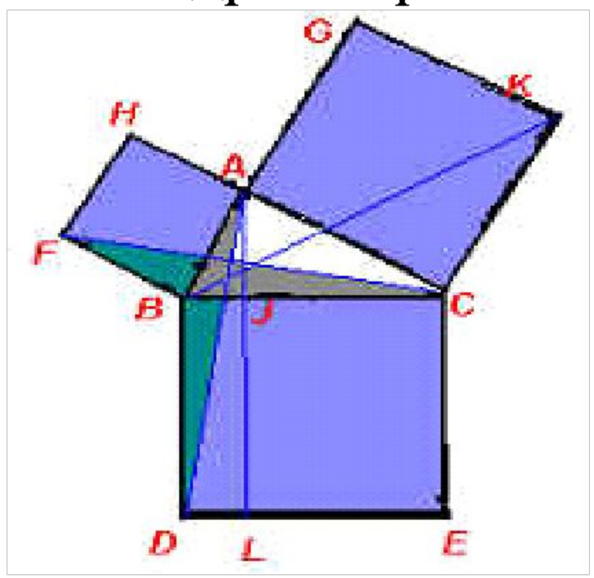
Рис. 14

- Площадь данного прямоугольника с одной стороны равна 0.5 ab ,
  с другой 0.5 pr , где p – полупериметр треугольника,   r – радиус вп
  в него окружности   (r
  =0.5(a+b-c)). 0.5ab=0.5pr=0.5(a+b+c)*0.5(a+bc)

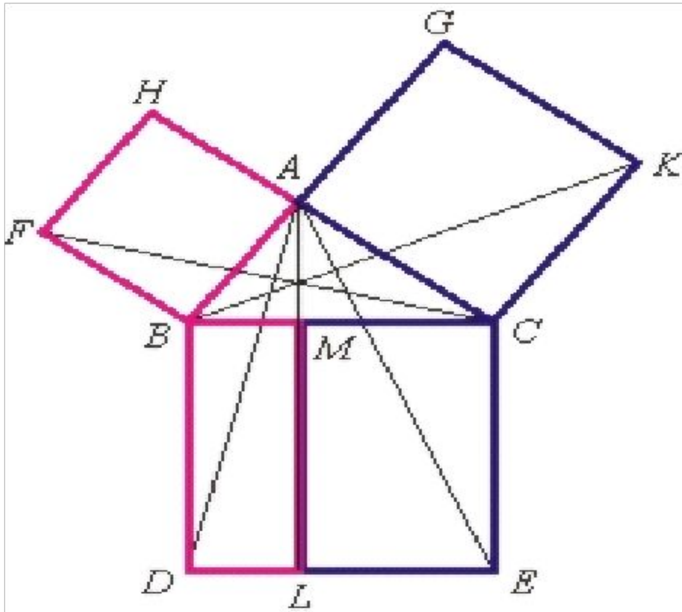
Отсюда следует , что c2=a2+b2

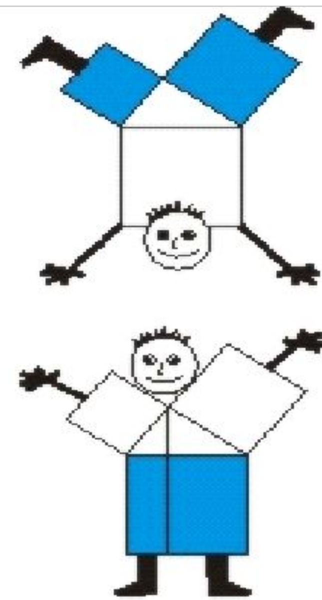
Доказательство Евклида

Идея доказательства Евклида состоит в следующем: попробуем доказать, что половина площади квадрата, построенного на гипотенузе, равна сумме половин площадей квадратов, построенных на катетах, а тогда и площади большого и двух малых квадратов равны.



площадь квадрата, построенного на гипотенузе, слагается из площадей квадратов, построенных на катетах.

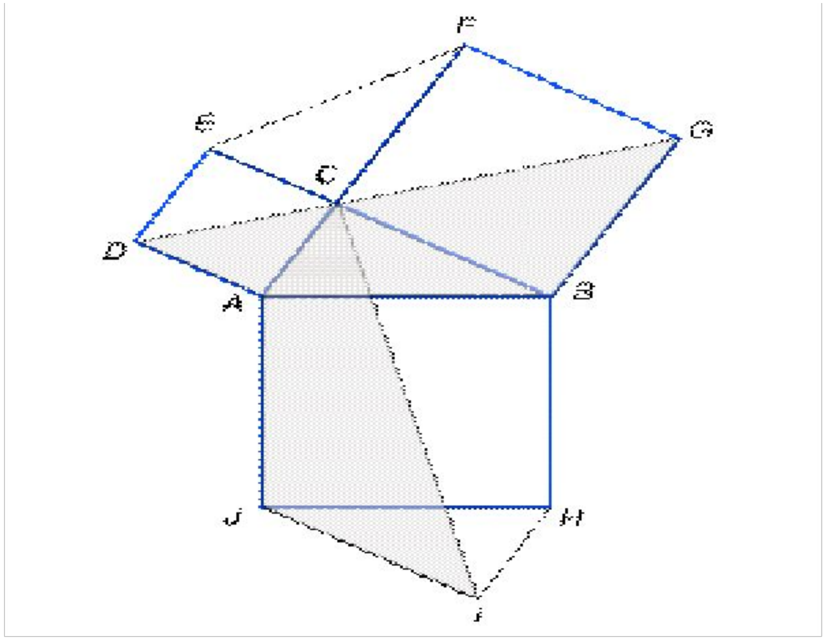




"Пифагоровы штаны" тетах.

Данное доказательство также получило название «Пифагоровы штаны».

Доказательство Леонардо да Винчи



Главные элементы доказательства — симметрия и движение.

Применение Теоремы Пифагора.

- Теорема Пифагора применяется в строительстве и архитектуре.
- При проектировании любых строительных объектов возникает необходимость вычислять стороны прямоугольных треугольников по известным сторонам. Подобные задачи решаются и в нашей повседневной жизни, используя мет оды теоремы Пифагора.
- В мобильной связи .
- В настоящее время на рынке мобильной связи идет большая конкуренция среди операторов. Чем надежнее связь, чем больше зона покрытия, тем больше потребителей у оператора. При строительстве вышки (антенны) часто приходится решать задачу какую наибольшую высоту должна иметь антенна, чтобы передачу можно было принимать в определенном радиусе. И эти задачи решаются, применив теорему Пифагора.