НАШ ПРИНЦИП – КАЧЕСТВО!

МАТЕМАТИКА

ЛЕКЦИЯ № 1

ТЕМА ЛЕКЦИИ:

«ОПРЕДЕЛИТЕЛИ

И ИХ ПРИМЕНЕНИЯ»

ПЛАН ЛЕКЦИИ

1. ОПРЕДЕЛИТЕЛЬ КВАДРАТНОЙ МАТРИЦЫ
2. МИНОРЫ И АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ДОПОЛНЕНИЯ
3. СПОСОБЫ ВЫЧИСЛЕНИЯ ОПРЕДЕЛИТЕЛЕЙ
4. РЕШЕНИЕ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ МЕТОДОМ КРАМЕРА

ОПРЕДЕЛИТЕЛЬ КВАДРАТНОЙ МАТРИЦЫ

ОБОЗНАЧЕНИЯ

КВАДРАТНАЯ МАТРИЦА n-го ПОРЯДКА

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

ОБОЗНАЧЕНИЯ ОПРЕДЕЛИТЕЛЯ МАТРИЦЫ

$$\Delta = |A| = \det A = \begin{vmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

ВЫЧИСЛЕНИЕ ОПРЕДЕЛИТЕЛЕЙ МАТРИЦ 1-го и 2-го ПОРЯДКОВ

ОПРЕДЕЛИТЕЛЬ МАТРИЦЫ 1-го ПОРЯДКА

$$\Delta = \left| a_{11} \right| = a_{11}$$

ОПРЕДЕЛИТЕЛЬ МАТРИЦЫ 2-го ПОРЯДКА

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11} \cdot a_{22} - a_{21} \cdot a_{12}$$

МНЕМОНИЧЕСКОЕ ПРАВИЛО

**ОПРЕДЕЛИТЕЛЬ МАТРИЦЫ
2-го ПОРЯДКА РАВЕН
ПРОИЗВЕДЕНИЮ ЭЛЕМЕНТОВ
ГЛАВНОЙ ДИАГОНАЛИ
МИНУС
ПРОИЗВЕДЕНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ
ПОБОЧНОЙ ДИАГОНАЛИ**

МИНОРЫ И АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ДОПОЛНЕНИЯ

МИНОР ЭЛЕМЕНТА ОПРЕДЕЛИТЕЛЯ

МИНОРОМ ЭЛЕМЕНТА ОПРЕДЕЛИТЕЛЯ НАЗЫВАЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЕЛЬ, ПОЛУЧЕННЫЙ ИЗ ИСХОДНОГО ОПРЕДЕЛИТЕЛЯ ПРИ ПОМОЩИ ВЫЧЕРКИВАНИЯ СТРОКИ И СТОЛБЦА, В КОТОРЫХ СТОИТ ЭТОТ ЭЛЕМЕНТ

ПРИМЕР ВЫЧИСЛЕНИЯ МИНОРА

МИНОР M_{21} ЭЛЕМЕНТА a_{21} ОПРЕДЕЛИТЕЛЯ

$$\Delta = \begin{vmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & 2 & 0 \\ 7 & 9 & 1 \end{vmatrix}$$

ВЫЧИСЛЯЕТСЯ ТАК:

$$M_{21} = \begin{vmatrix} - & -1 & 2 \\ - & - & - \\ - & 9 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 9 & 1 \end{vmatrix} = -1 - 18 = -19$$

АЛГЕБРАИЧЕСКОЕ ДОПОЛНЕНИЕ

АЛГЕБРАИЧЕСКИМ ДОПОЛНЕНИЕМ A_{ij} ЭЛЕМЕНТА a_{ij} ОПРЕДЕЛИТЕЛЯ НАЗЫВАЕТСЯ ЧИСЛО

$$A_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ij},$$

ГДЕ M_{ij} – МИНОР ЭЛЕМЕНТА a_{ij}

СПОСОБЫ ВЫЧИСЛЕНИЯ ОПРЕДЕЛИТЕЛЕЙ

РАЗЛОЖЕНИЕ ПО ЛЮБОЙ СТРОКЕ (ЛЮБОМУ СТОЛБЦУ)

ОПРЕДЕЛИТЕЛЬ
РАВЕН СУММЕ ПРОИЗВЕДЕНИЙ

ЭЛЕМЕНТОВ ЛЮБОЙ СТРОКИ

(ЛЮБОГО СТОЛБЦА) НА ИХ

АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ДОПОЛНЕНИЯ

ПРИМЕР ВЫЧИСЛЕНИЯ ОПРЕДЕЛИТЕЛЯ

РАЗЛОЖИМ ОПРЕДЕЛИТЕЛЬ ПО 2-й СТРОКЕ

$$\begin{vmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & 2 & 0 \\ 7 & 9 & 1 \end{vmatrix} = (-1)^{2+1}\begin{vmatrix} - & -1 & 2 \\ - & - & - \\ - & 9 & 1 \end{vmatrix} + (-1)^{2+2}\begin{vmatrix} 3 & - & 2 \\ - & - & - \\ 7 & - & 1 \end{vmatrix} + 0 =$$

