

Взаимное расположение прямых в пространстве

Ертіс өзеніндегі көпірдің алғашқы
іргетасын 1997 жылғы 12 наурызда
Қазақстан Республикасының Президенті
Нұрсұлтан Назарбаев қойған.

Подготовила Васильева Г.П.
КГУ МТК г. Семей, ВКО,
Казахстан





Улица в Селивановском. Средина XIX века.





Улица Колыванская. Здание Госбанка, деревянная пожарная каланча, сквер Никольского собора

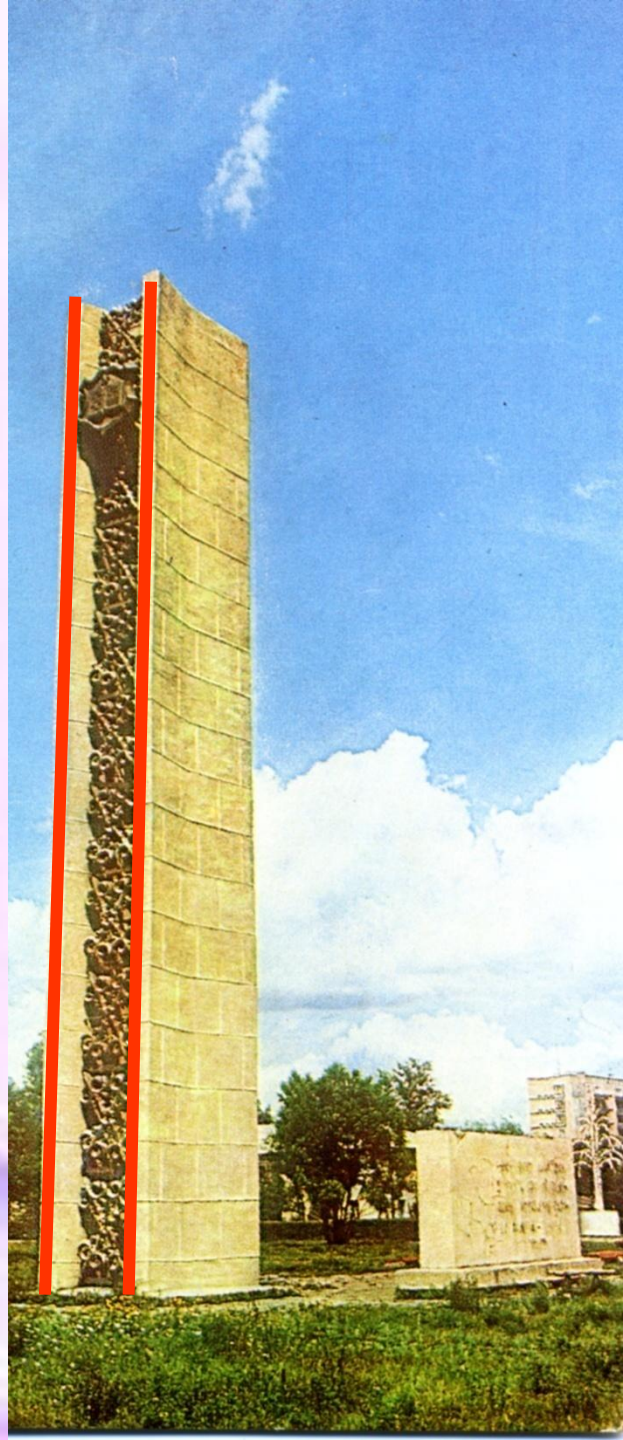


NEO
Paket KURAKCIYIMIZ
Bize SASAKTAM 24
0212 644 7007











АГИМАНОВ БА РЯДОВОЙ
 АЙКЕШОВ МО СЕРЖАНТ
 АРХАТБАЕВ МА СЕРЖАНТ
 АХМЕТОВ К.Г. СТ. ЛЕЙТЕНАНТ
 АЮЧЕНКО О.П. СЕРЖАНТ
 БАЙГАБЫЛОВ КО РЯДОВОЙ
 БАНГЕРТ А.Е. ЕФРЕЙТОР
 БЕЙСЕМБАЕВ М.И. РЯДОВОЙ
 БЕЛЯКИН Н.Г. РЯДОВОЙ
 БУЛАМБАЕВ Т.К. РЯДОВОЙ
 БУРЕНКОВ А.А. ЕФРЕЙТОР
 БЫХИН А.А. РЯДОВОЙ
 ВЕРЕТЕЛЬНИКОВ А.И. МЛ. СЕРЖАНТ
 ГРИШЕНКО В.А. СЕРЖАНТ
 ДИЧ И.А. РЯДОВОЙ
 ДУИСЕМБАЕВ Б.К. РЯДОВОЙ
 ЕЛЬШИБАЕВ Т.С. РЯДОВОЙ
 ЕРЕМЕНКО Ф.А. СЕРЖАНТ
 КАЛИАСКАРОВ А.С. МЛ. СЕРЖАНТ
 КАЛАТAEВ К.М. РЯДОВОЙ
 КАТАЕВ Ю.Т. РЯДОВОЙ
 КОТЕЛИН С.В. РЯДОВОЙ
 КУЗЬМИНОВ Ф.А. РЯДОВОЙ
 КЫДЫРМАНОВ Е.К. РЯДОВОЙ
 ЛЕБАЕВ М.Т. РЯДОВОЙ
 МАТЯШ А.Ф. КАПИТАН
 МОРОЗКИН С.И. СТ. СЕРЖАНТ
