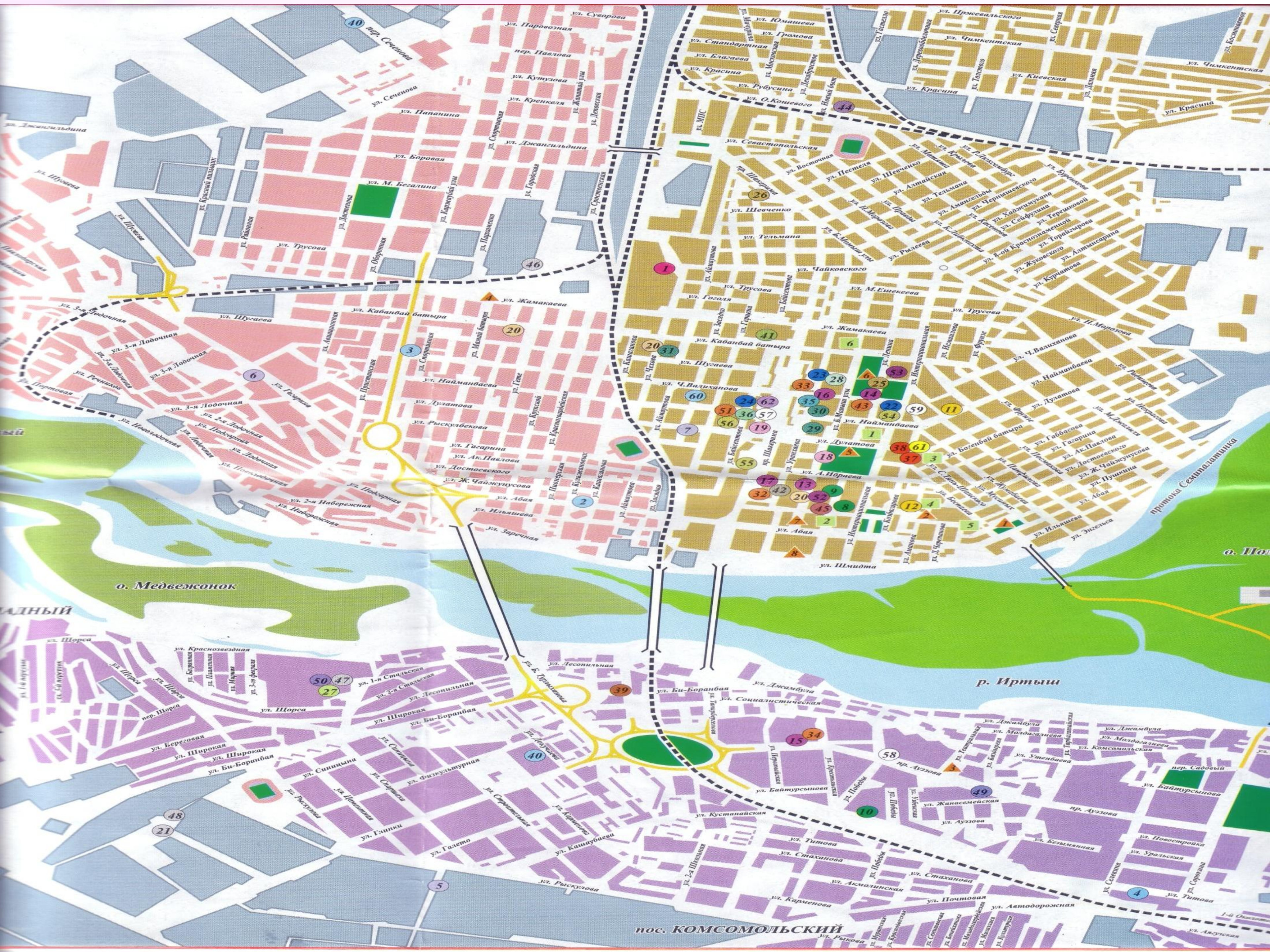
Взаимное расположение прямых в пространстве

