

*Признаки
равенства
треугольников*

7 класс

*Учитель математики 1 категории
МОУ СОШ №4
Шмичева Елена Евгеньевна*

Урок 1: Первый признак равенства треугольников

- повторение
- что такое теорема?
- первый признак равенства треугольников
- задачи
- самостоятельная работа (два уровня)

Урок 2: Медиана, биссектриса и высота треугольника

- устная работа
- перпендикуляр к прямой
- медиана
- биссектриса
- высота
- графическая работа

Урок 3: Равнобедренный треугольник

- определение
- свойства равнобедренного треугольника
- творческая самостоятельная работа
- теоретический тест

Урок 4: Второй признак равенства треугольников

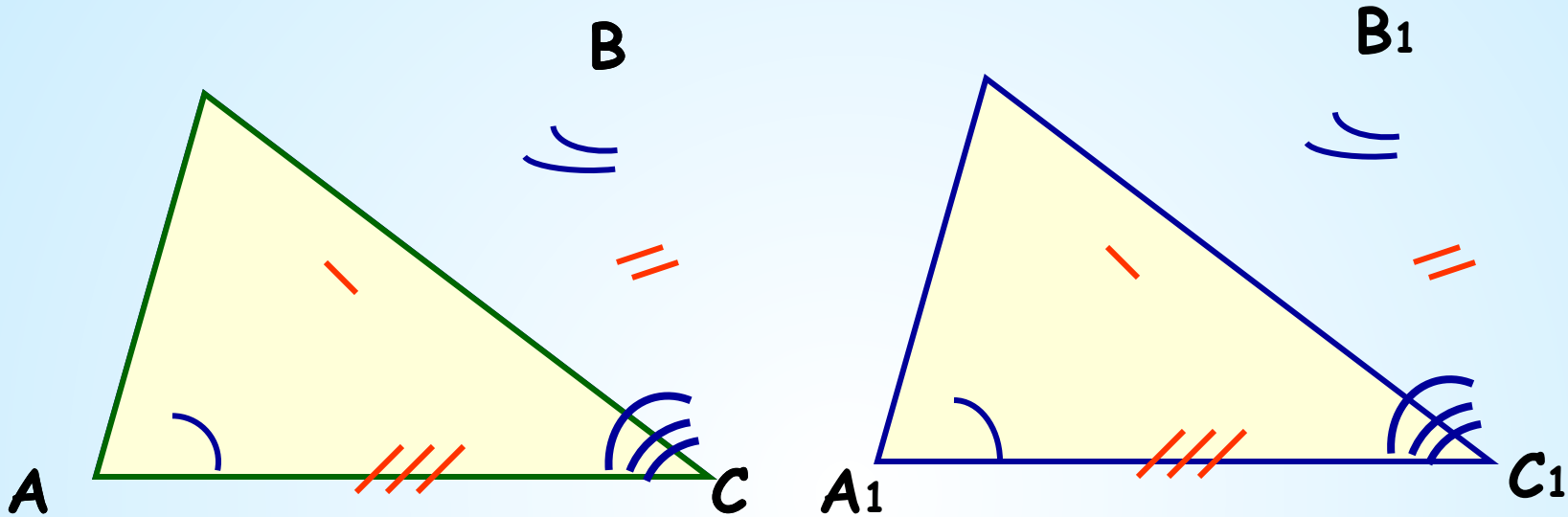
- повторение (устная работа по готовым чертежам)
- второй признак равенства треугольников
- задачи
- тест

Урок 5: Третий признак равенства треугольников

- третий признак равенства треугольников
- задачи
- самостоятельная работа

Равенство треугольников

(повторение)



$$\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} AB = A_1B_1 & \angle A = \angle A_1 \\ BC = B_1C_1 & \angle B = \angle B_1 \\ AC = A_1C_1 & \angle C = \angle C_1 \end{array} \right]$$

Определение

Треугольники называются равными, если совмещаются при наложении

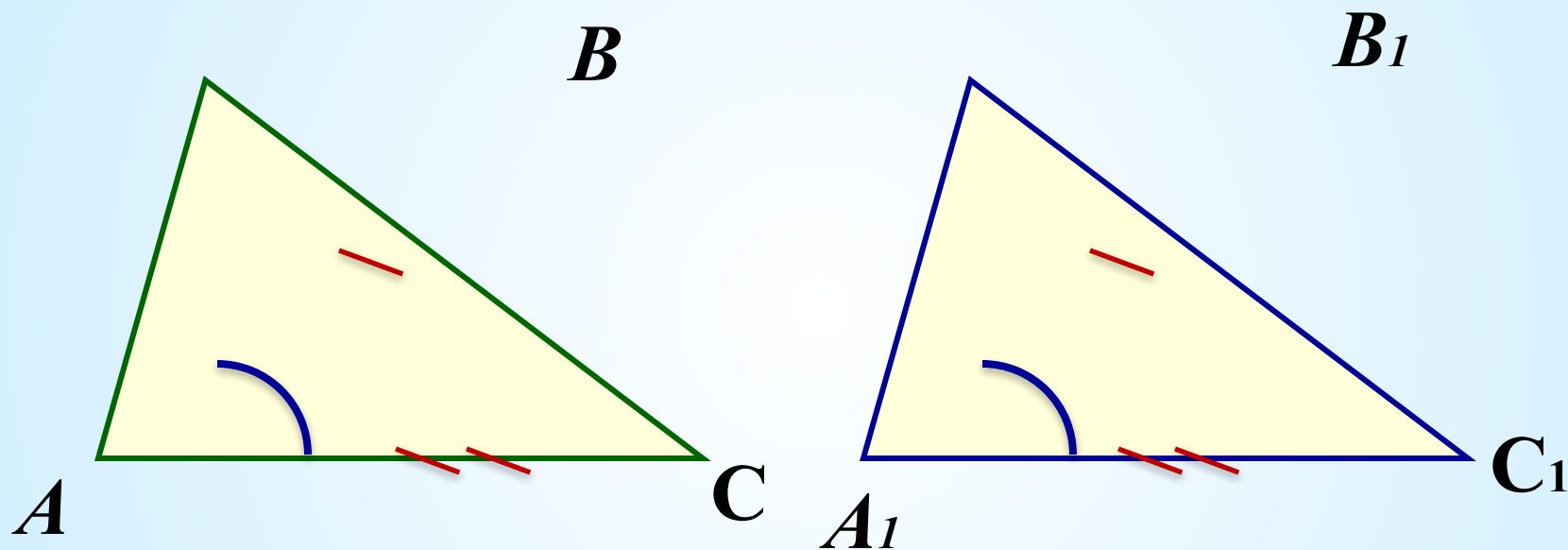
***Теорема – утверждение,
справедливость, которого
устанавливается путём рассуждений
(доказательств)***

Любая теорема включает

- 1. Чертёж**
- 2. Условие (дано)**
- 3. Заключение (доказать)**
- 4. Доказательство с обоснованием
(логические рассуждения, которые
основываются на определениях,
аксиомах и ранее доказанных теоремах
(свойствах и признаках))**

ПЕРВЫЙ ПРИЗНАК

(по двум сторонам и углу между ними)



**Если две стороны и угол между ними одного
треугольника соответственно равны двум
сторонам и углу между ними другого
треугольника, то такие треугольники равны**

Дано: $\triangle ABC$, $\triangle A_1B_1C_1$.

$AB = A_1B_1$; $AC = A_1C_1$;

$\angle A = \angle A_1$

Доказать:

$\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$.

Доказательство:

Рассмотрим треугольники

1) т.к. $\angle A = \angle A_1$ (по условию) $\Rightarrow \triangle ABC$

можно наложить на $\triangle A_1B_1C_1$.

2) Луч AB совпадает с лучом A_1B_1 . Луч AC совпадает с лучом A_1C_1 .

3) т.к. $AB = A_1B_1$; $AC = A_1C_1$, то

совместятся точки B и B_1 ; C и $C_1 \Rightarrow$

совместятся отрезки BC и B_1C_1 .