 МУСИНОВ Н.А. РЯДОВОЙ
 НУГУМАНОВ К.К. РЯДОВОЙ
 НУРГАЛИЕВ М.С. РЯДОВОЙ
 НУРТАЗИН К.Т. РЯДОВОЙ
 ОМАРОВ К.Ж. МЛ. СЕРЖАНТ
 ОСПАНОВ К.Р. СЕРЖАНТ
 ОСПАНОВ М.З. ЕФРЕЙТОР
 ОТРОШЕНКО В.И. МАЙОР
 РАЗАКОВ Н.О. МЛ. СЕРЖАНТ
 РЕХТИК ВО ЕФРЕЙТОР
 РОМАНОВ А.В. ЛЕЙТЕНАНТ
 САРЫБАЕВ Н.Р. РЯДОВОЙ
 САЯКОВ М.К. РЯДОВОЙ
 СОРОКИН Н.И. ПОЛПОЛКОВНИК
 СУВОРКИН С.Н. РЯДОВОЙ
 ТИШАКОВ А.А. РЯДОВОЙ
 ТУХТОБАЕВ Г.А. ЕФРЕЙТОР
 ФАХРУТДИНОВ А.А. РЯДОВОЙ
 ШУМИЛОВ А.П. МЛ. СЕРЖАНТ

АУҒАН СОҒЫСЫНДА
 ҚАЗА ТАПҚАН ЖАҰЫНҒЕРЛЕРГЕ
 АРНАЛАДЫ
 1979 - 1989











**Железнодорожный вокзал
города Семей**







ҚОШ КЕЛДІҢІЗДЕРІ ДОБРО ПОЖАЛОВАТЫ

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
АКЦИОНЕРЛІК ҚОҒАМЫ
«ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫНЫҢ
ІШІ АТҚАМУ ҚИЯМАТЫ»

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
АКЦИОНЕРЛІК ҚОҒАМЫ
«ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫНЫҢ
ІШІ АТҚАМУ ҚИЯМАТЫ»

KK
3.4M





Взаимное расположение
прямых в пространстве

Ертіс өзеніндегі көпірдің алғашқы
жетісін 1997 жылғы 12 наурызда
Қазақстан Республикасының Президенті
Нұрсұлтан Назарбаев қойған.

