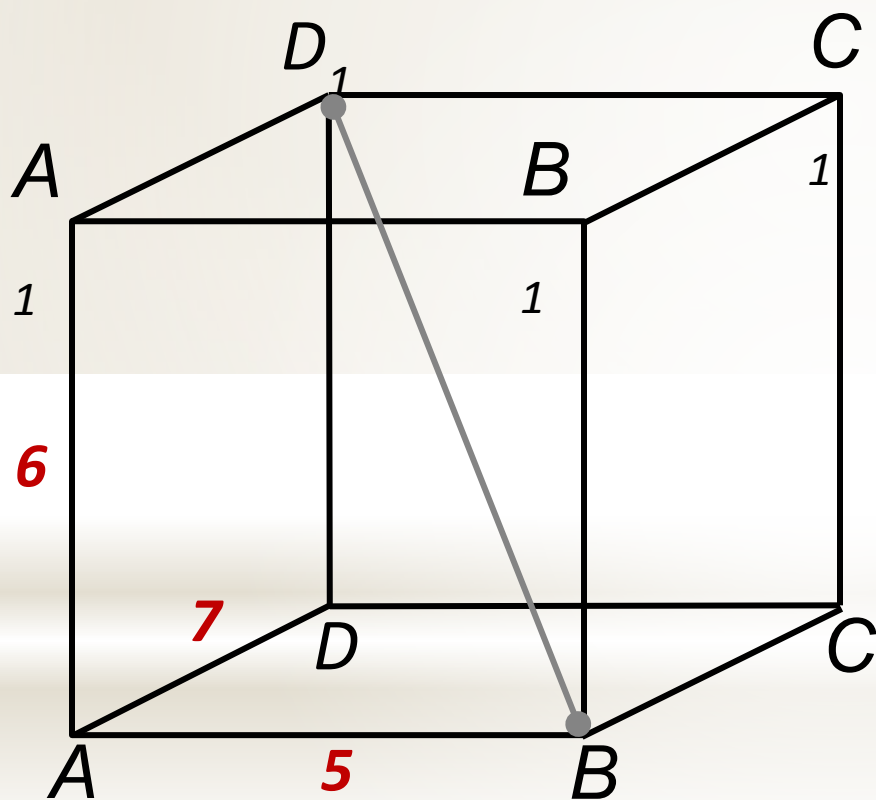


Решение заданий по стереометрии по материалам открытого банка задач ЕГЭ по математике 2014 года

№1

Найдите квадрат расстояния между вершинами B и D_1 прямоугольного параллелепипеда, для которого $AB = 5$,
 $AD = 7$, $AA_1 = 6$.



Решение.

Диагональ
прямоугольного
параллелепипеда равна
сумме квадратов трех
его измерений:

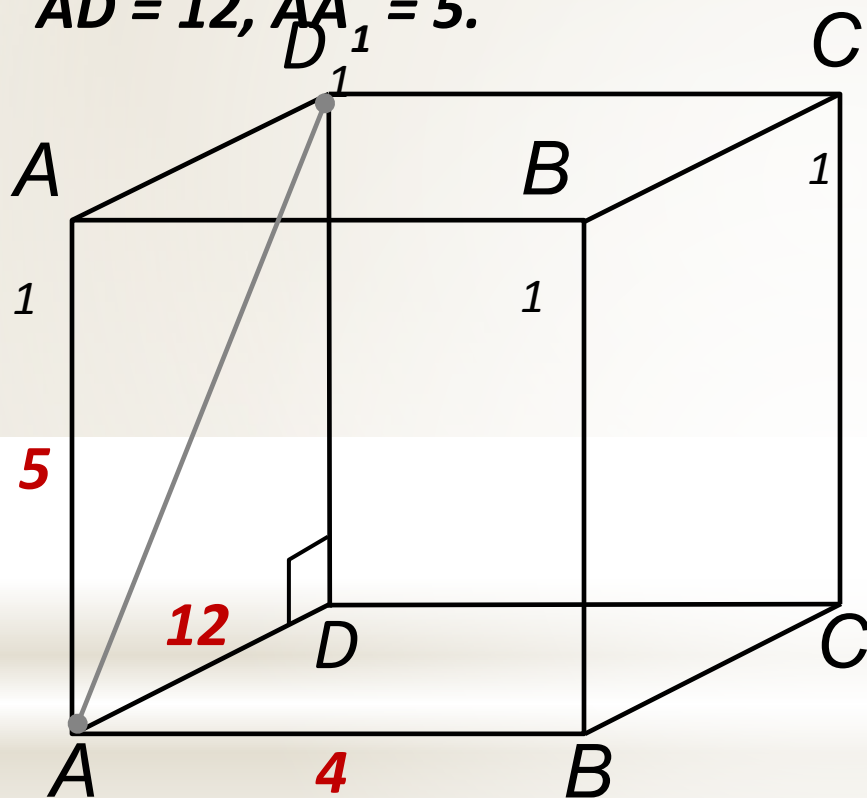
$$\begin{aligned}BD_1^2 &= AB^2 + BC^2 + BB_1^2 \\BD_1^2 &= AB^2 + AD^2 + AA_1^2 \\BD_1^2 &= 5^2 + 7^2 + 6^2 = \\&= 25 + 49 + 36 = 110\end{aligned}$$

Ответ: 110.