4) Совместятся $\triangle ABC$ и $\triangle A_1B_1C_1 \Rightarrow \triangle ABC$

$= \triangle A_1B_1C_1$, ч.т.д.

Задачи

1) Дано: $\triangle ABC$ и $\triangle DMK$; $BC = 6$; $MD = 6$; $AC = 7$;
 $DK = 7$; $\angle C = \angle D$.

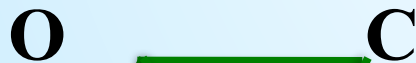
Доказатъ: $\triangle ABC = \triangle DMK$.

2) O – середина AK ; O – середина CM .

Доказатъ $\triangle AOC = \triangle MOK$.



3) Дано: $OP = OK$; OC – биссектриса $\angle O$;
 $\angle K = 30^\circ$; $CK = 7$ см.



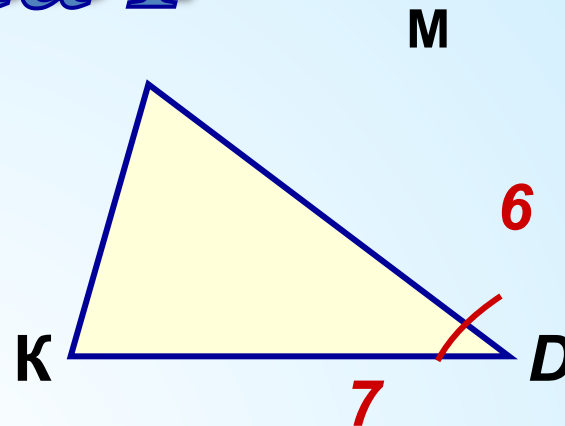
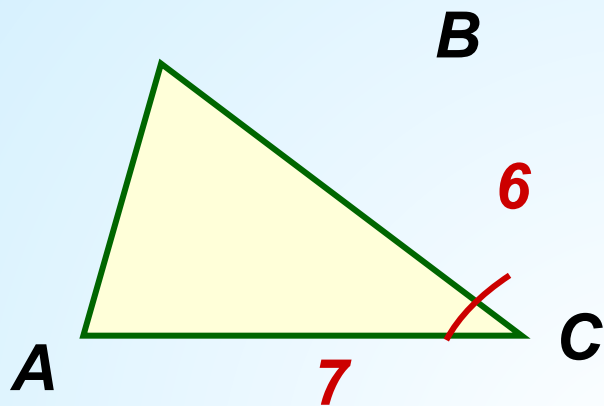
Найти: PC ; $\angle P$

4) Дано: $BC = AD$; $\angle 1 = \angle 2$; $\angle C = 60^\circ$;
 $AB = 10$ м



Найти: CD ; $\angle A$

Решение задачи 1



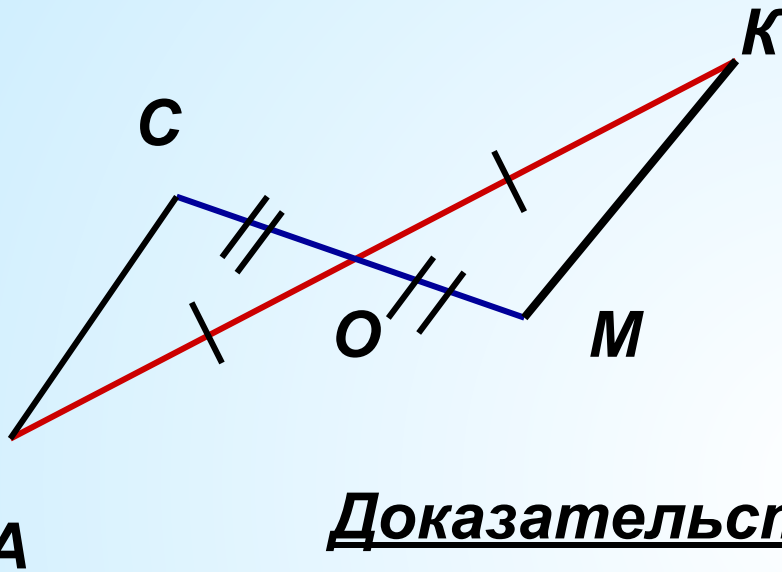
Решение

Рассмотрим $\triangle ABC$ и $\triangle DMK$

1. $BC = DM = 6$ (по условию)
2. $AC = DK = 7$ (по условию)
3. $\angle C = \angle D$ (по условию)

$\Rightarrow \triangle ABC = \triangle DMK$
по 1 признаку
равенства
треугольников

Решение задачи 2



Дано: $AK \cap CM = O$; $CO = OM$;
 $AO = OK$.

Доказать $\triangle AOC = \triangle MOK$

Доказательство:

Рассмотрим $\triangle AOC$ и $\triangle KOM$

1. $AO = OK$ (по условию)
2. $CO = OM$ (по условию)
3. $\angle COA = \angle KOM$ (вертикальные)

$\Rightarrow \triangle AOC = \triangle MOK$
по 1 признаку
равенства
треугольников, ч.т.
д.

Решение задачи 3

Решение:

Рассмотрим $\triangle OCP$ и $\triangle OCK$

1. $OP = OK$ (по условию)

2. CO – общая сторона

3. $\angle COP = \angle COK$

(OC - биссектриса)

$\Rightarrow \triangle OCP = \triangle OCK$

по 1 признаку

равенства

треугольников

$\Rightarrow \angle K = \angle P = 30^\circ;$

$CK = PC = 7 \text{ см}$

Решение задачи 4

Решение:

Рассмотрим $\triangle ABD$ и $\triangle CDB$

1. $BC = AD$ (по условию)
2. BD – общая сторона
3. $\angle 1 = \angle 2$ (по условию)

$\Rightarrow \triangle ABD = \triangle CDB$
по 1 признаку
равенства
треугольников

$\Rightarrow \angle A = \angle C = 60^\circ;$
 $CD = AB = 10 \text{ м}$

Самостоятельная работа

Уровень (под постоянным контролем учителя)

1. Рис. 1

Дано: $AA_1 = CC_1$; $BC = B_1C_1$, $BC \perp AC$, $B_1C_1 \perp AC_1$

Доказать: $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$

2. Рис. 2

Дано: $AB = BC$, $\angle 1 = \angle 2$.

Доказать: $\angle ADB = \angle CDB$, DB - биссектриса $\angle ADC$.

Уровень (с проверкой учителя по окончании работы)

1. Рис. 3

Дано: $\angle BDC = \angle BEA$, $AD = EC$, $BD = BE$, $\angle BCE = 64^\circ$

Доказать: $\triangle ABD = \triangle CBE$. **Найти:** $\angle BAD$.

2. Рис. 4

Дано: $AB = AD$, $AC = AE$, $\angle BAD = \angle CAE$.

Найти: равны ли BC и DE , $\angle MCA$ и $\angle KEA$?