1. Параллельные прямые

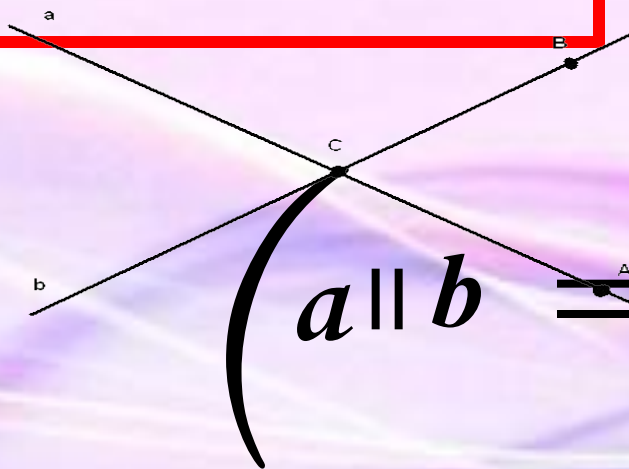
Параллельным и прямыми в пространстве называются прямые, лежащие в одной плоскости и не пересекающие друг друга.



$$\left(a \parallel b \implies \begin{array}{l} a \in \alpha, b \in \alpha \\ a \cap b \end{array} \right)$$

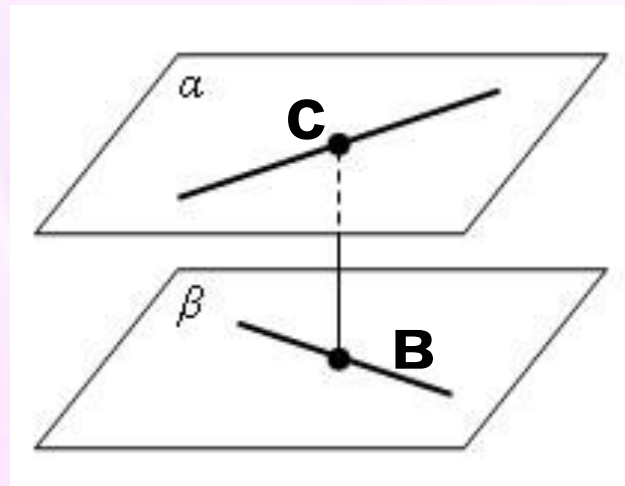
2. Пересекающиеся прямые

Две прямые называются пересекающимися если они имеют общую точку.



$$\left(\begin{array}{l} a \parallel b \\ a \cap b \end{array} \right) \begin{array}{l} a \in \alpha, b \in \alpha \\ a \cap b \end{array}$$

3. Скрещивающиеся прямые



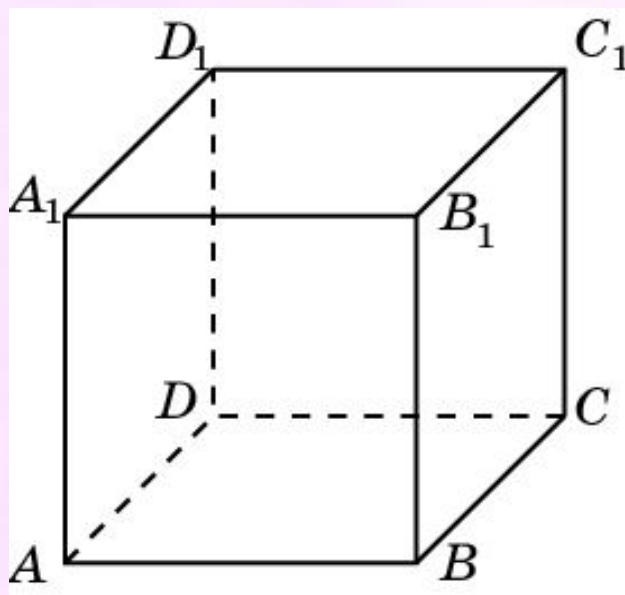
Две прямые называются скрещивающимися, если они не лежат в одной плоскости и не пересекаются