Найдите расстояние между вершинами A и D_1 прямоугольного параллелепипеда, для которого

$$AB = 4,$$

$$AD = 12, AA_1 = 5.$$



Решение.

Диагональ грани прямоугольного параллелепипеда равна сумме квадратов двух его измерений (по теореме Пифагора в п/у

$\triangle ADD_1$):

$$AD_1^2 = AD^2 + DD_1^2$$

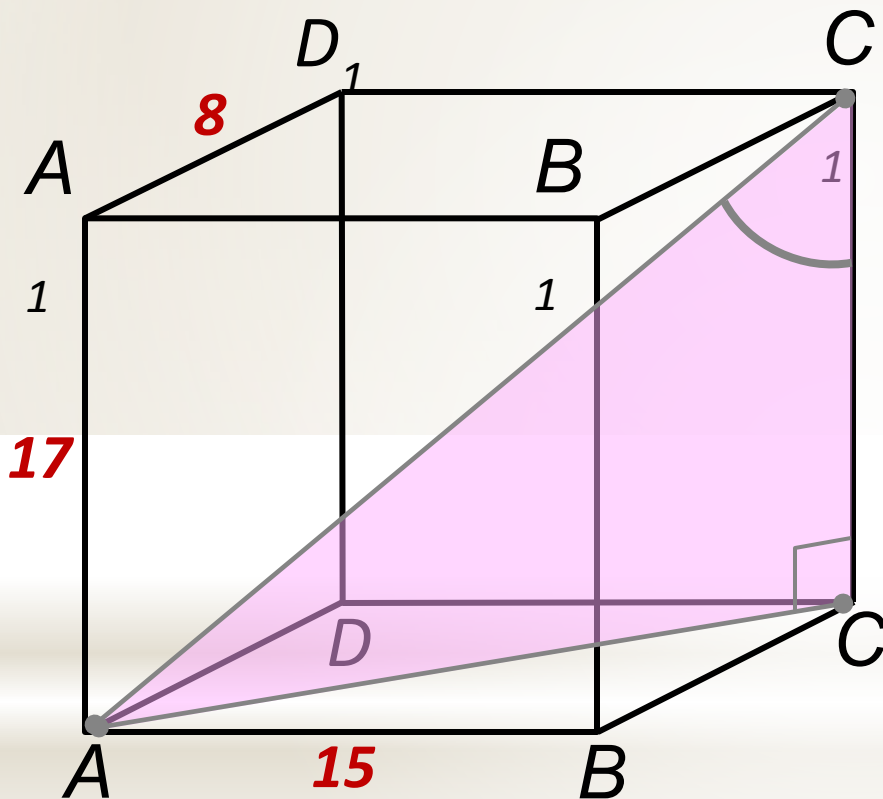
$$AD_1^2 = AD^2 + AA_1^2$$

$$AD_1^2 = 12^2 + 5^2 = 13^2$$

$$AD_1 = 13$$

Ответ: 13.

Найдите угол AC_1C прямоугольного параллелепипеда, для которого $AB = 15$, $A_1D_1 = 8$, $AA_1 = 17$. Ответ дайте в градусах.



Решение.

Угол AC_1C найдем из п/у $\triangle ACC_1$, в котором известен катет $CC_1 = AA_1 = 17$, а катет AC найдем по теореме Пифагора в п/у $\triangle ABC$:

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

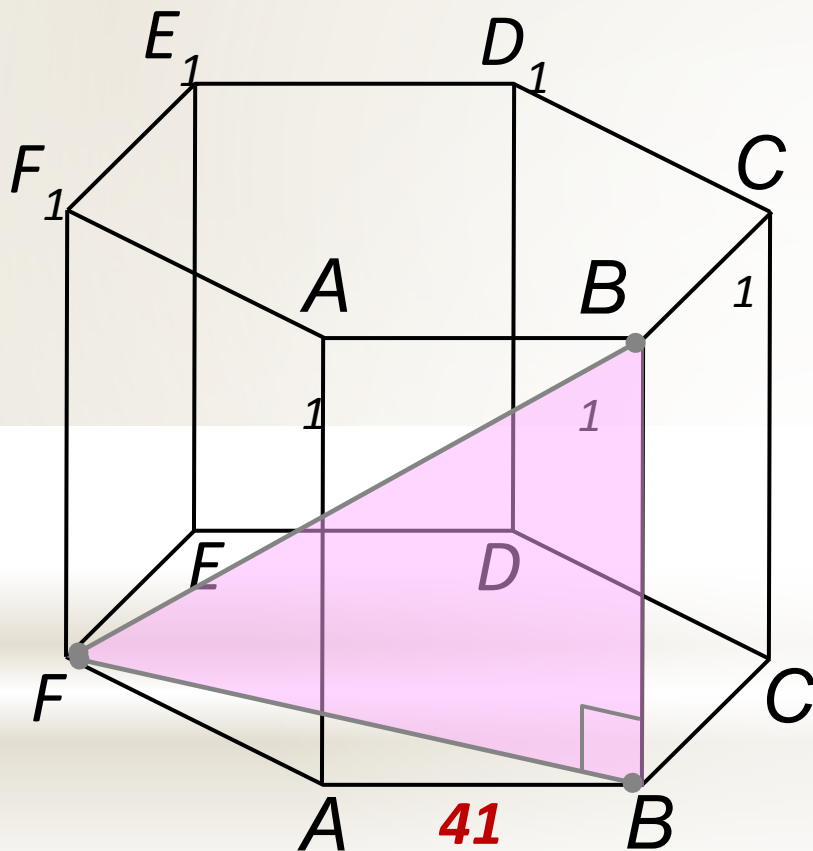
$$AC^2 = 15^2 + 8^2 = 17^2$$

$AC = 17$. Значит $\triangle ACC_1$ – р/б,

$$\Rightarrow \angle AC_1C = 45^\circ.$$

Ответ: 45.

В правильной шестиугольной призме $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ все ребра равны 41. Найдите расстояние между точками F и B_1 .



Решение.

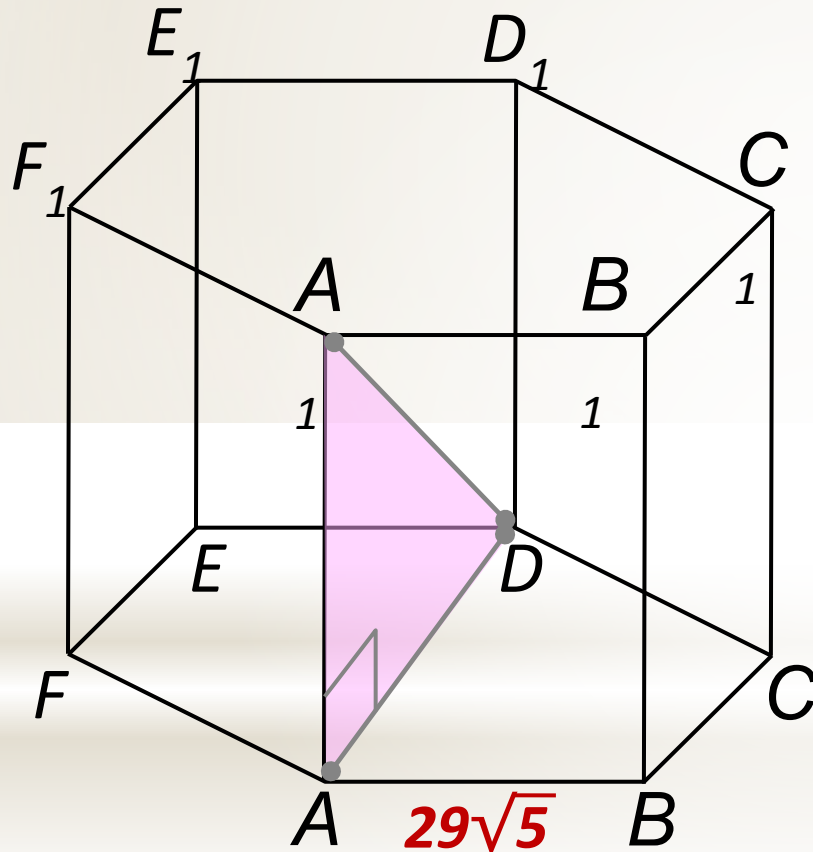
Расстояние между точками F и B_1 найдем из п/у $\triangle FBB_1$, в котором известен катет $BB_1 = 41$, а катет FB является меньшей диагональю в правильном шестиугольнике и равен $41\sqrt{3}$. По теореме Пифагора в п/у $\triangle FBB_1$:

$$\begin{aligned} FB_1^2 &= FB^2 + BB_1^2 \\ FB_1^2 &= (41\sqrt{3})^2 + 41^2 = \\ &= 41^2(3 + 1) = 41^2 \cdot 2^2; \\ FB_1 &= 41 \cdot 2 = 84. \end{aligned}$$

Ответ: 84.

№5

В правильной шестиугольной призме $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ все ребра равны $29\sqrt{5}$. Найдите расстояние между точками A_1 и D .



Решение.

Расстояние между точками D и A_1 найдем из п/у $\triangle AA_1 D$, в котором известен катет $AA_1 = 29\sqrt{5}$, а катет AD является большей диагональю в правильном шестиугольнике и равен $58\sqrt{5}$. По теореме Пифагора в п/у $\triangle AA_1 D$:

$$DA_1^2 = DA^2 + AA_1^2$$

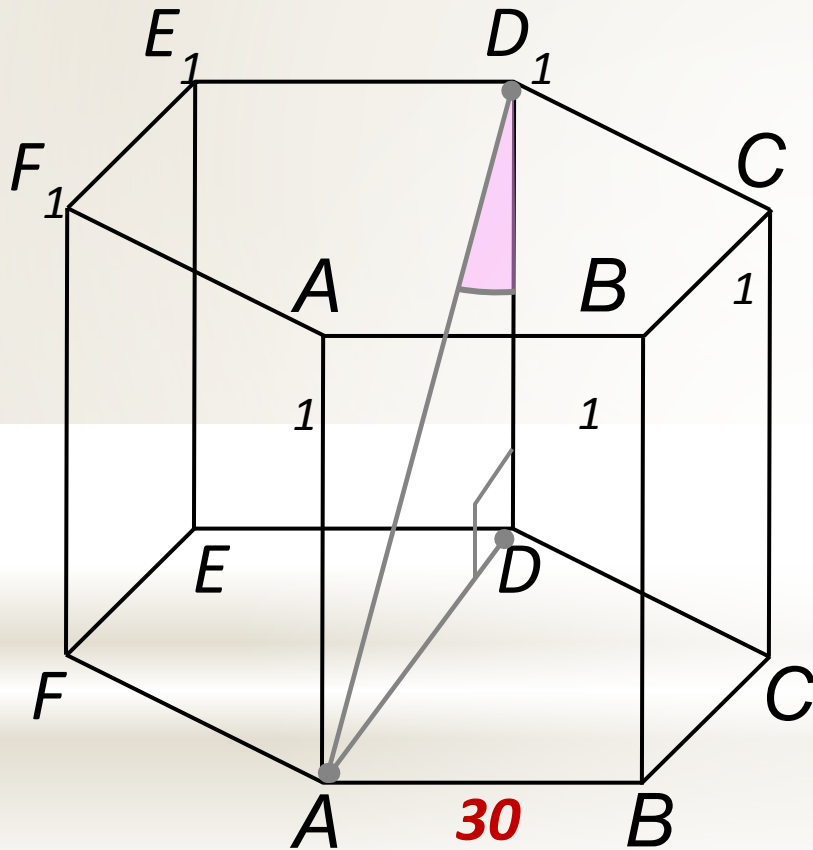
$$DA_1^2 = (29\sqrt{5})^2 + (58\sqrt{5})^2 =$$

$$= 29^2(5 + 20) = 29^2 \cdot 5^2;$$

$$DA_1 = 29 \cdot 5 = 145.$$

Ответ: 145.

В правильной шестиугольной призме $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ все ребра равны 30. Найдите тангенс угла $AD_1 D$.



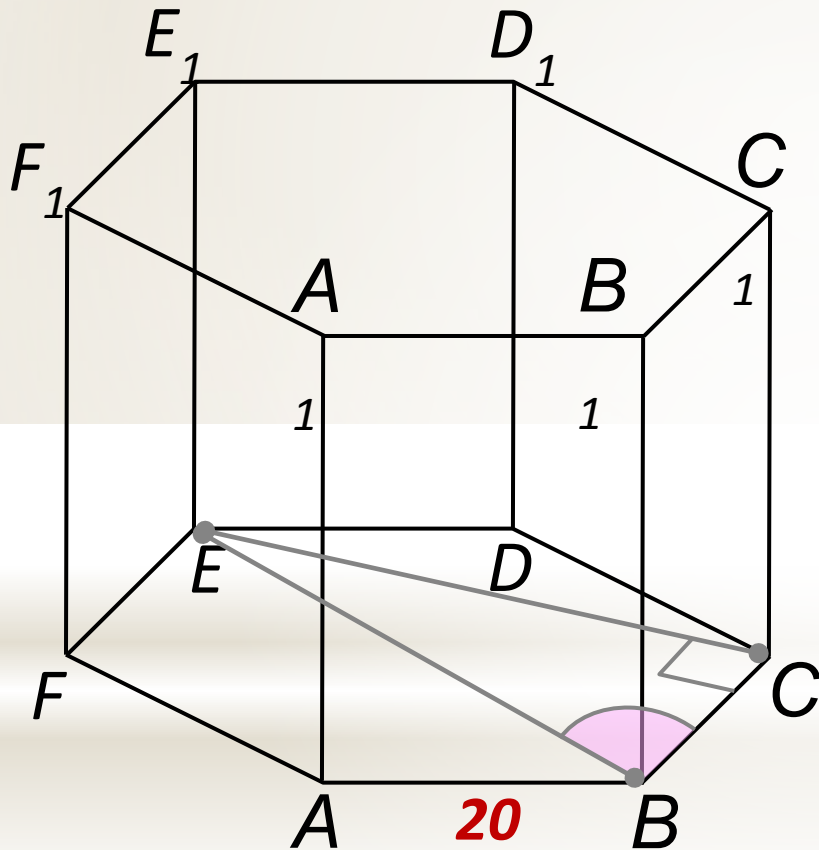
Решение.

Рассмотрим п/у $\triangle AD_1 D$, в котором известен катет $DD_1 = 30$, а катет AD является большей диагональю в правильном шестиугольнике и равен 60.

$$\operatorname{tg} \angle AD_1 D = AD : DD_1 = 60 : 30 = 2$$

Ответ: 2.

В правильной шестиугольной призме $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ все ребра равны 20. Найдите угол CBE . Ответ дайте в градусах.



Решение.