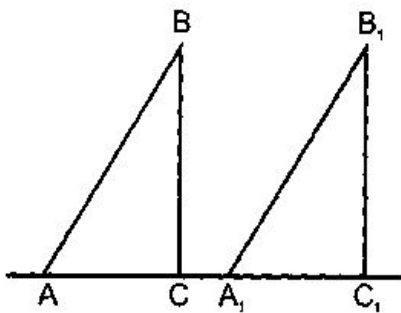


Рис. 1

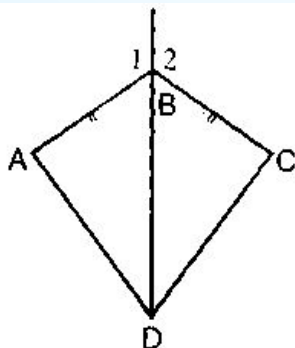


Рис. 2

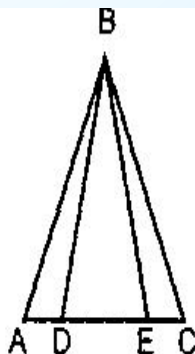


Рис. 3

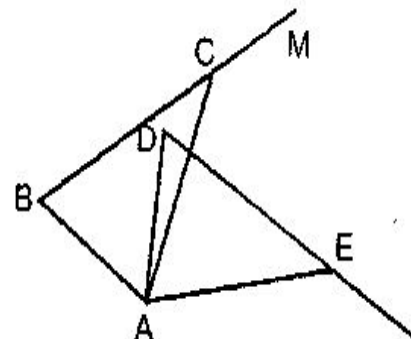


Рис. 4

*Примерные задания
из учебника для работы
классе и дома* в

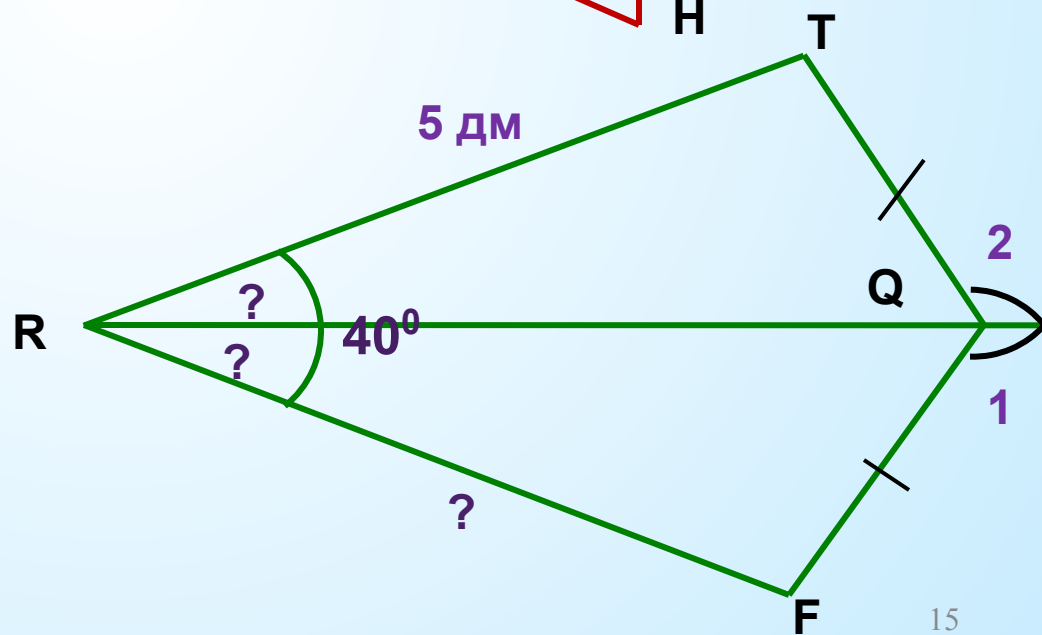
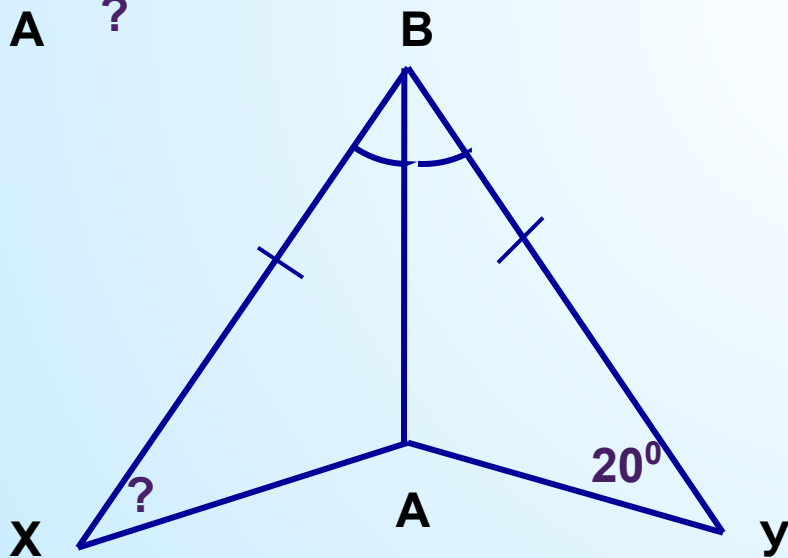
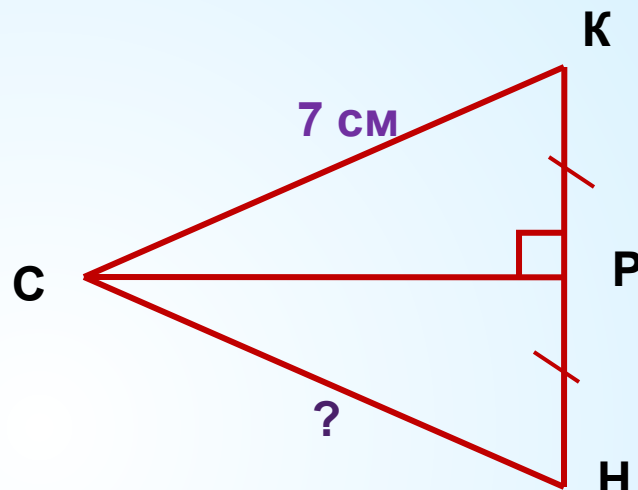
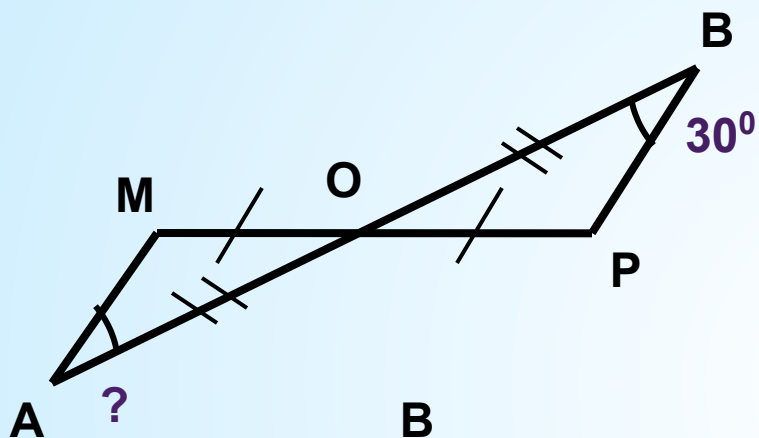
В классе: №93;96;98;99.

Дома: п.14

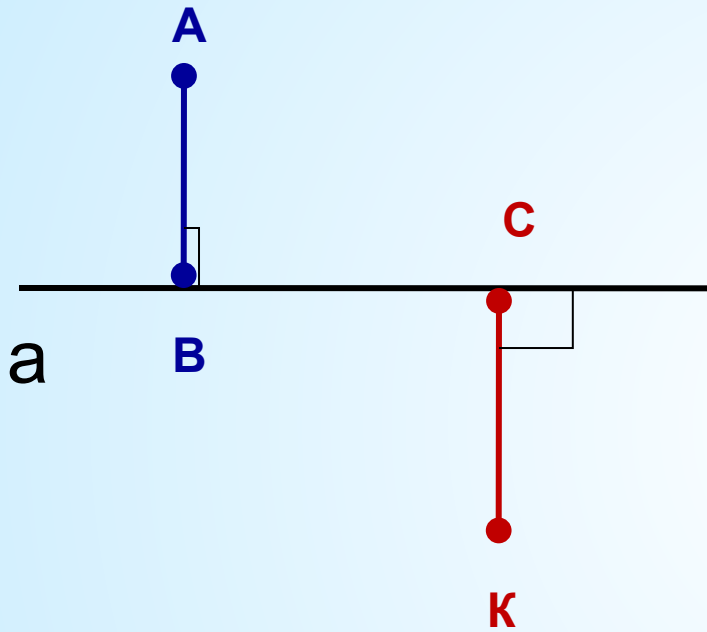
(выучить теорему)