Подготовила Васильева Г.П.
КГУ МТК г. Семей, ВКО,
Казахстан

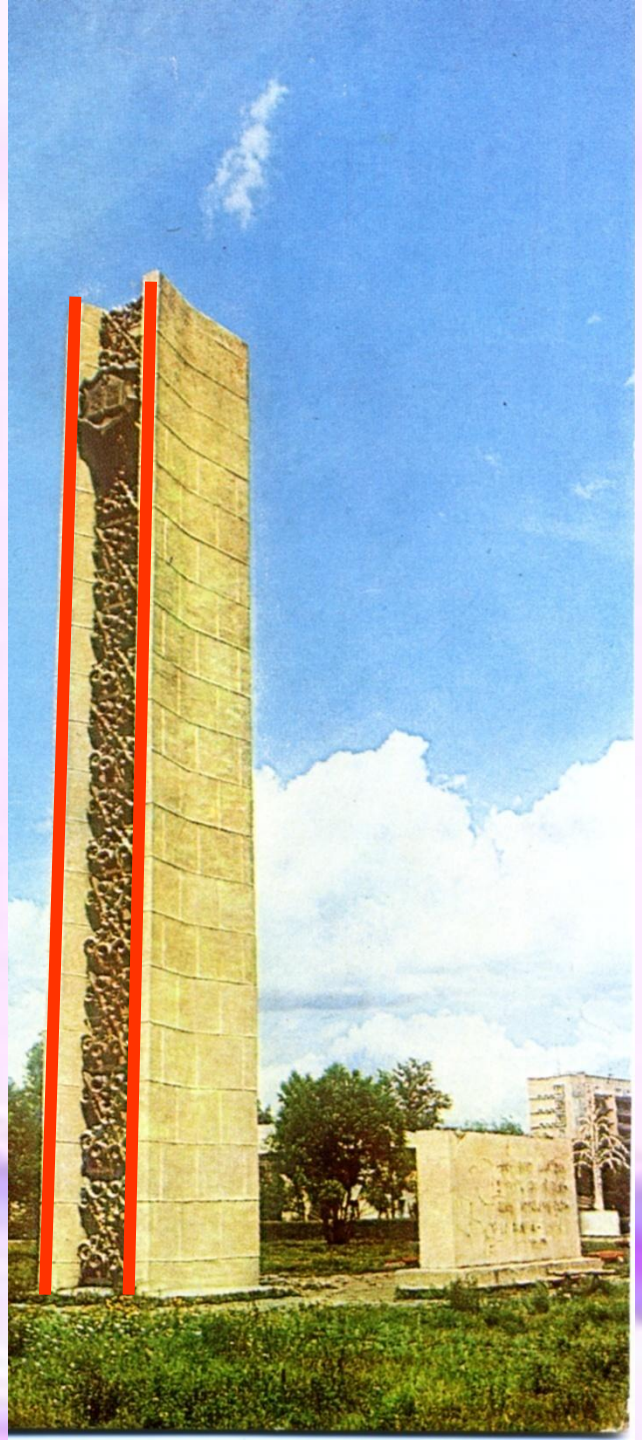

пос. КОМСОМОЛЬСКИЙ
р. Иртыш
о. Медвежонок
протока Семиполатинка
ул. Суворова
ул. Паровозная
пер. Павлова
ул. Кутузова
ул. Сеченова
пер. Сеченова
ул. Папанина
ул. Боровая
ул. Джангильдина
ул. М. Бегалина
ул. Трусова
ул. Шугаева
ул. Кабанбай батыра
ул. Жамакаева
ул. Найманбаева
ул. Дулатова
ул. Рыскулбекова
ул. Гагарина
ул. Ак.Павлова
ул. Достоевского
ул. Ж. Чайжунусова
ул. Абая
ул. Ильяшева
ул. Заречная
ул. Севастопольская
ул. Шевченко
ул. Тельмана
ул. Чайковского
ул. Гоголя
ул. Ч. Валиханова
ул. Красина
ул. Чимкентская
ул. Киевская
ул. Пржевальского
ул. Шмидта
ул. Лесопильная
ул. Джамбула
ул. Би-Боранбая
ул. Социалистическая
ул. Щорса
ул. Широкая
ул. Береговая
ул. Байтурсынова
пр. Ауэзова
ул. Кустанайская
ул. Титова
ул. Стаханова
ул. Карменова
ул. Почтовая
ул. Автодорожная
ул. Рыскулова
ул. Глинки
ул. Уральская
ул. Безымянная
ул. Комсомольская
ул. Молдагалиева
ул. Жанасемейская
ул. Энгельса

ул. Ермака
ул. Аймаутова
ул. Байсеитова
ул. Дулатова
ул. Достоевского
ул. Ленина
ул. Абая
ул. Интернациональная
ул. Козбагарова
ул. Шмидта
ул. Богенбай батыра
ул. А.Ибраева
ул. Габбасова
ул. Гагарина
ул. Ак.Павлова
ул. Достоевского
ул. Ж.Чайжунусова
ул. Пушкина
ул. Абая
ул. Ильяшева
ул. Энгельса
ул. Ч.Валиханова
ул. Дулатова
ул. М.Джалиля
протока Сеитпалдин

Улица в Семипалатинске. Средина XIX века.

Улица Колыванская. Здание Госбанка, деревянная пожарная каланча, сквер Никольского собора