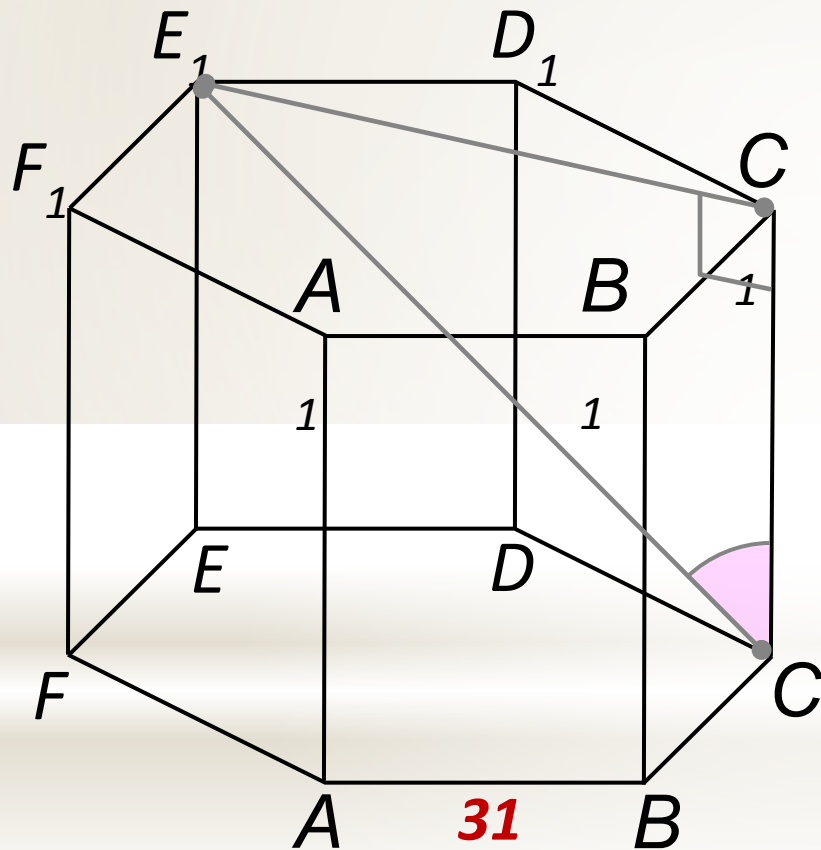
Рассмотрим п/у $\triangle CBE$, в котором известен катет $BC = 20$, а катет BE является большей диагональю в правильном шестиугольнике и равен 40.

$$\cos \angle CBE = BC : BE = 20 : 40 = 0,5$$

$$\angle CBE = 60^\circ$$

Ответ: 60.

В правильной шестиугольной призме $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ все ребра равны 31. Найдите угол $C_1 C E_1$. Ответ дайте в градусах.



Решение.

Рассмотрим п/у $\triangle C_1 C E_1$, в котором известен катет $CC_1 = 31$, а катет $C_1 E_1$ является меньшей диагональю в правильном шестиугольнике и равен $31\sqrt{3}$.

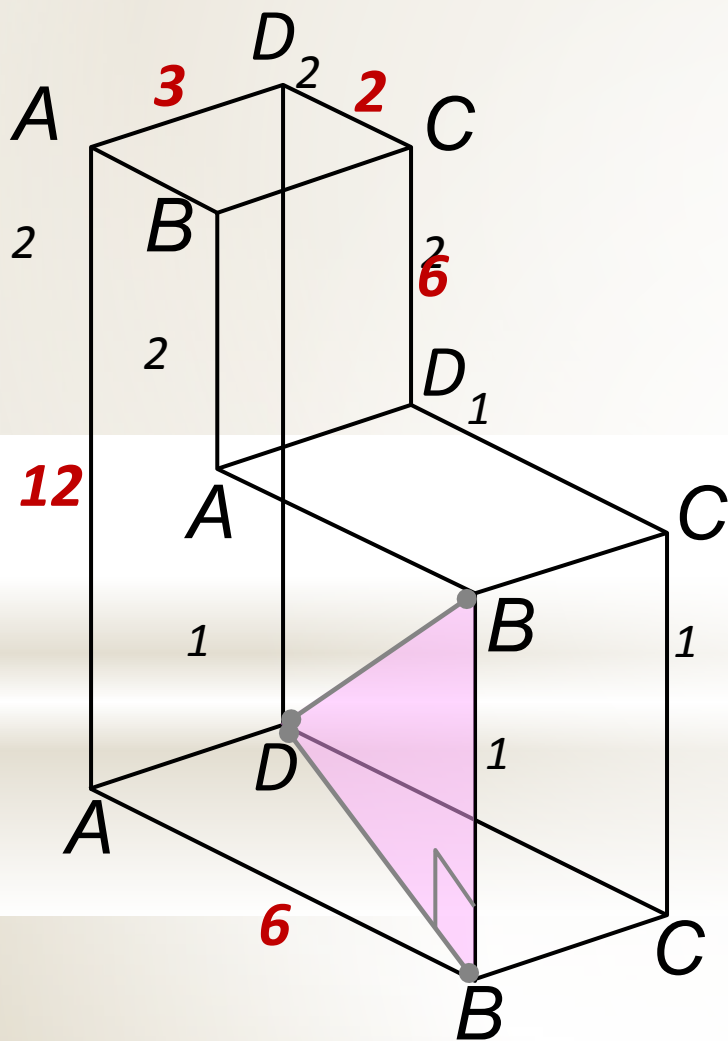
$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \angle C_1 C E_1 &= \frac{E_1 C_1}{CC_1} = \\ &= \frac{31\sqrt{3}}{31} = \sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\angle C_1 C E_1 = 60^\circ$$

Ответ: 60.