$$c \text{ — } \bullet \text{ — } b$$



Упражнение 1

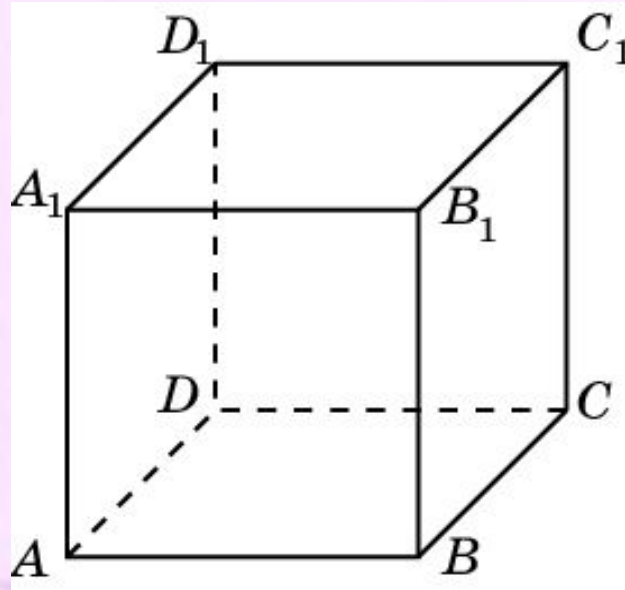
Назовите прямые, проходящие через вершины куба $A...D_1$ и параллельные прямой AB .



Ответ: A_1B_1 ; CD ; C_1D_1 .

Упражнение 2

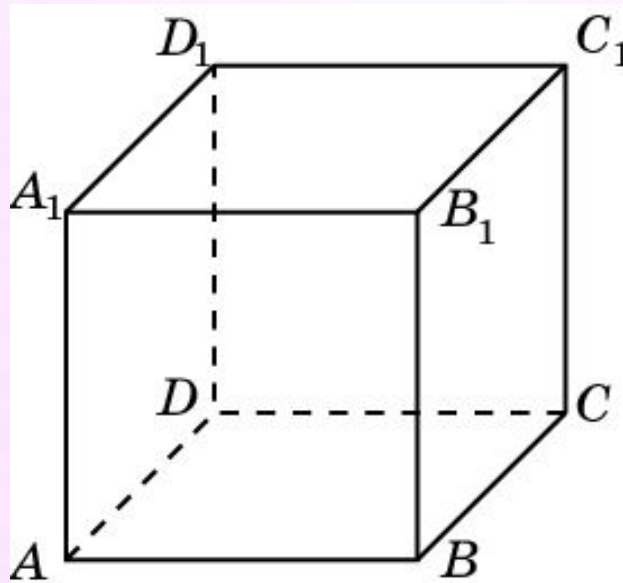
Являются ли параллельными прямые AB и CC_1 , проходящие через вершины куба $A...D_1$?



Ответ: Нет.

Упражнение 3

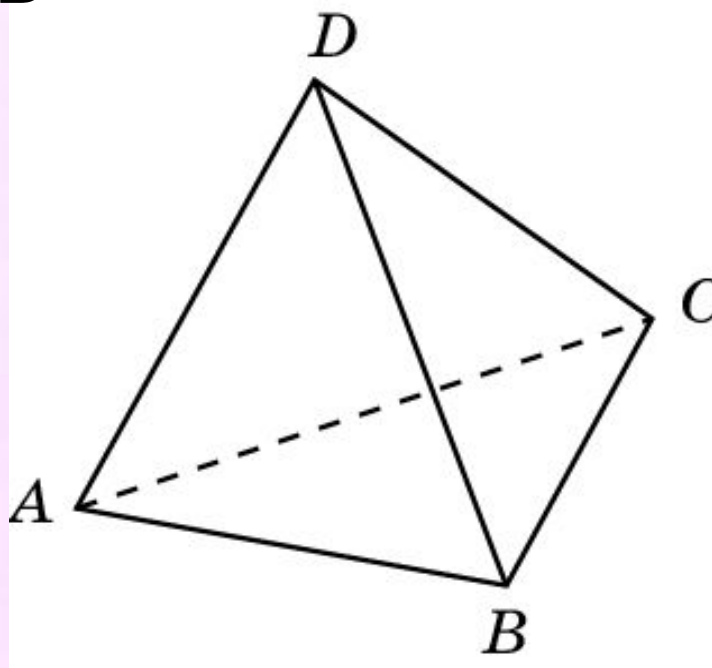
Сколько имеется пар параллельных прямых, содержащих ребра куба $A...D_1$.



