

Системы уравнений





Содержание





Определение 1

Если поставлена задача – найти такие пары значений $(x; y)$, которые одновременно удовлетворяют уравнению $p(x; y) = 0$ и уравнению $g(x; y) = 0$, то говорят, что данные уравнения образуют **систему уравнений**

Текст в рамочке подлежит записи в тетрадь

$$\begin{cases} p(x; y) = 0, \\ g(x; y) = 0. \end{cases}$$





Определение 2

Две системы уравнений называют **равносильными**, если они имеют одни и те же решения или если обе системы не имеют решений.

Текст в рамочке подлежит записи в тетрадь

$$\begin{cases} p(x; y) = 0, \\ g(x; y) = 0. \end{cases} \iff \begin{cases} s(x; y) = 0, \\ r(x; y) = 0. \end{cases}$$





Метод подстановки

Пусть дана система уравнений:

$$\begin{cases} ax + by = c, \\ dx + ey = f \end{cases}$$

1) Выразим x , через y :

$$x = (c - by) / a \quad (1)$$

2) Подставляем во второе уравнение:

$$d(c - by) / a + ey = f.$$

3) Решая уравнение, находим y :

$$y = (af - cd) / (ae - bd)$$

4) Подставляем это значение вместо y в выражение (1):

$$x = (ce - bf) / (ae - bd)$$





Метод сложения

Пусть дана система уравнений:

$$\begin{cases} ax + by = c, \\ dx + ey = f \end{cases}$$

1) Умножаем обе части 1-го уравнения системы на $(-d)$, а обе части 2-го уравнения на a и складываем их:

$$\begin{cases} -adx - bdy = -cd, \\ adx + aey = af \end{cases}$$

$$-bdy + aey = -cd + af$$

Отсюда получаем: $y = (af - cd) / (ae - bd)$

2) Подставляем значение y в любое уравнение системы:

$$ax + b(af - cd) / (ae - bd) = c$$

3) Находим другое неизвестное: $x = (ce - bf) / (ae - bd)$





Пример на метод подстановки

Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} 3x - 2y = 4 \\ x + 3y = 5 \end{cases}$$

Из первого уравнения выразим x через y :

$$x = (2y + 4) / 3$$

Подставляем это выражение во второе уравнение и находим y :

$$(2y + 4) / 3 + 3y = 5, \text{ откуда} \\ y = 1$$

Теперь находим x , подставляя найденное значение y в выражение для x :

$$x = (2 \cdot 1 + 4) / 3, \text{ откуда} \\ x = 2$$





Пример на метод сложения:

Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} 3x - 2y = 4 \\ x + 3y = 5 \end{cases}$$

Домножим первое уравнение на (-1) , а второе на 3 и сложим их, получим

$$\begin{cases} -3x + 2y = -4 \\ 3x + 9y = 15 \end{cases}$$

$$11y = 11$$

отсюда $y = 1$

Подставляем это значение во второе уравнение

$$3x + 9 = 15, \text{ отсюда}$$
$$x = 2$$





Реши методом подстановки

$$\begin{cases} 4x^2 + 7y^2 = 148 \\ 3x^2 - y^2 = 11 \end{cases}$$

$$\{(3;4); (3;-4); (-3;4); (-3;-4)\}$$

$$\{(2;4); (2;-4); (-2;4); (-2;-4)\}$$

$$\{(3;2); (3;-2); (-3;2); (-3;-2)\}$$



Реши методом сложения

$$\begin{cases} -6x^2 - 5y^2 = -936 \\ 5y^2 - 6x^2 = 504 \end{cases}$$

$$\{(3;4); (3;-4); (-3;4); (-3;-4)\}$$

$$\{(6;11); (6;-11); (-6;11); (-6;-11)\}$$

$$\{(6;12); (6;-12); (-6;12); (-6;-12)\}$$



Реши методом подстановки

$$\begin{cases} \sqrt{x-3} = y \\ y + |x-2| = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 3 \\ y = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 4 \\ y = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$$



Реши методом сложения

$$\begin{cases} 8y^2 - 9x^2 = -241 \\ -9x^2 - 8y^2 = -641 \end{cases}$$

$$\{(7;6); (7;-6); (-7;6); (-7;-6)\}$$

$$\{(7;5); (7;-5); (-7;5); (-7;-5)\}$$

$$\{(6;11); (6;-11); (-6;11); (-6;-11)\}$$

НЕПРАВИЛЬНО





Молодец!