№ 94;95;97

Устная работа по готовым чертежам



Перпендикуляр к прямой



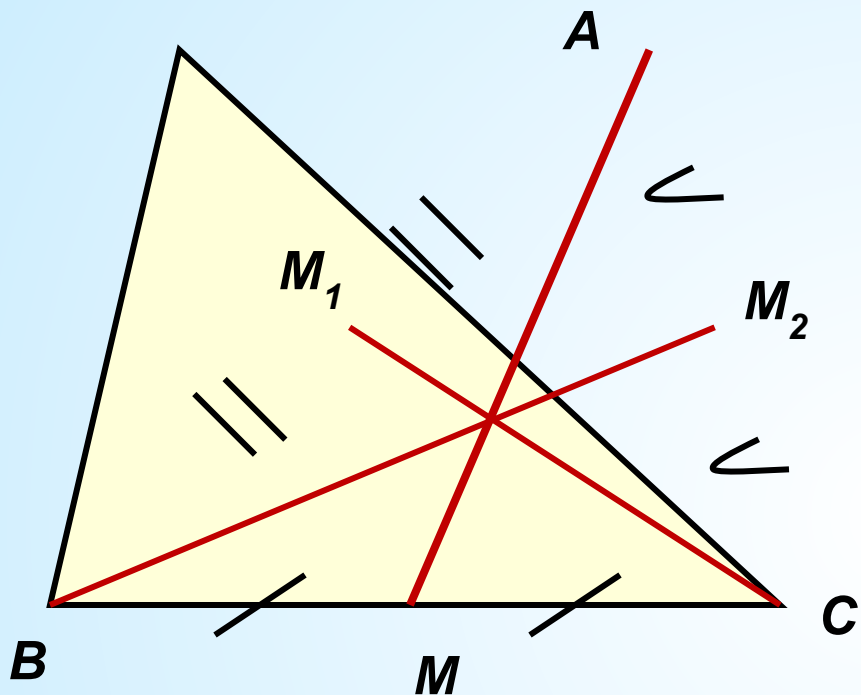
*Отрезок AB –
перпендикуляр,
опущенный из точки A к
прямой a .*

*Точка B – основание
перпендикуляра*

$$AB \perp a$$

Из точки не лежащей на прямой, можно провести перпендикуляр к этой прямой, и при том только один.

Медиана треугольника



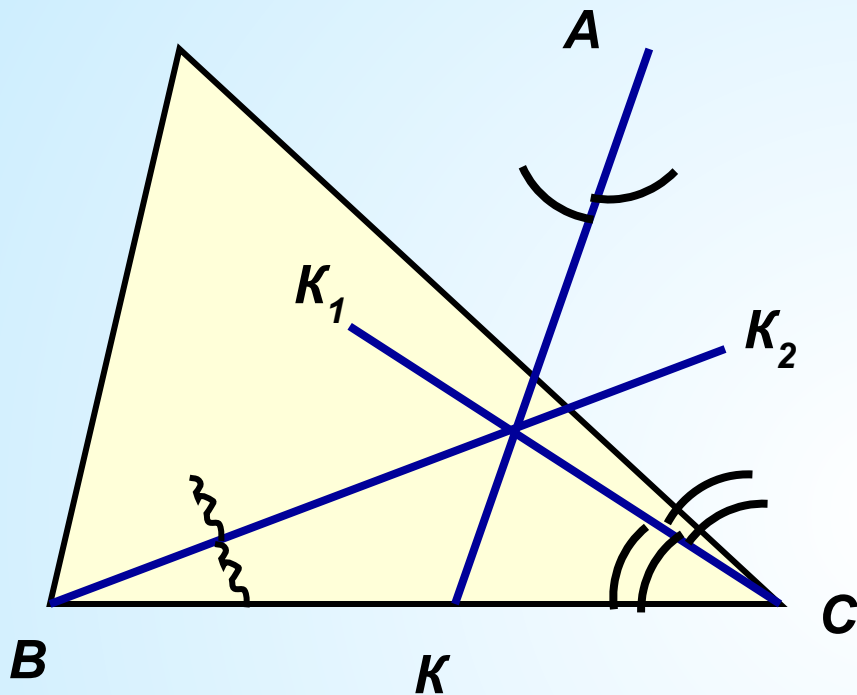
Отрезок, соединяющий вершину треугольника с серединой противоположной стороны называется медианой треугольника (**AM**).

Постройте все медианы.

Свойство медиан:

В любом треугольнике медианы пересекаются в одной точке.

Биссектриса треугольника



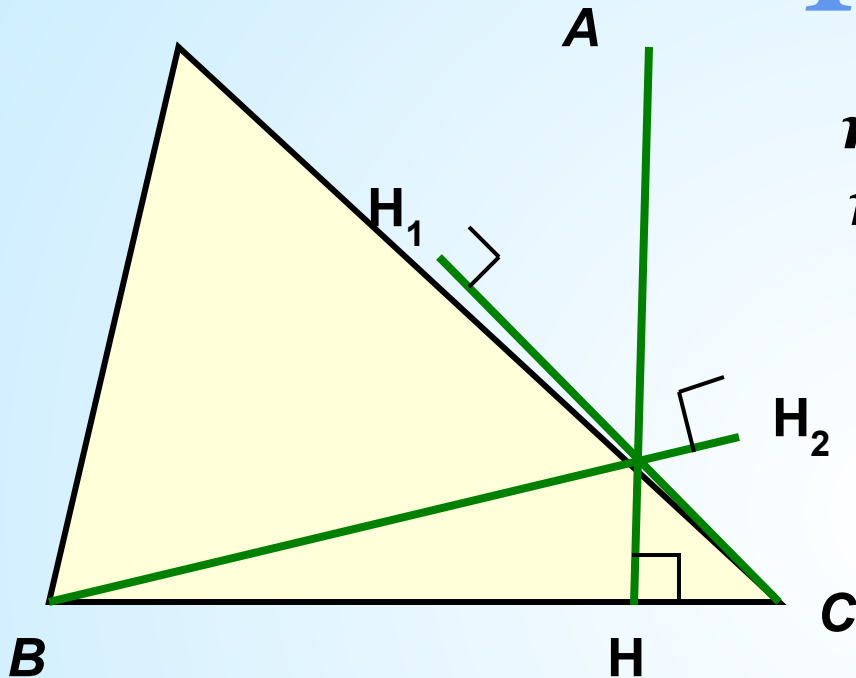
Отрезок биссектрисы угла, соединяющий вершину треугольника с точкой противоположащей стороны называется биссектрисой треугольника (AK).

Постройте все медианы.

Свойство биссектрис:

В любом треугольнике биссектрисы пересекаются в одной точке.

Высота треугольника



Перпендикуляр, проведённый из вершины треугольника к прямой, содержащей противоположную сторону называется высотой треугольника (AH).

Постройте все высоты.

Свойство высот:

В любом треугольнике высоты пересекаются в одной точке.

Графическая работа

*Постройте **медианы**,
биссектрисы, **высоты**
в **прямоугольном** и
тупоугольном
треугольнике.*

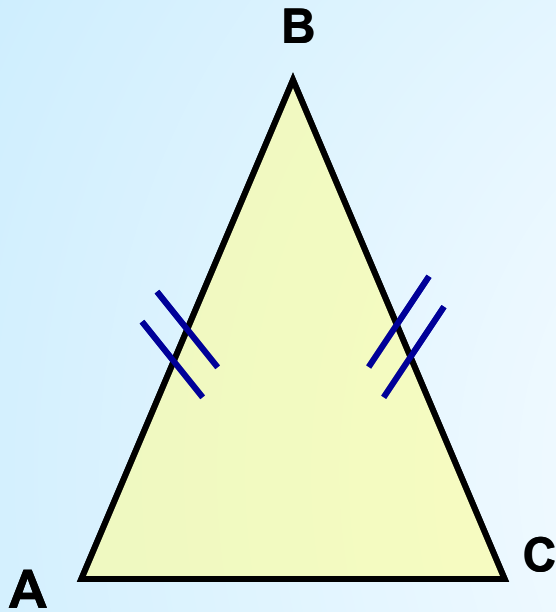
*Примерные задания
из учебника для работы
классе и дома* **в**

В классе: № 105; 106.