Решение: Каждое ребро участвует в трех парах параллельных прямых. У куба имеется 12 ребер. Следовательно, искомое число пар параллельных прямых равно $\frac{12 \cdot 3}{2}$

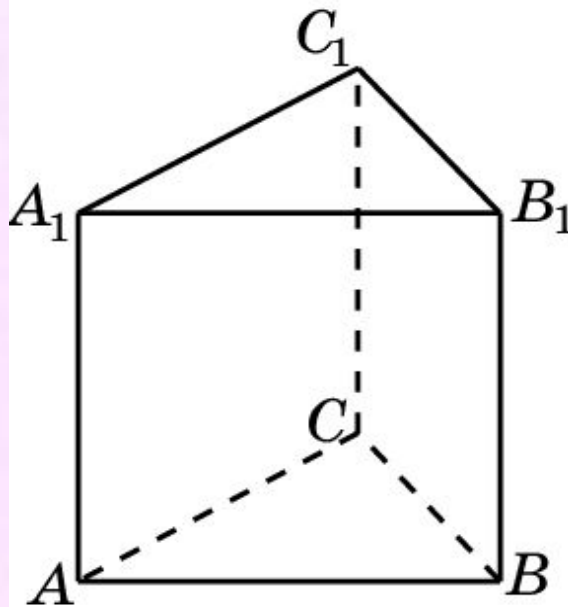
Упражнение 4

Укажите расположение боковых ребер тетраэдра $ABCD$ относительно ребра основания AB



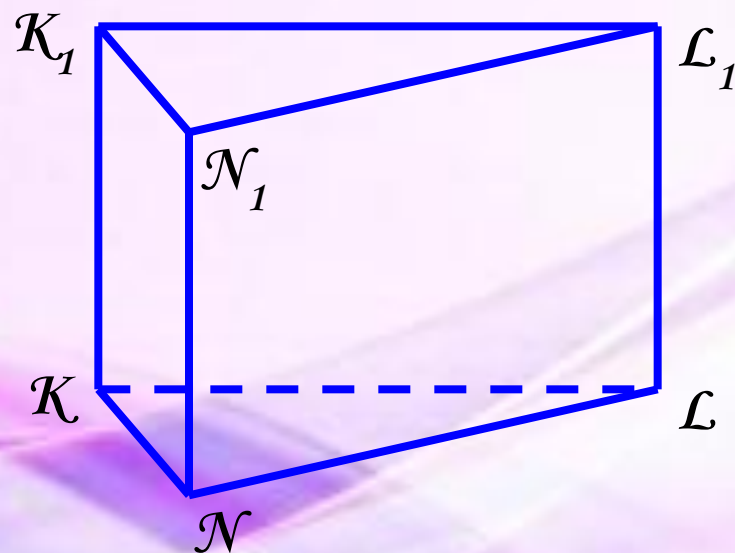
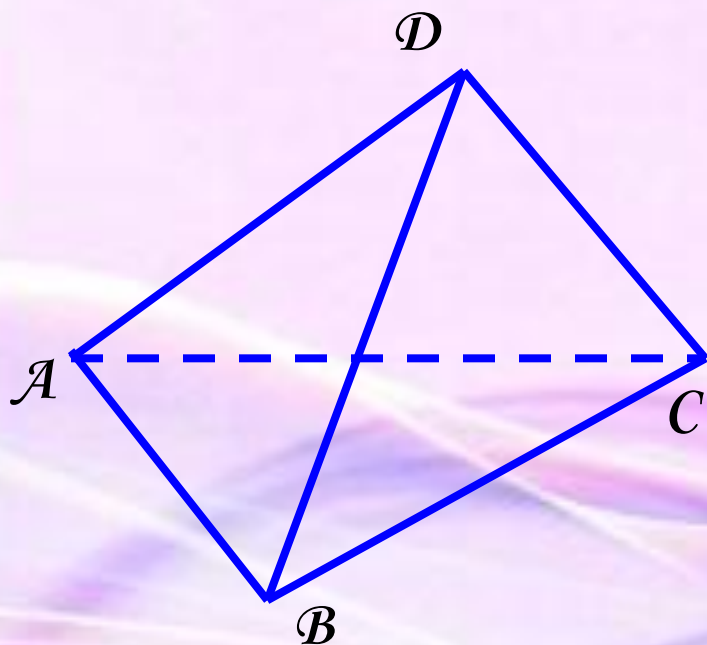
Упражнение 5