$$= (-1)\cdot(-1-18) + 1\cdot(3-14) = 19 - 11 = 8$$

МЕТОД ТРЕУГОЛЬНИКОВ ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ ОПРЕДЕЛИ-ТЕЛЕЙ МАТРИЦ 3-го ПОРЯДКА

$$\Delta = \begin{pmatrix} a_{11} & - & - \\ - & a_{22} & - \\ - & - & a_{33} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} - & a_{12} & - \\ - & - & a_{23} \\ a_{31} & - & - \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} - & - & a_{13} \\ a_{21} & - & - \\ - & a_{32} & - \end{pmatrix} -$$

$$- \begin{pmatrix} - & - & a_{13} \\ - & a_{22} & - \\ a_{31} & - & - \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} - & a_{12} & - \\ a_{21} & - & - \\ - & - & a_{33} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} a_{11} & - & - \\ - & - & a_{23} \\ - & a_{32} & - \end{pmatrix}$$

ПРИМЕР ИСПОЛЬЗОВАНИЯ МЕТОДА ТРЕУГОЛЬНИКОВ

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & 1 & -3 \\ -3 & -2 & 1 \end{vmatrix} =$$

$$= 2\cdot 1\cdot 1 + 3\cdot(-3)\cdot(-3) + 5\cdot(-2)\cdot 4 -$$

$$- 4\cdot 1\cdot(-3) - 5\cdot 3\cdot 1 - (-2)\cdot(-3)\cdot 2 =$$

$$= 2 + 27 - 40 + 12 - 15 - 12 = -26$$

ОПРЕДЕЛИТЕЛЬ ТРЕУГОЛЬНОЙ МАТРИЦЫ

РАВЕН ПРОИЗВЕДЕНИЮ ЭЛЕМЕНТОВ ГЛАВНОЙ ДИАГОНАЛИ

$$\Delta = \begin{vmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$$

РЕШЕНИЕ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ МЕТОДОМ КРАМЕРА

ОБЩИЙ ВИД СИСТЕМЫ *n* ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ С *n* НЕИЗВЕСТНЫМИ

$$
\begin{cases}
a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n = b_1, \\
a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n = b_2, \\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \ldots + a_{nn}x_n = b_n
\end{cases}
$$

МАТРИЧНЫЙ ВИД СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{pmatrix}$$

ГЛАВНЫЙ ОПРЕДЕЛИТЕЛЬ МАТРИЦЫ СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА КРАМЕРА НА ПРИМЕРЕ СИСТЕМЫ ИЗ 3-х УРАВНЕНИЙ

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}$$

НЕОБХОДИМОЕ УСЛОВИЕ ПРИМЕНИМОСТИ ФОРМУЛ КРАМЕРА

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \neq 0$$

Вычисление дополнительных определителей

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} b_1 & a_{12} & a_{13} \\ b_2 & a_{22} & a_{23} \\ b_3 & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}; \qquad \Delta_2 = \begin{vmatrix} a_{11} & b_1 & a_{13} \\ a_{21} & b_2 & a_{23} \\ a_{31} & b_3 & a_{33} \end{vmatrix}$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & b_3 \end{vmatrix}$$

ФОРМУЛЫ КРАМЕРА ДЛЯ РЕШЕНИЯ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ

$$x_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta}, \qquad x_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta}, \qquad x_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta}$$

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ МЕТОДОМ КРАМЕРА

$$\begin{cases} 2x - y + 3z = 13, \\ 4x + 3y - z = 7, \\ x - 2y + 5z = 15 \end{cases}$$

Вычисление главного и дополнительных определителей

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 4 & 3 & -1 \\ 1 & -2 & 5 \end{vmatrix} = 30 - 24 + 1 - 9 - 4 + 20 = 14 \neq 0,$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 13 & -1 & 3 \\ 7 & 3 & -1 \\ 15 & -2 & 5 \end{vmatrix} = 195 - 42 + 15 - 135 - 26 + 35 = 42,$$

ПРОДОЛЖЕНИЕ ВЫЧИСЛЕНИЙ ОПРЕДЕЛИТЕЛЕЙ

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 2 & 13 & 3 \\ 4 & 7 & -1 \\ 1 & 15 & 5 \end{vmatrix} = 70 + 130 - 13 - 21 + 30 - 260 = -14,$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 13 \\ 4 & 3 & 7 \\ 1 & -2 & 15 \end{vmatrix} = 90 - 140 - 7 - 39 + 28 + 60 = 28.$$

ОКОНЧАТЕЛЬНЫЙ ОТВЕТ

$$x = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{42}{14} = 3,$$

$$y = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{-14}{14} = -1,$$

$$z = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{28}{14} = 2.$$

БЛАГОДАРИМ ЗА ВНИМАНИЕ!