NEO
24



АУҒАН СОҒЫСЫНДА
ҚАЗА ТАПҚАН ЖАУЫНГЕРЛЕРГЕ
АРНАЛАДЫ
1979 - 1989
АГИМАНОВ Б.А. РЯДОВОЙ
АЙКЕШОВ М.Ф. СЕРЖАНТ
АРХАТБАЕВ М.А. СЕРЖАНТ
АХМЕТОВ К.Г. СТ. ЛЕЙТЕНАНТ
АЮЧЕНКО О.П. СЕРЖАНТ
БАЙГАБЫЛОВ К.О. РЯДОВОЙ
БАНГЕРТ А.Е. ЕФРЕЙТОР
БЕИСЕМБАЕВ М.И. РЯДОВОЙ
БЕЛЯКИН Н.Г. РЯДОВОЙ
БУЛАКБАЕВ Т.К. РЯДОВОЙ
БУРЕНКОВ А.А. ЕФРЕЙТОР
БЫХИН А.А. РЯДОВОЙ
ВЕРЕТЕЛЬНИКОВ А.И. МЛ.СЕРЖАНТ
ГРИЩЕНКО В.А. СЕРЖАНТ
ДИЦ И.А. РЯДОВОЙ
ДУЙСЕМБАЕВ Б.К. РЯДОВОЙ
ЕЛЬШИБАЕВ Т.С. РЯДОВОЙ
ЕРЕМЕНКО Ф.А. СЕРЖАНТ
КАЛИАСКАРОВ А.С. МЛ.СЕРЖАНТ
КАЛТАЕВ К.М. РЯДОВОЙ
КАТАЕВ Ю.Т. РЯДОВОЙ
КОТЕЛИН С.В. РЯДОВОЙ
КУЗЬМИНОВ Ф.А. РЯДОВОЙ
КЫДЫРМАНОВ Е.К. РЯДОВОЙ
ЛЕБАЕВ М.Т. РЯДОВОЙ
МАТЯШ А.Ф. КАПИТАН
МОРОЗКИН С.И. СТ.СЕРЖАНТ
МУСИНОВ Н.А. РЯДОВОЙ
НУГУМАНОВ К.К. РЯДОВОЙ
НУРГАЛИЕВ М.С. РЯДОВОЙ
НУРТАЗИН К.Т. РЯДОВОЙ
ОМАРОВ К.Ж. МЛ.СЕРЖАНТ
ОСПАНОВ К.Р. СЕРЖАНТ
ОСПАНОВ М.З. ЕФРЕЙТОР
ОТРОЩЕНКО В.Н. МАЙОР
РАЗАКОВ Н.О. МЛ.СЕРЖАНТ
РЕХТИК В.О. ЕФРЕЙТОР
РОМАНОВ А.В. ЛЕЙТЕНАНТ
САРЛЫБАЕВ Н.Р. РЯДОВОЙ
САЯКОВ М.К. РЯДОВОЙ
СОРОКИН Н.И. ПОДПОЛКОВНИК
СУВОРКИН С.Н. РЯДОВОЙ
ТИШАКОВ А.А. РЯДОВОЙ
ТУХТОБАЕВ Г.А. ЕФРЕЙТОР
ФАХРУТДИНОВ А.А. РЯДОВОЙ
ШУМИЛОВ А.П. МЛ.СЕРЖАНТ

Железнодорожный вокзал
города Семей

ҚОШ КЕЛДІҢІЗДЕРІ ДОБРО ПОЖАЛОВАТЬ!

Взаимное расположение прямых в пространстве

1. Параллельные прямые

Параллельными прямыми в пространстве называются прямые, лежащие в одной плоскости и не пересекающие друг друга.

$$\left(a \parallel b \Rightarrow \begin{cases} a \in \alpha, \ b \in \alpha \\ a \cap b \end{cases} \right)$$

© Кузьмина Е.А., Колобовская МСОШ, 2010

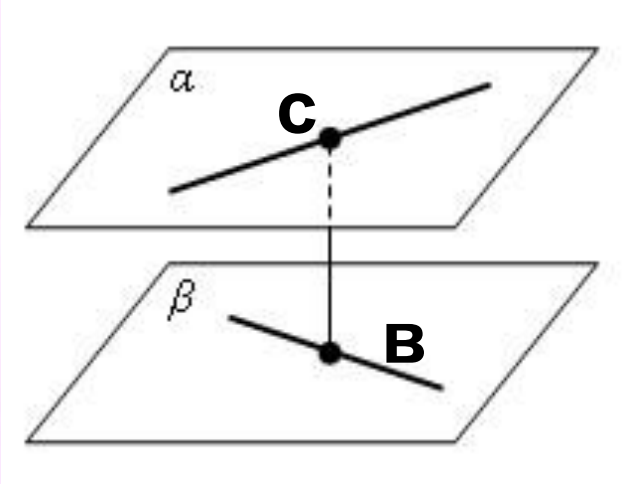
2. Пересекающиеся прямые

Две прямые называются пересекающимися если они имеют общую точку.

$$\left(a \parallel b \Rightarrow \begin{cases} a \in \alpha, \ b \in \alpha \\ a \not\cap b \end{cases} \right)$$

© Кузьмина Е.А., Колобовская МСОШ, 2010

3. Скрещивающиеся прямые

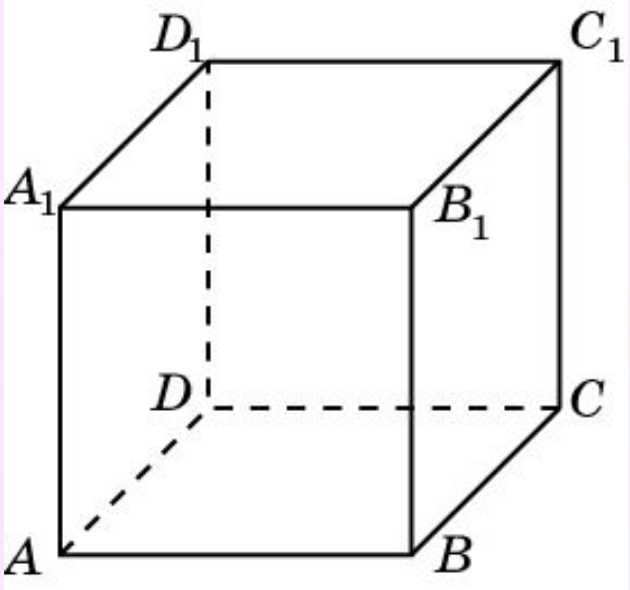


Две прямые называются скрещивающимися, если они не лежат в одной плоскости и не пересекаются