№9

Найдите расстояние между вершинами D и B_1 многогранника, изображенного на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые.



Решение.

Рассмотрим п/у $\triangle B_1BD$,
в котором катет

$BB_1 = 12 - 6 = 6$, а катет

$$BD^2 = AD^2 + AB^2 = 3^2 + 6^2 = 45$$

$$DB_1^2 = DB^2 + BB_1^2 = 45 + 36 = 81$$

$$DB_1 = 9.$$

Ответ: 9.

№10

Найдите квадрат расстояния между вершинами D и B_2 многогранника, изображенного на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые.

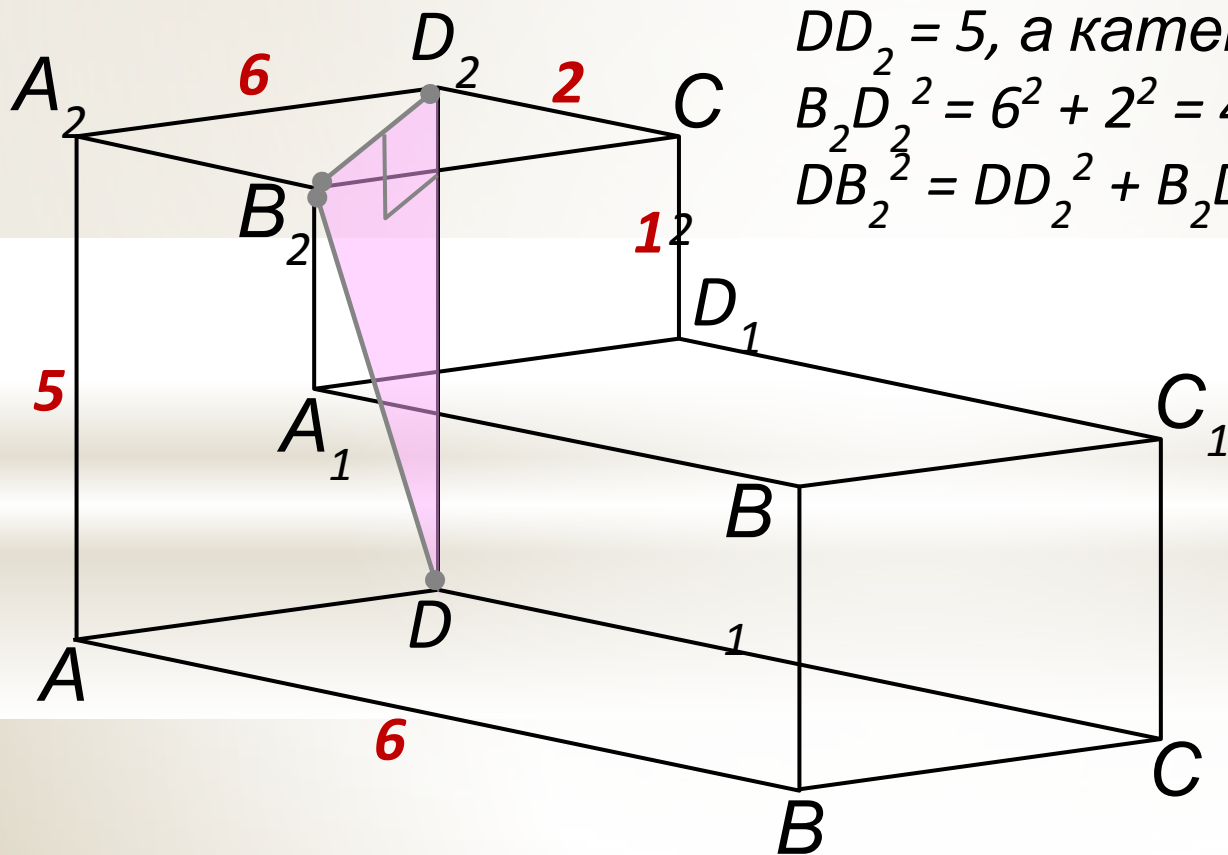
Решение.