Дома: п. 16; 17.

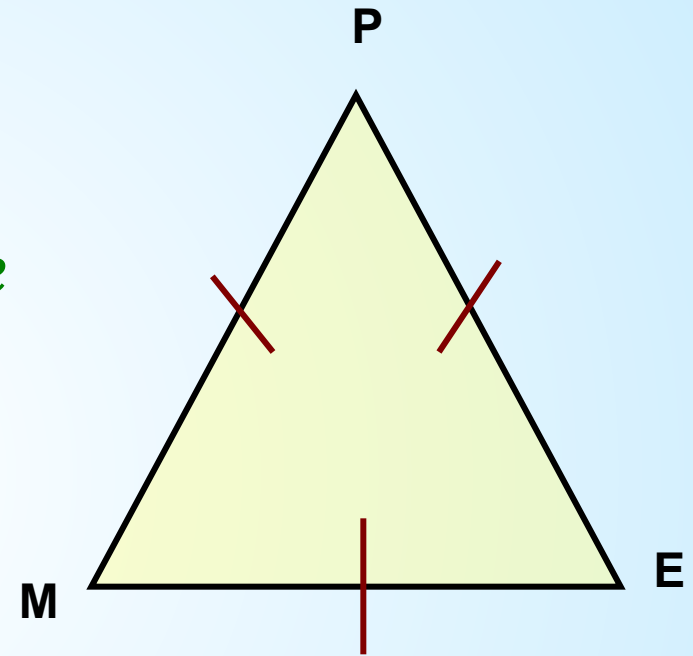
*На альбомном листе
№ 101;102;103.*

Равнобедренный треугольник



**Равнобедренный
треугольник**

**Дать
определение**



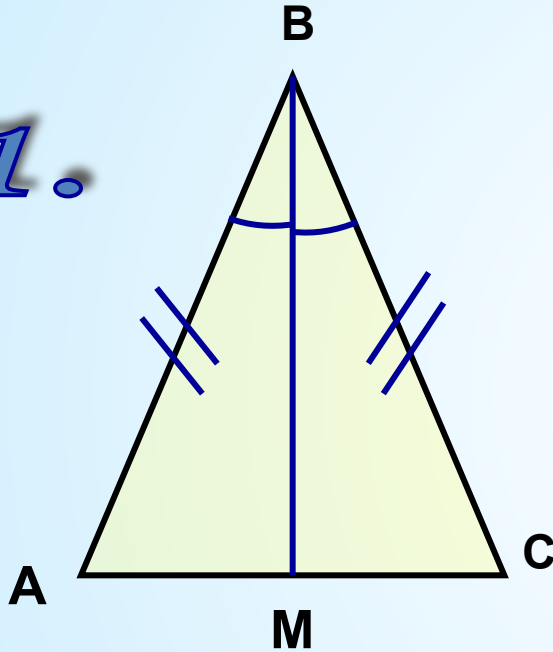
**Равносторонний
треугольник**

?

**AC – основание;
AB, BC – боковые стороны;
 $\angle A, \angle C$ – углы при основании,
 $\angle B$ – угол противолежащий
основанию.**

Свойства равнобедренного треугольника

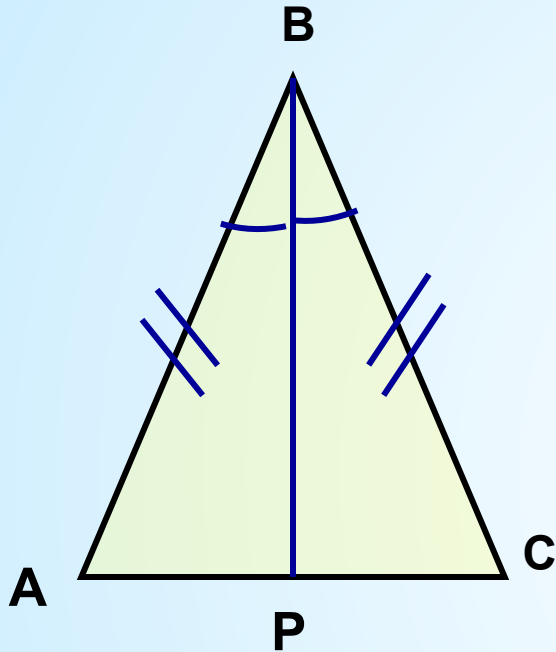
1.



**В равнобедренном
треугольнике
углы при
основании равны**

Доказать теорему самостоятельно

2.



***В равнобедренном
треугольнике
биссектриса,
проведённая к
основанию,
является медианой и
высотой***

Доказать теорему самостоятельно

Самостоятельная работа творческого характера

V-1

Исследуйте медианы
равнобедренного
треугольника и
перечислите все их
свойства

V-2

Исследуйте высоты
равнобедренного
треугольника и
перечислите все их
свойства

**Обсудить и записать
полученные выводы**

Теоретический тест

1. Медиана в равнобедренном треугольнике является его биссектрисой и высотой. Это утверждение:

- а) всегда верно;**
- б) может быть верно;**
- в) всегда неверно.**

2. Если треугольник равносторонний, то:

- а) он равнобедренный;**
- б) все его углы равны;**
- в) любая его высота является биссектрисой и медианой.**

3. В каком треугольнике только одна его высота делит треугольник на два равных треугольника?

- а) в любом;**
- б) в равнобедренном;**
- в) в равностороннем.**

4. Биссектриса в равностороннем треугольнике является медианой и высотой. Это утверждение:

- а) всегда верно;**
- б) может быть верно;**
- в) всегда неверно.**

5. Если треугольник равнобедренный, то:

- а) он равносторонний;**
- б) любая его медиана является биссектрисой и высотой;**
- в) ответы а) и б) неверны.**

6. В каком треугольнике любая его высота делит треугольник на два равных треугольника?

- а) в любом;**
- б) в равнобедренном;**
- в) в равностороннем.**

Ответы к тесту:

1 б); 2 а), б), в); 3 б); 4 а); 5 в); 6 в).