$c \; \bullet\!\!\!\!\!\!\_\_ \; b$

Упражнение 1

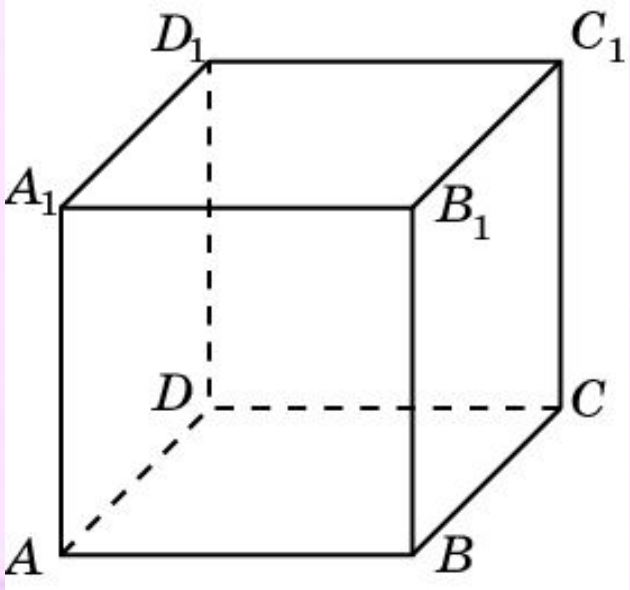
Назовите прямые, проходящие через вершины куба $A\ldots D_1$ и параллельные прямой AB.



Ответ: A_1B_1; CD; C_1D_1.

Упражнение 2

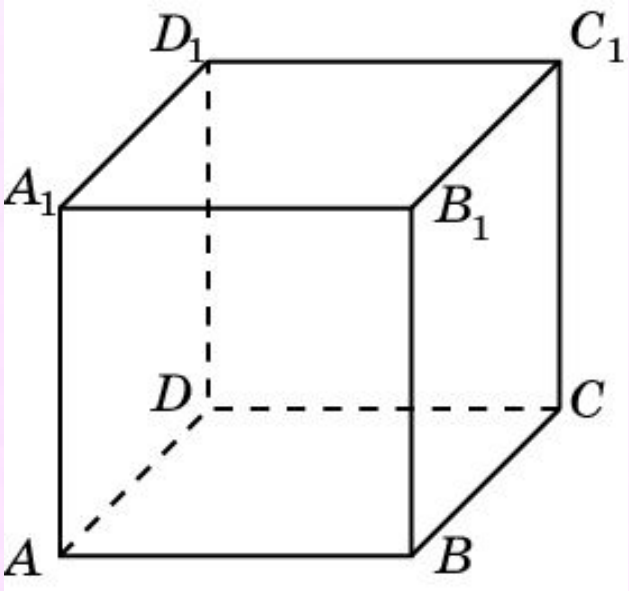
Являются ли параллельными прямые AB и CC_1, проходящие через вершины куба $A\ldots D_1$?



Ответ: Нет.

Упражнение 3

Сколько имеется пар параллельных прямых, содержащих ребра куба $A\ldots D_1$.

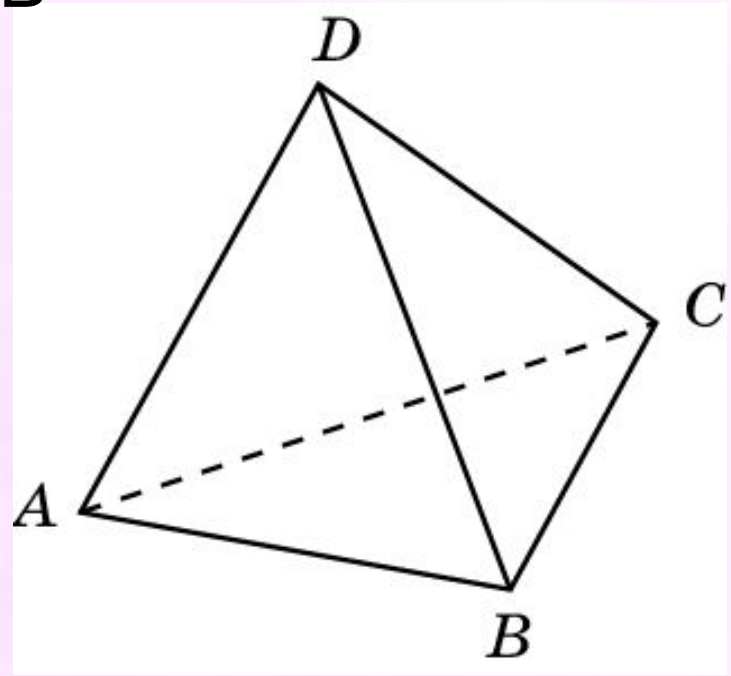


Решение: Каждое ребро участвует в трех парах параллельных прямых. У куба имеется 12 ребер. Следовательно, искомое число пар параллельных прямых равно