Назовите прямые, проходящие через вершины треугольной призмы $ABC A_1 B_1 C_1$ и параллельные прямой $A_1 B_1$ и пересекающих AA_1

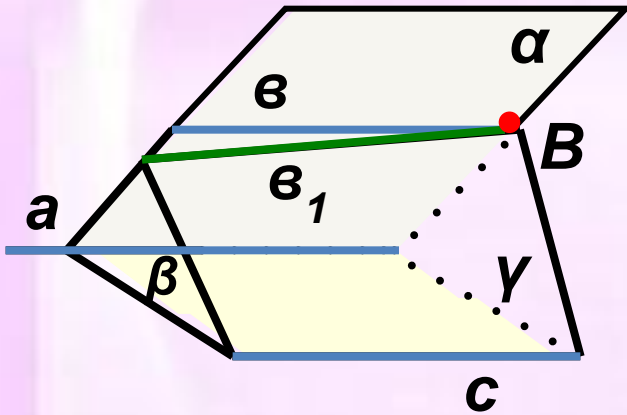


По рисункам назовите:

- 1) пары скрещивающихся ребер;
- 2) пары параллельных ребер.



Две прямые, параллельные третьей прямой, параллельны



Доказательство:

1 случай. $a, v, c \in \alpha$ рассмотрен в планиметрии

2 случай. $a, v \in \alpha; a, c \in \beta$

1. Возьмем т.В, $B \in v$

Через т.В и c проведем плоскость γ $\gamma \cap \alpha = v_1$

2. Если $v_1 \cap \beta = X, \Rightarrow \underline{X \in a}, v_1 \in \alpha,$

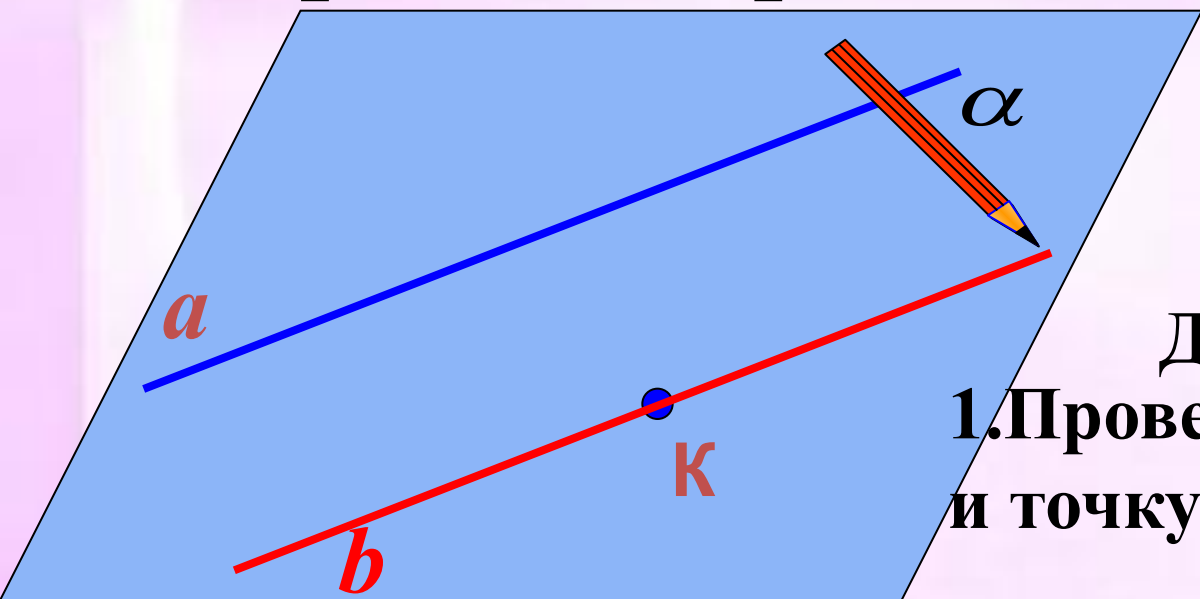
но $\underline{X \in c}$, т.к. $v_1 \in \gamma$, а т.к. $a \parallel c \Rightarrow v_1 \cap \beta$