*Примерные задания
учебника для работы
и дома*

*из
в классе*

В классе: №109;112; 119;120

Дополнительные

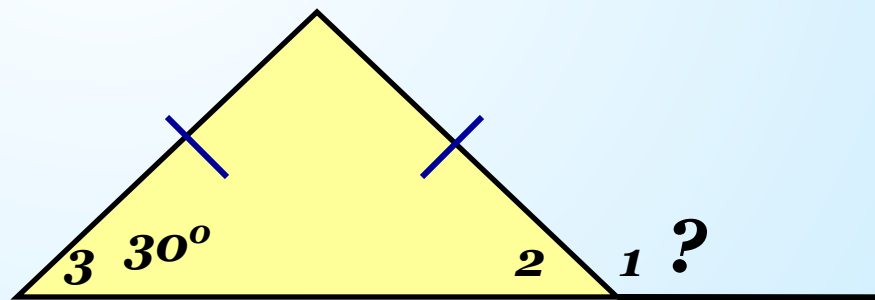
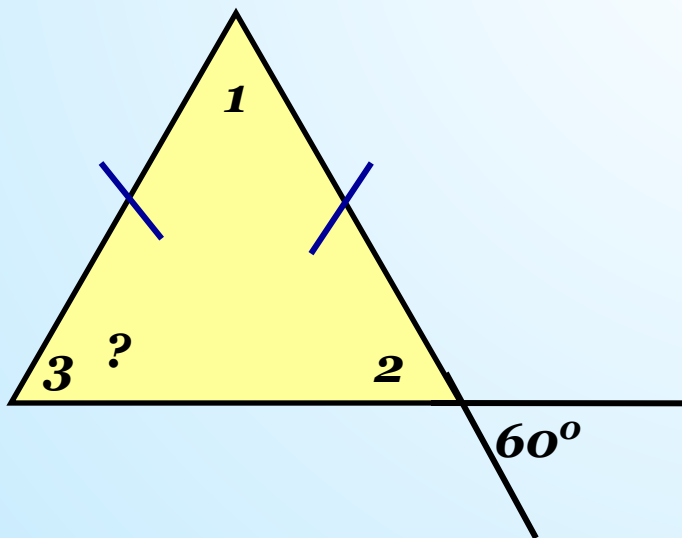
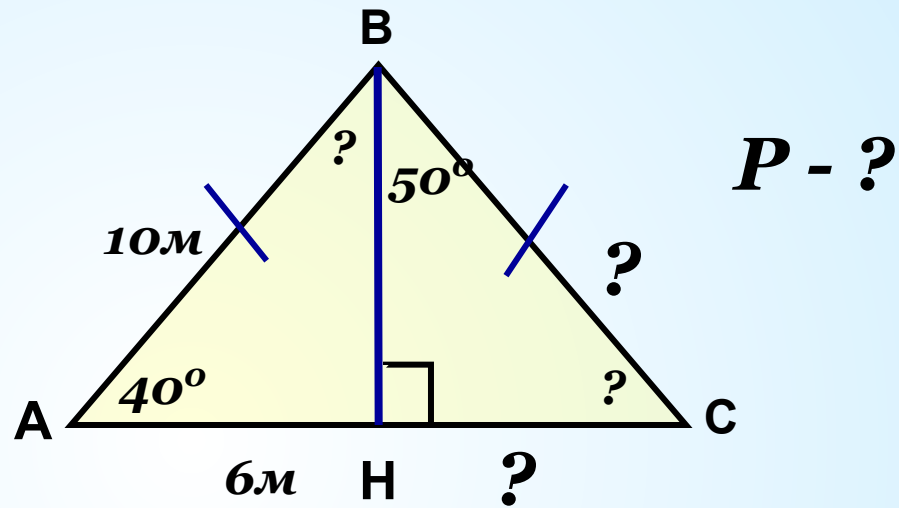
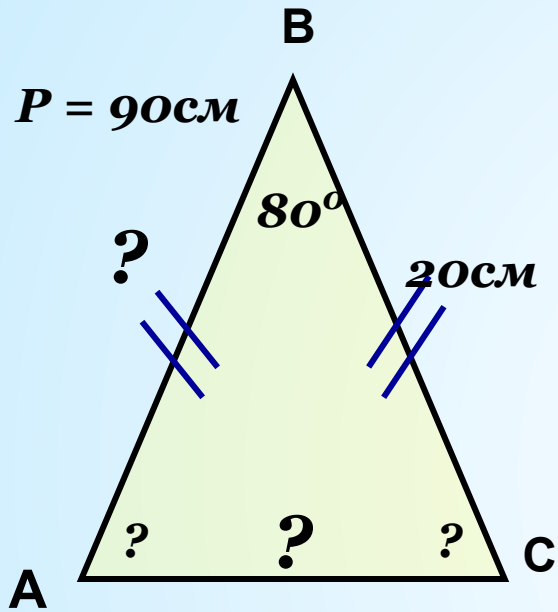
задачи: № 157;156;158.

Дома: п.18

(выучить теоремы)

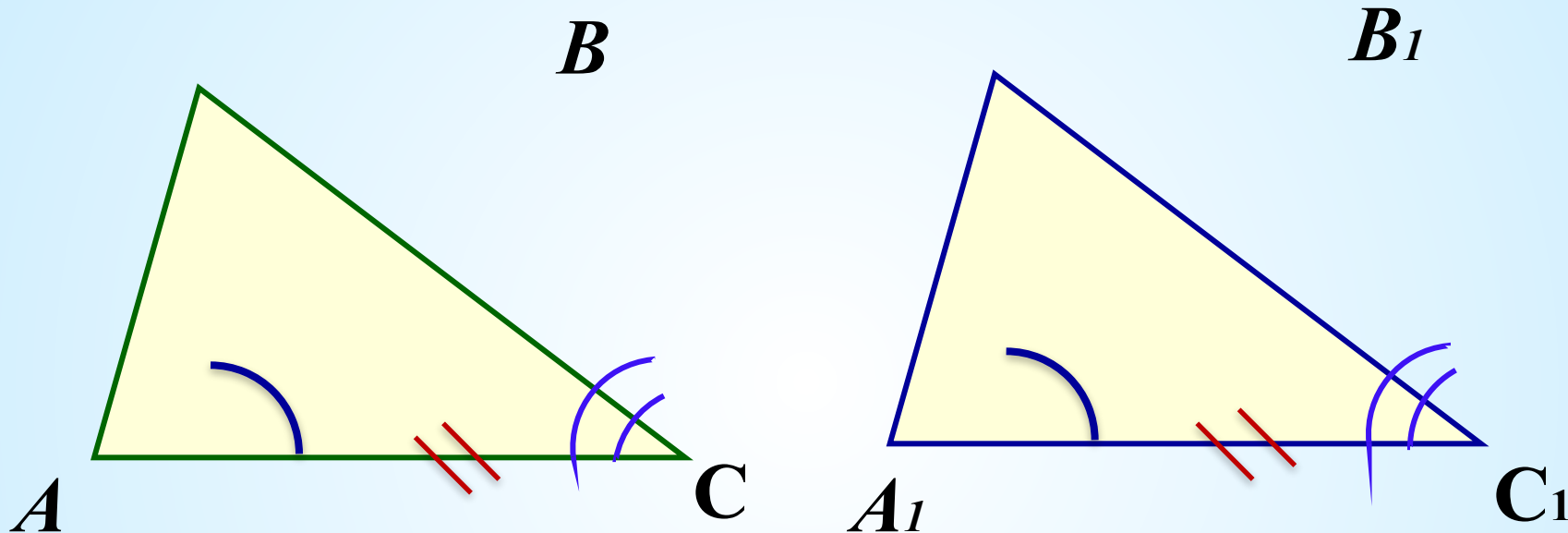
№ 107;108;111;117

Устная работа по готовым чертежам



ВТОРОЙ ПРИЗНАК

(по стороне и двум прилежащим к ней углам)



Если сторона и два прилежащих к ней угла одного треугольника соответственно равны стороне и двум прилежащим к ней углам другого треугольника, то такие треугольники равны

Дано: $\triangle ABC$, $\triangle A_1B_1C_1$.

$AC = A_1C_1$; $\angle C = \angle C_1$;

$\angle A = \angle A_1$

Доказать:

$\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$.

Доказательство:

Рассмотрим треугольники $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$

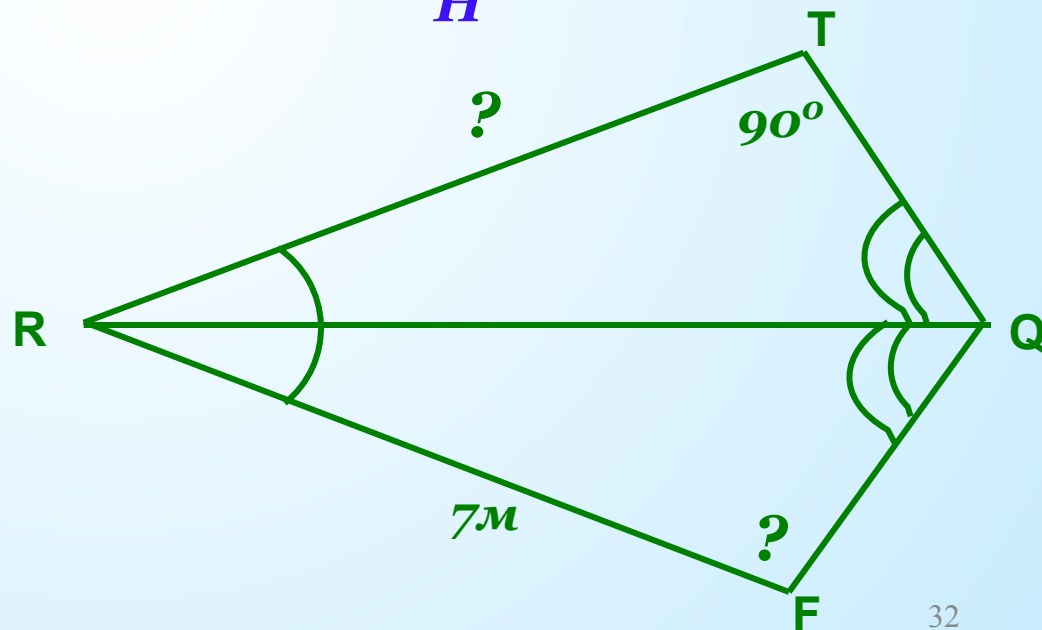
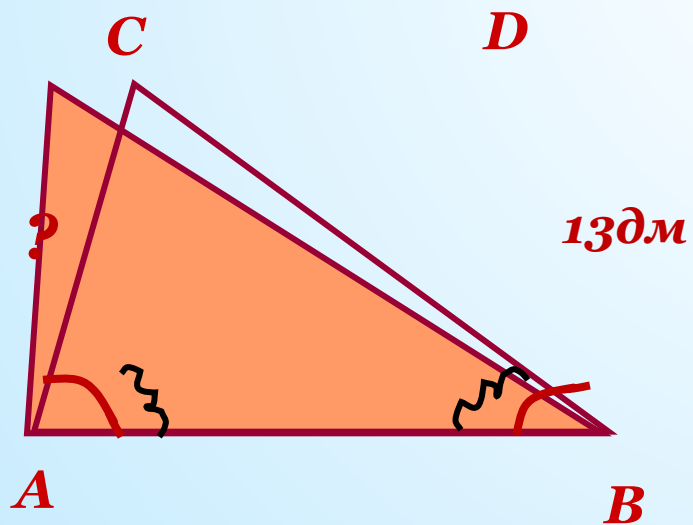
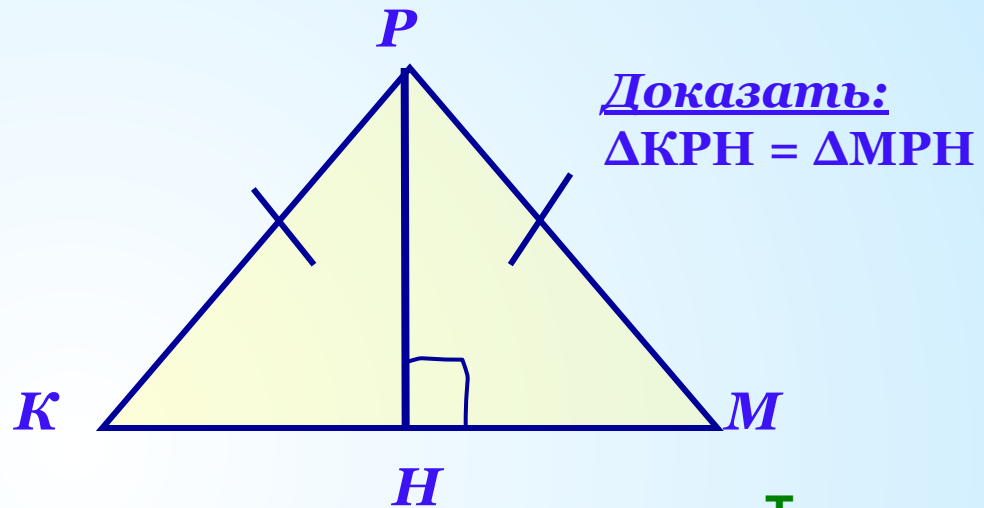
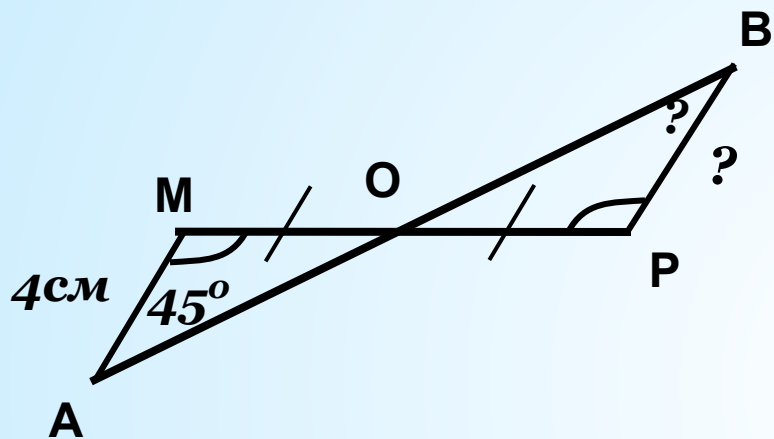
1) $\triangle ABC$ можно наложить на $\triangle A_1B_1C_1$ так, чтобы AC совпала с A_1C_1

2) т.к. $\angle A = \angle A_1$, то луч AB совпадает с лучом A_1B_1 , т.к. $\angle C = \angle C_1$, то луч CB совпадает с лучом $C_1B_1 \Rightarrow$

3) *совместятся точки B и $B_1 \Rightarrow$*

4) Совместятся $\triangle ABC$ и $\triangle A_1B_1C_1 \Rightarrow \triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$, ч.т.д.

Решение задач по готовым чертежам



Тест

1. Для доказательства равенства треугольников ABC и MNK достаточно доказать, что:

а) $AC = MN$; б) $\angle C = \angle N$; в) $BC = NK$

2. Для доказательства равенства треугольников ABC и EDF достаточно доказать, что:

а) $AC = FE$; б) $\angle C = \angle E$; в) $\angle A = \angle F$.

3. Чтобы доказать равенство равнобедренных треугольников ABC и MNK , достаточно доказать, что:

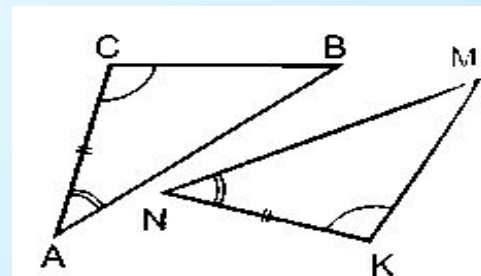
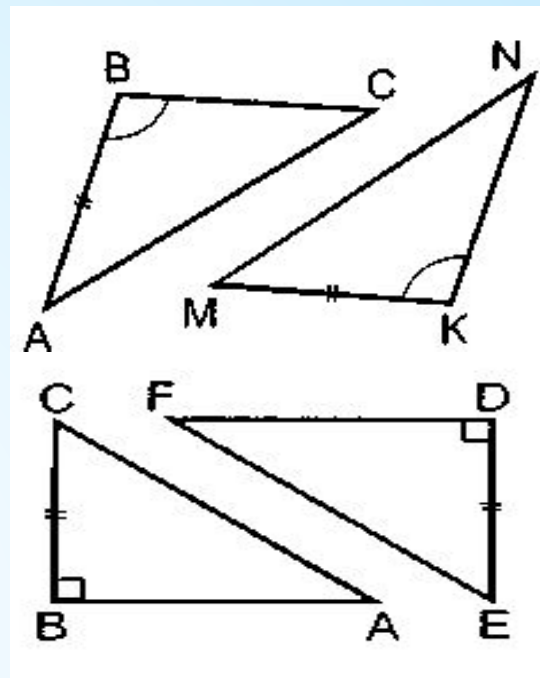
а) $\angle A = \angle M$; б) $AB = MN$; в) $P_{ABC} = P_{MNK}$.

4. Чтобы доказать равенство двух равнобедренных треугольников TOS и DEF с основаниями TS и DF соответственно, достаточно доказать, что:

а) $\angle O = \angle E$; б) $TS = DF$; в) $\angle T = \angle D$; г) $TS = DF$.

5. Выберите верное утверждение:

а) $BC = KM$; б) $AB = KN$; в) $BC = NM$.