$$\frac{12\cdot 3}{2}=18.$$

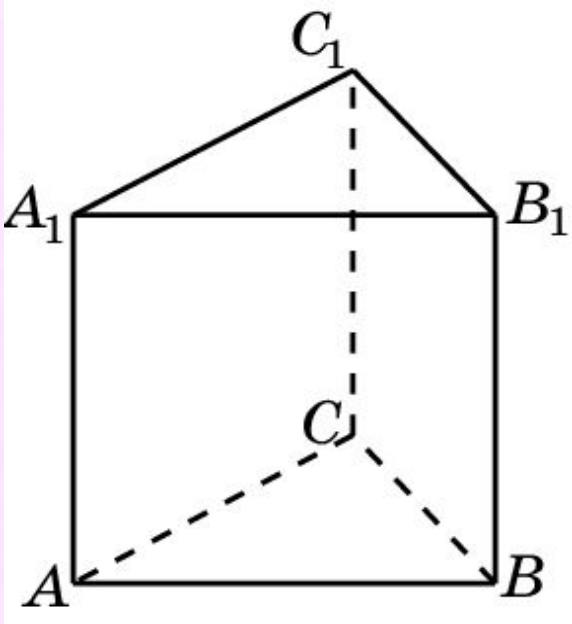
Упражнение 4

Укажите расположение боковых ребер тетраэдра $ABCD$ относительно ребра основания AB



Упражнение 5

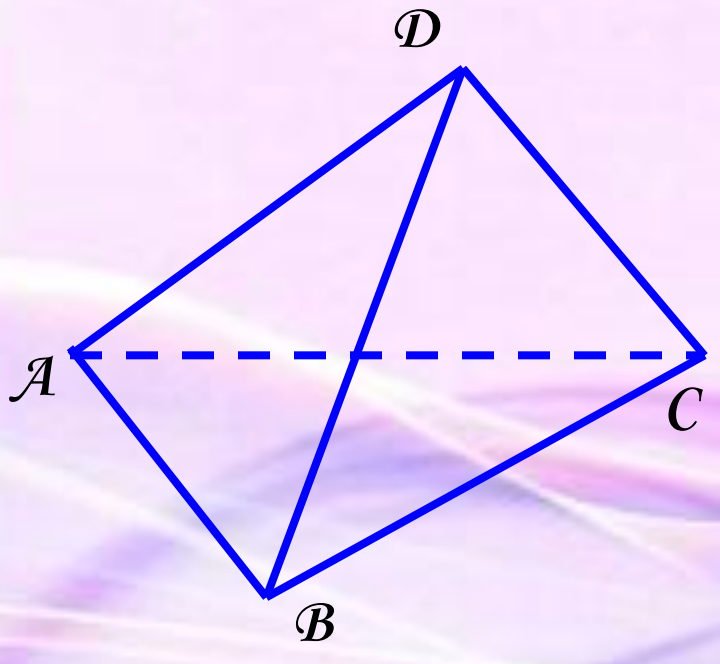
Назовите прямые, проходящие через вершины треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ и параллельные прямой A_1B_1 и пересекающих AA_1

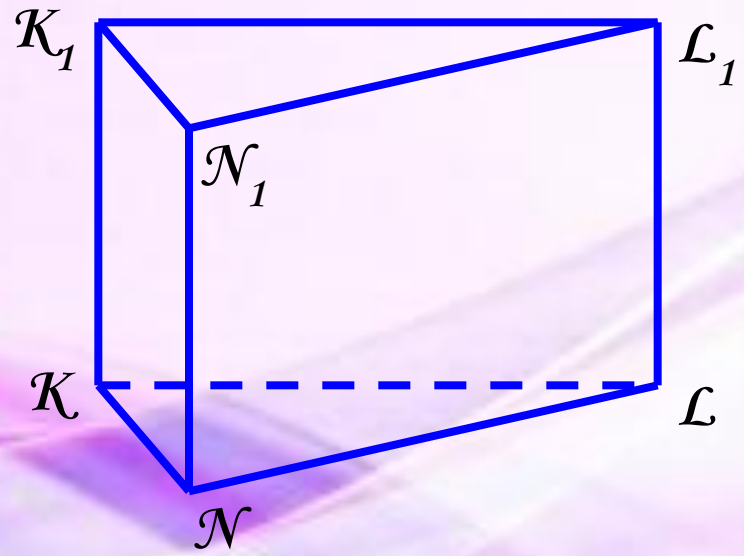


По рисункам назовите:

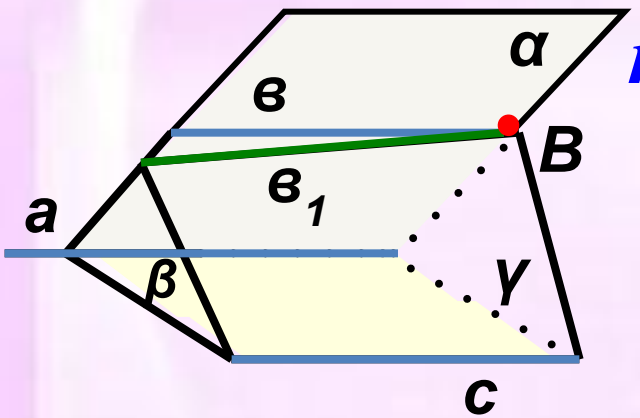
1) **пары скрещивающихся ребер;**

2) **пары параллельных ребер.**





Две прямые, параллельные третьей прямой, параллельны



Доказательство:

1 случай. $a, в, c \in \alpha$ **рассмотрен в планиметрии**

2 случай. $a, в \in \alpha$; $a, c \in \beta$

1. Возьмем т.В, В $\in в$

Через т.В и c **проведем плоскость** γ $\quad \gamma \cap \alpha = в_1$

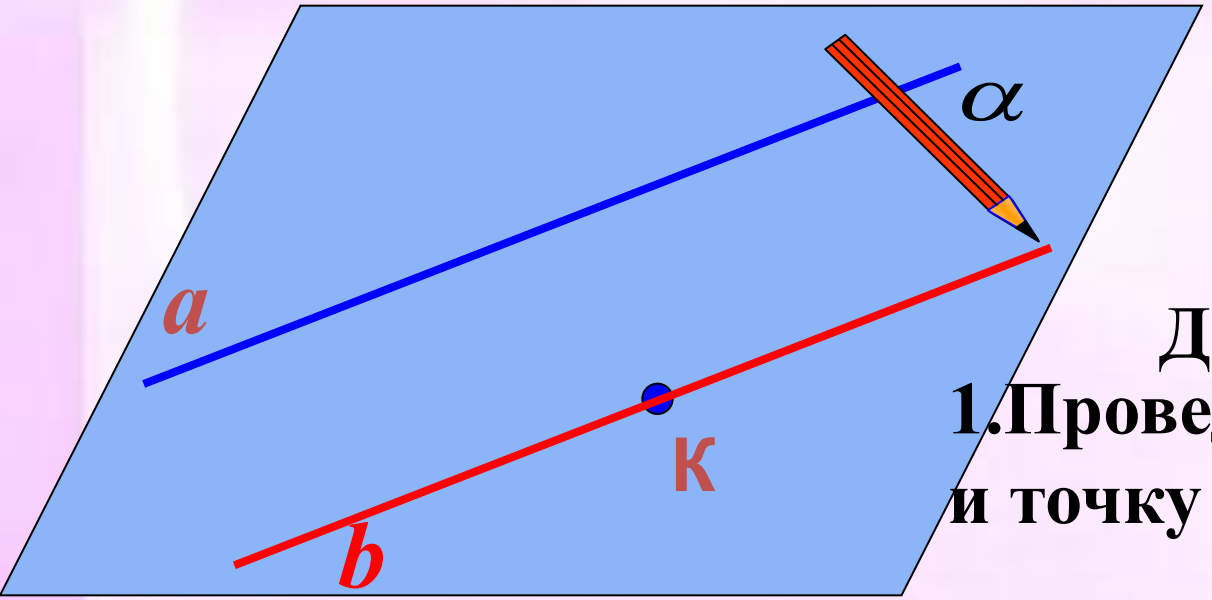
2. Если $в_1 \cap \beta = X, \Rightarrow \underline{X \in a}, в_1 \in \alpha,$

но $\underline{X \in c}$**, т.к.** $в_1 \in \gamma$, **а т.к.** $a \parallel c \Rightarrow в_1 \not\cap \beta$

3. $в_1 \in \alpha, в_1 \not\cap a \Rightarrow в_1 \parallel a \Rightarrow в_1 = в$ **(А** ***параллельных прямых*****)**

4. $\Rightarrow в \parallel c$ **Теорема доказана.**

Теорема о параллельных прямых.



Дано: К ∉ *a*

Доказать:

∃ ! b: К ∈ b, b || *a*

Доказательство:

1.Проведем через прямую а и точку К плоскость α.

2.Проведем через т. К∈ α прямую *b*, *b* || *a*.(А планиметрии)

<u>Единственность (от противного)</u>

1.Пусть ∃ b_1: К ∈ b_1 , b_1 || *a* .Через прямые а и b_1 можно провести плоскость α_1.

2. а , К ∈ α_1; ⇒ α_1 и α (Т о точке и прямой в пространстве).