3. $v_1 \in \alpha, v_1 \cap a \Rightarrow v_1 \parallel a \Rightarrow v_1 = v$ (А параллельных прямых)

4. $\Rightarrow v \parallel c$

Теорема доказана.

Теорема о параллельных прямых.



Дано: $K \notin a$

Доказать:

$\exists ! b: K \in b, b \parallel a$

Доказательство:

1. Проведем через прямую a и точку K плоскость α .

2. Проведем через т. $K \in \alpha$ прямую $b, b \parallel a$. (А планиметрии)
Единственность (от противного)

1. Пусть $\exists b_1: K \in b_1, b_1 \parallel a$. Через прямые a и b_1 можно провести плоскость α_1 .

2. $a, K \in \alpha_1; \Rightarrow \alpha_1$ и α (Т о точке и прямой в пространстве).

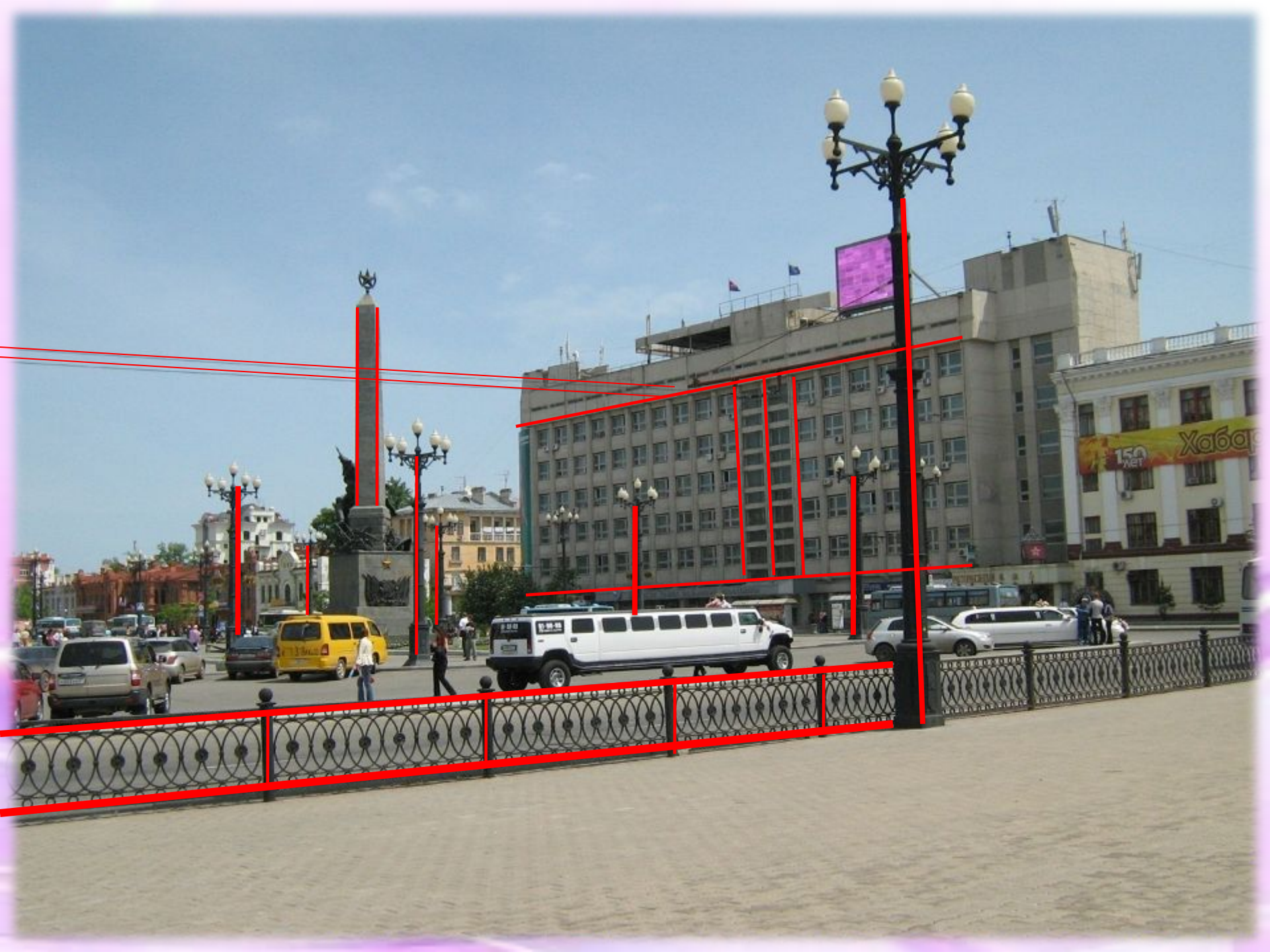
3. $\Rightarrow b = b_1$ (А параллельных прямых). Теорема доказана.