Рассмотрим п/у $\triangle DD_2B_2$,
в котором катет

$DD_2 = 5$, а катет $B_2D_2^2 = A_2D_2^2 + A_2B_2^2$

$B_2D_2^2 = 6^2 + 2^2 = 40$

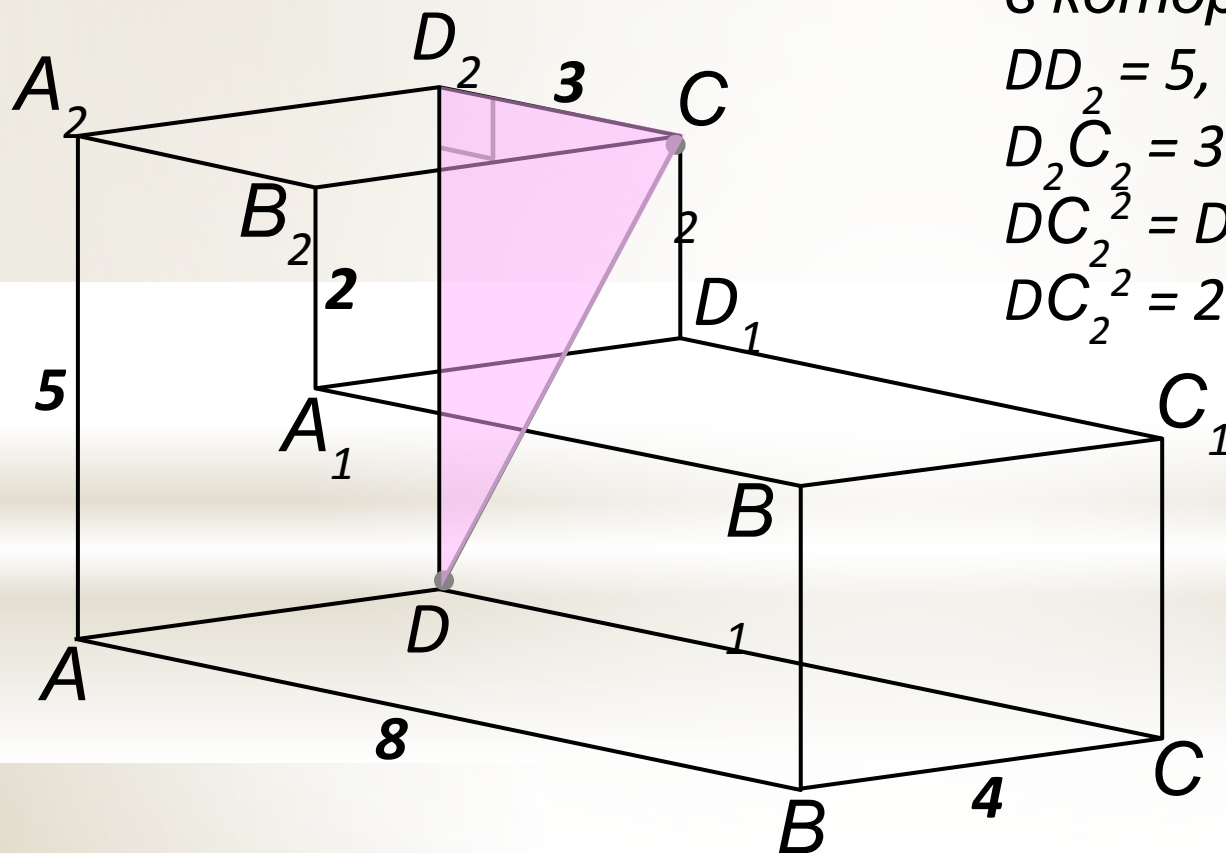
$DB_2^2 = DD_2^2 + B_2D_2^2 = 25 + 40 = 65.$



Ответ: 65.

№11

Найдите квадрат расстояния между вершинами D и C_2 многогранника, изображенного на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые.



Решение.

Рассмотрим п/у $\triangle DD_2C_2$,
в котором катет

$DD_2 = 5$, а катет

$D_2C_2 = 3$

$DC_2^2 = DD_2^2 + D_2C_2^2$

$DC_2^2 = 25 + 9 = 34.$

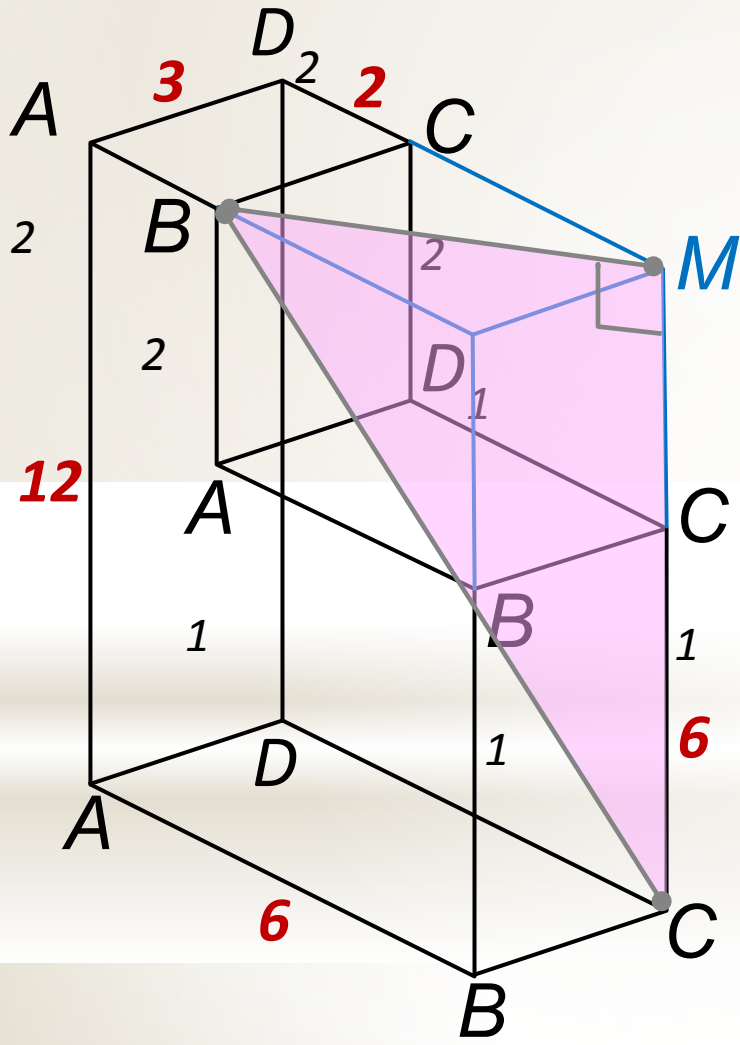
Ответ: 34.