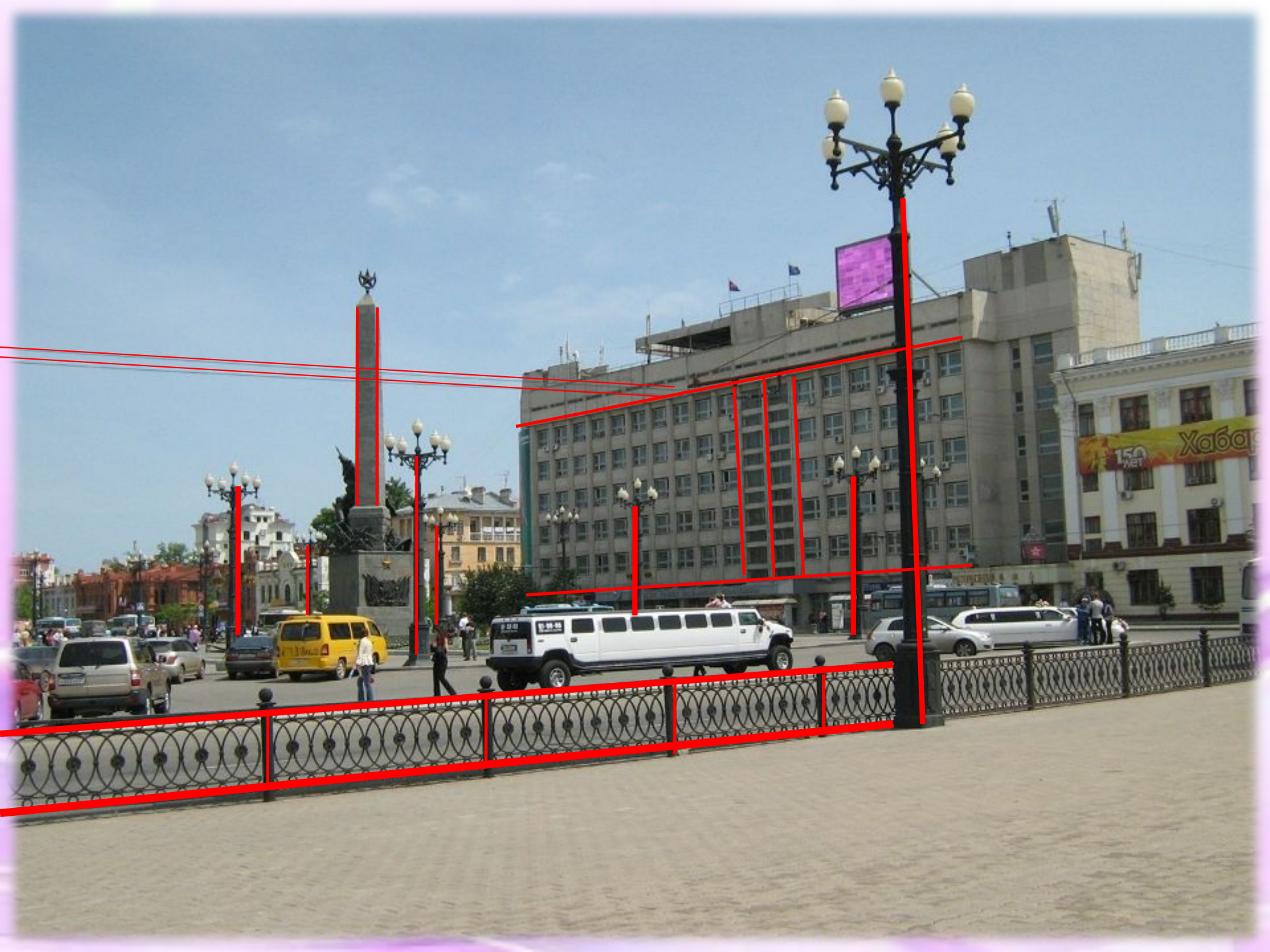
3. ⇒ *b* = b_1 (А параллельных прямых). Теорема доказана.

Задание 2 Определите: верно, ли утверждение?

1. Если прямая проходит через вершину треугольника, то она лежит в плоскости треугольника.	Нет
2. Если прямые не пересекаются, то они параллельны.	Нет
3. Прямая m параллельна прямой n, прямая m параллельна плоскости α. Прямая n параллельна плоскости α.	Да
4. Все прямые пересекающие стороны треугольника лежат в одной плоскости.	Да
5. Прямая AB и точки C, D не лежат в одной плоскости. Могут ли прямые AB и CD пересекаться?	Нет

Задание 2 Определите: верно, ли утверждение?

6. Прямые AB и CD пересекаются. Могут ли прямые AC и BD быть скрещивающимися?	Нет
7. Прямые *а* и *в* не лежат в одной плоскости. Можно ли провести прямую *с*, параллельную прямым *а* и *в*?	Нет
8. Прямая *а*, параллельная прямой *в*, пересекает плоскость α. Прямая *с* параллельна прямой *в*. Может ли прямая *с* лежать в плоскости α?	Нет
9. Прямая а параллельна плоскости α. Существует ли на плоскости α прямые, непараллельные а?	Да


150
Хабар

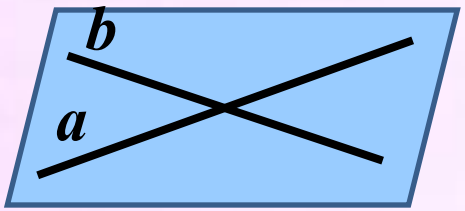
Параллельные прямые
Пересекающиеся прямые
Скрещивающиеся прямые

Необходимо принимать правильные решения в течение ограниченного времени при управлении полетами самолетов в зависимости от их взаимного расположения в воздушном пространстве и на аэродроме.

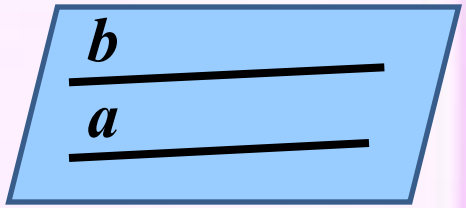
Взаимное расположение прямых в пространстве.