Задание 2 Определите: верно, ли утверждение?

1. Если прямая проходит через вершину треугольника, то она лежит в плоскости треугольника.	Нет
2. Если прямые не пересекаются, то они параллельны.	Нет
3. Прямая m параллельна прямой n , прямая m параллельна плоскости α . Прямая n параллельна плоскости α .	Да
4. Все прямые пересекающие стороны треугольника лежат в одной плоскости.	Да
5. Прямая AB и точки C, D не лежат в одной плоскости. Могут ли прямые AB и CD пересекаться?	Нет

Задание 2 Определите: верно, ли утверждение?

6. Прямые AB и CD пересекаются. Могут ли прямые AC и BD быть скрещивающимися?	Нет
7. Прямые a и b не лежат в одной плоскости. Можно ли провести прямую c, параллельную прямым a и b?	Нет
8. Прямая a, параллельная прямой b, пересекает плоскость α. Прямая c параллельна прямой b. Может ли прямая c лежать в плоскости α?	Нет
9. Прямая a параллельна плоскости α. Существует ли на плоскости α прямые, непараллельные a?	Да



*Параллельные
прямые*

**Пересекаю
щиеся
прямые**

*Скрещиваю
щиеся
прямые*





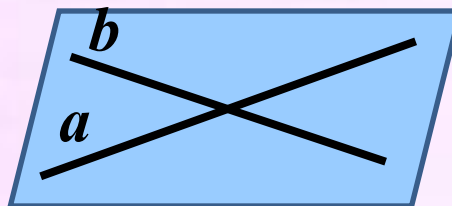


Необходимо принимать правильные решения в течение ограниченного времени при управлении полетами самолетов в зависимости от их взаимного расположения в воздушном пространстве и на аэродроме.

Взаимное расположение прямых в пространстве.

Лежат в одной плоскости

пересекаются



параллельны



Не лежат в одной плоскости

скрещиваются



Алгоритм распознавания взаимного расположения двух прямых в пространстве