№12

Найдите расстояние между вершинами C и B_2 многогранника, изображенного на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые.

Решение.

Достроим до прямоугольного параллелепипеда как на рисунке.



Рассмотрим п/у $\triangle B_2CM$,

в котором катет $MC = 12$,

а катет

$$B_2M^2 = B_2C_2^2 + C_2M^2 = 3^2 + (6 - 2)^2 = 25$$

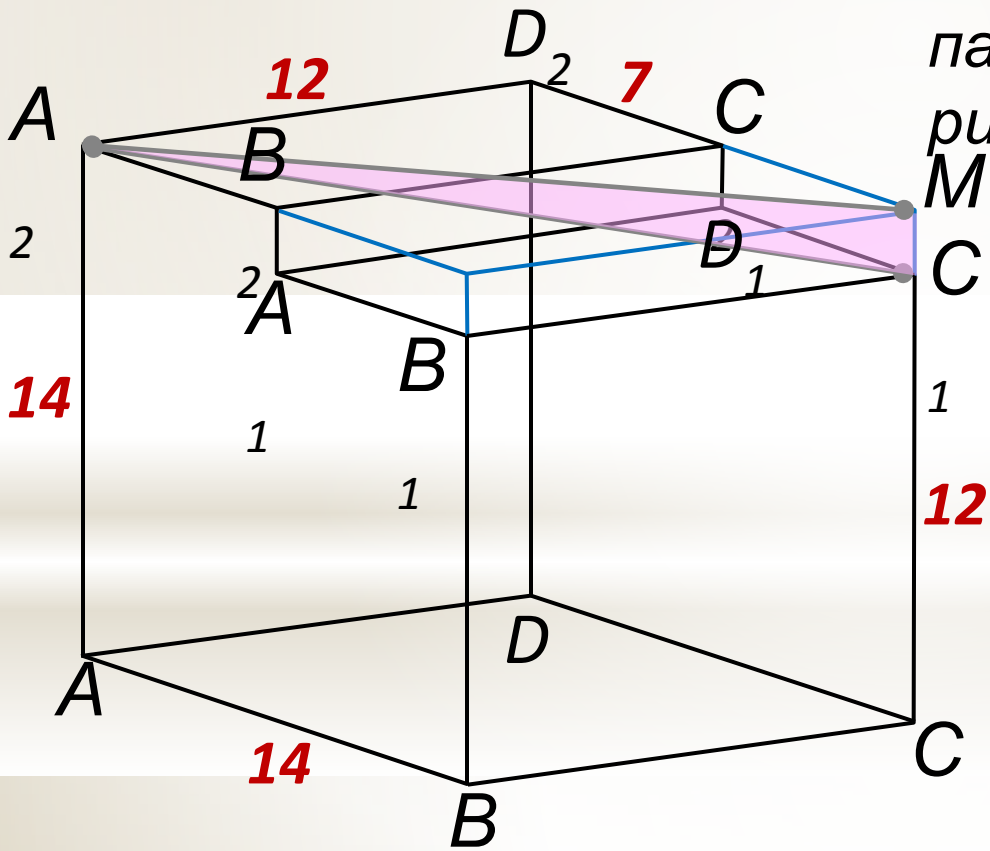
$$B_2C^2 = B_2M^2 + MC^2 = 25 + 12^2 = 169$$

$$B_2C = 13.$$

Ответ: 13.

№13

Найдите квадрат расстояния между вершинами A_2 и C_1 многогранника, изображенного на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые.



Решение.

Достроим до прямоугольного параллелепипеда как на рисунке. Рассмотрим п/у Δ

A_2C_1M , в котором катет

$$MC_1 = 14 - 12 = 2,$$

а катет

$$A_2M^2 = A_2D_2^2 + D_2M^2 = 12^2 + 14^2 = 340$$

$$A_2C_1^2 = A_2M^2 + MC_1^2 = 340 + 4 = 344.$$

Ответ: 344.

*Используемые материалы

- <http://mathege.ru/or/ege/Main> – Материалы открытого банка заданий по математике 2014 года