Лежат в одной плоскости

пересекаются

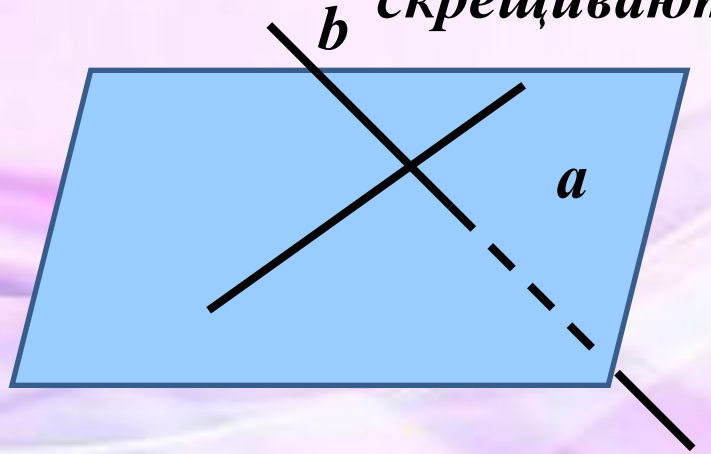
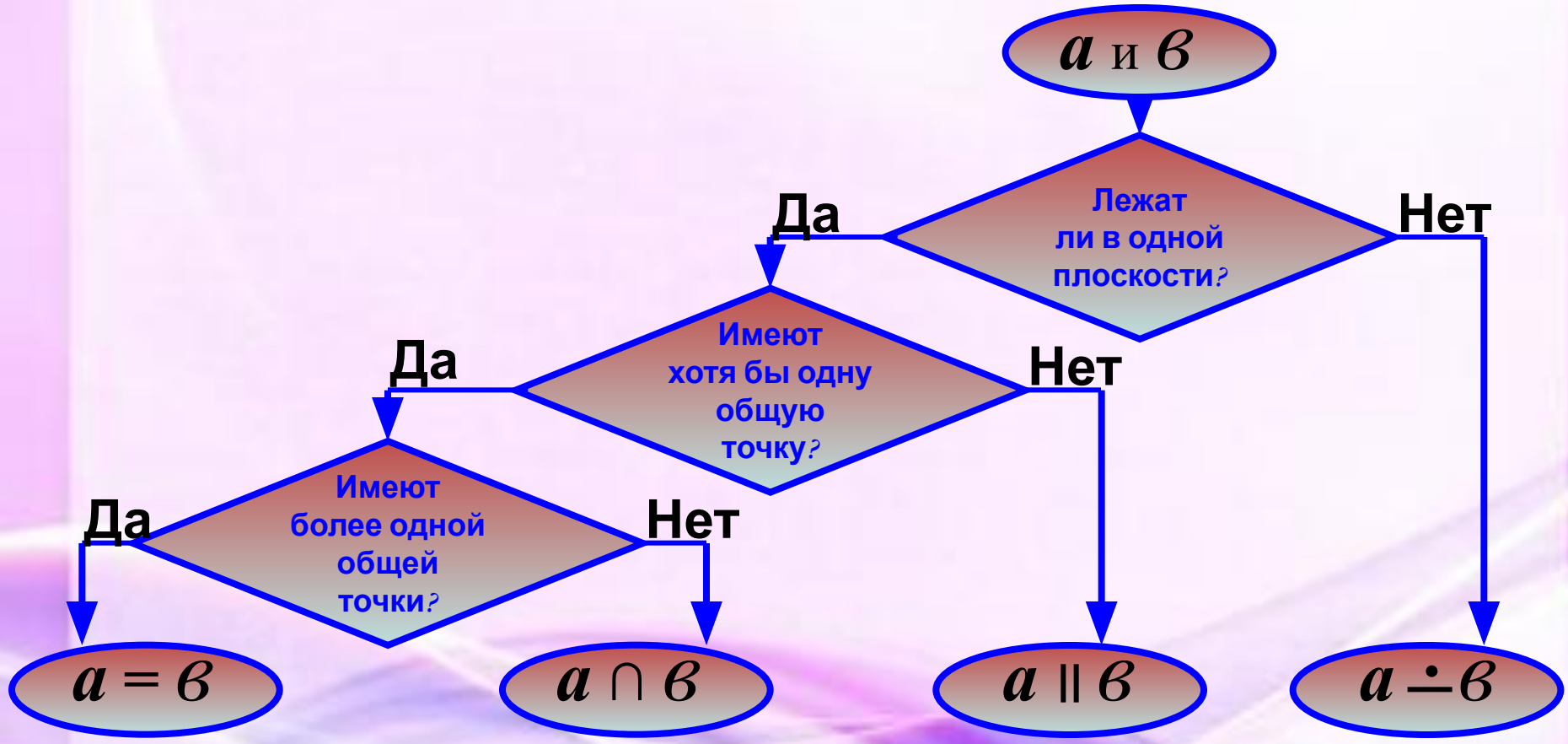


параллельны



Не лежат в одной плоскости

скрещиваются



Алгоритм распознавания взаимного расположения двух прямых в пространстве