*Примерные задания
учебника для работы
и дома*

*из
в классе*

В классе: №125; 127;128

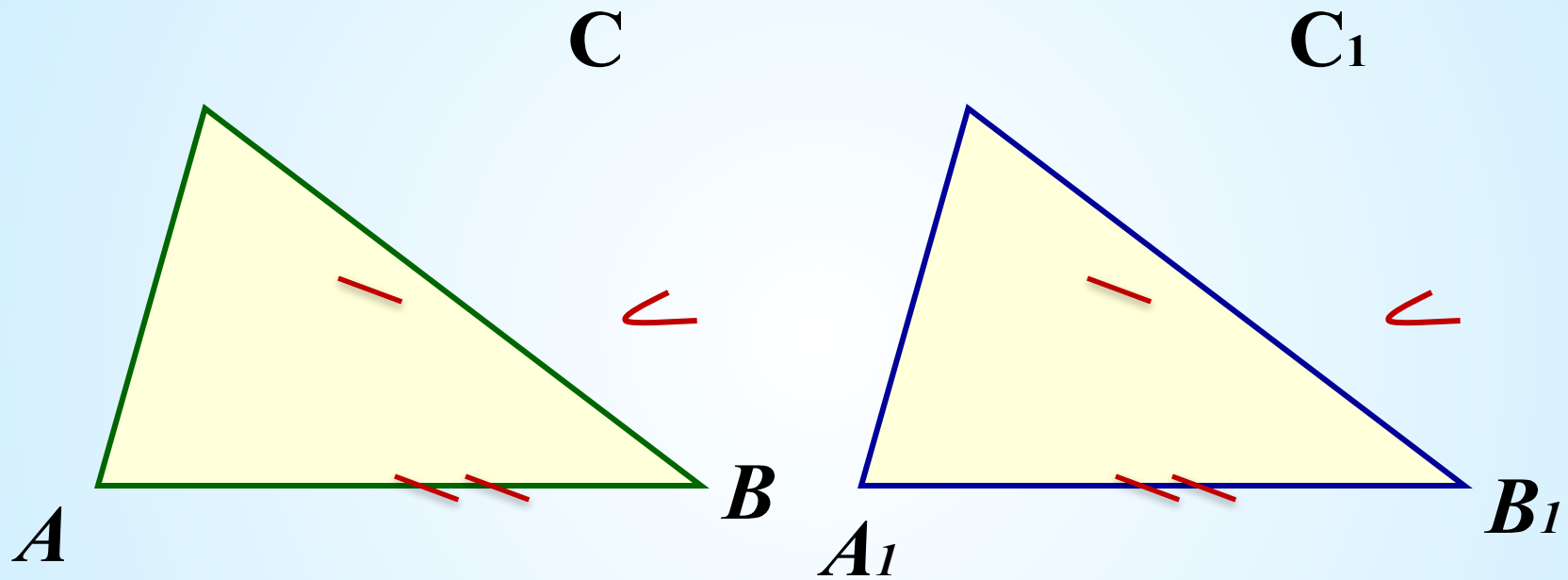
Дома: п.19

(выучить теорему)

№ 122;124;129

ТРЕТИЙ ПРИЗНАК

(по трём сторонам)



Если три стороны одного треугольника соответственно равны трём сторонам другого треугольника, то такие треугольники равны

Дано: $\triangle ABC$, $\triangle A_1B_1C_1$.

$AB = A_1B_1$; $AC = A_1C_1$;

$BC = B_1C_1$

Доказать:

$\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$.

Доказательство:

Приложим $\triangle ABC$ к $\triangle A_1B_1C_1$ так, чтобы

A совместилась с A_1 ; B - с B_1 , а вершины C и C_1 оказались по разные стороны от прямой A_1B_1 ($AB = A_1B_1$).

Возможны три случая:

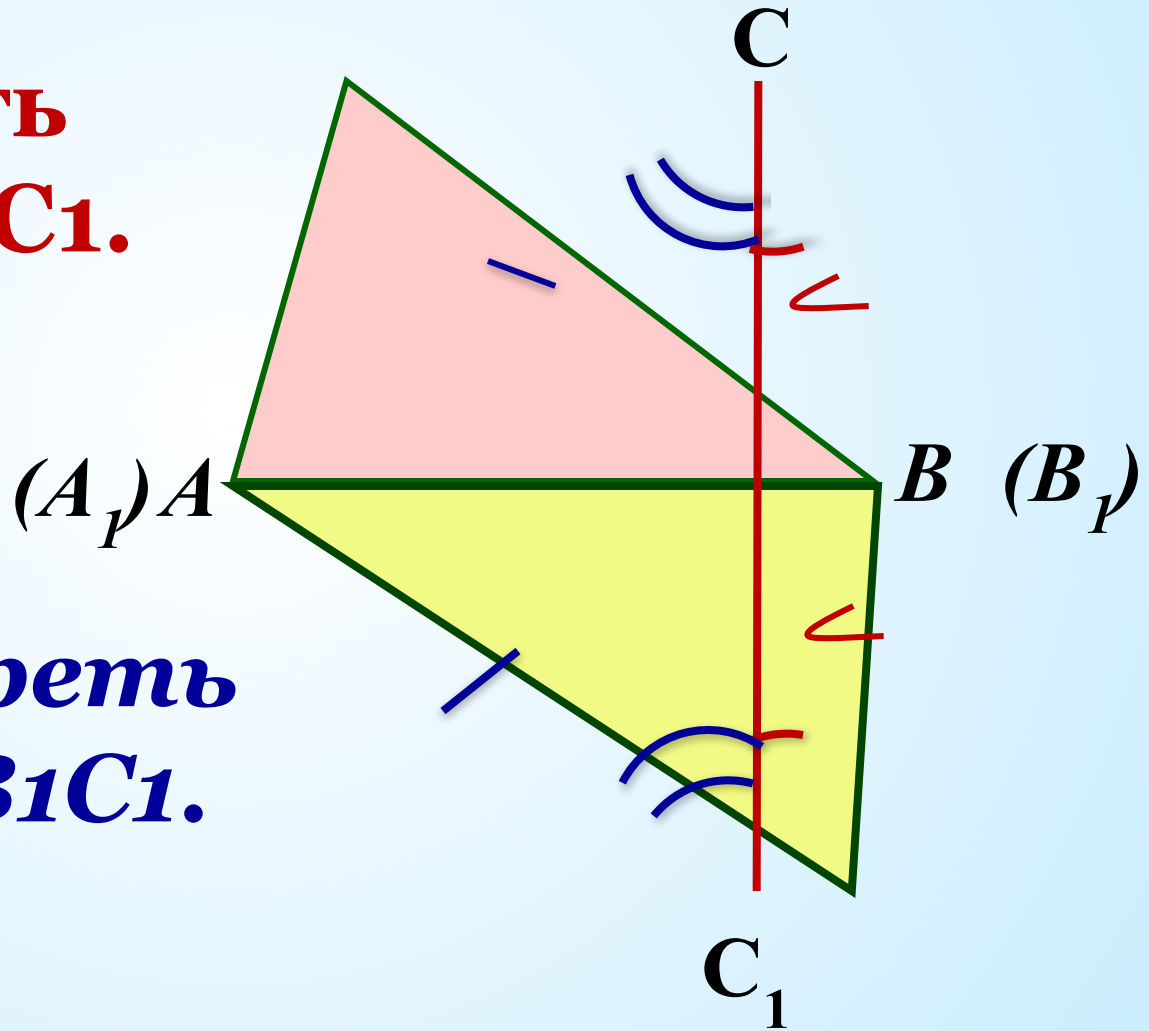
1. Луч C_1C проходит внутри Луч C_1C проходит внутри \leq Луч C_1C проходит внутри $<$ $A_1C_1B_1$

2. Луч C_1C совпадает с одной из сторон 2. Луч C_1C совпадает с одной из сторон \leq 2. Луч C_1C совпадает с

1 случай

(остроугольные треугольники)

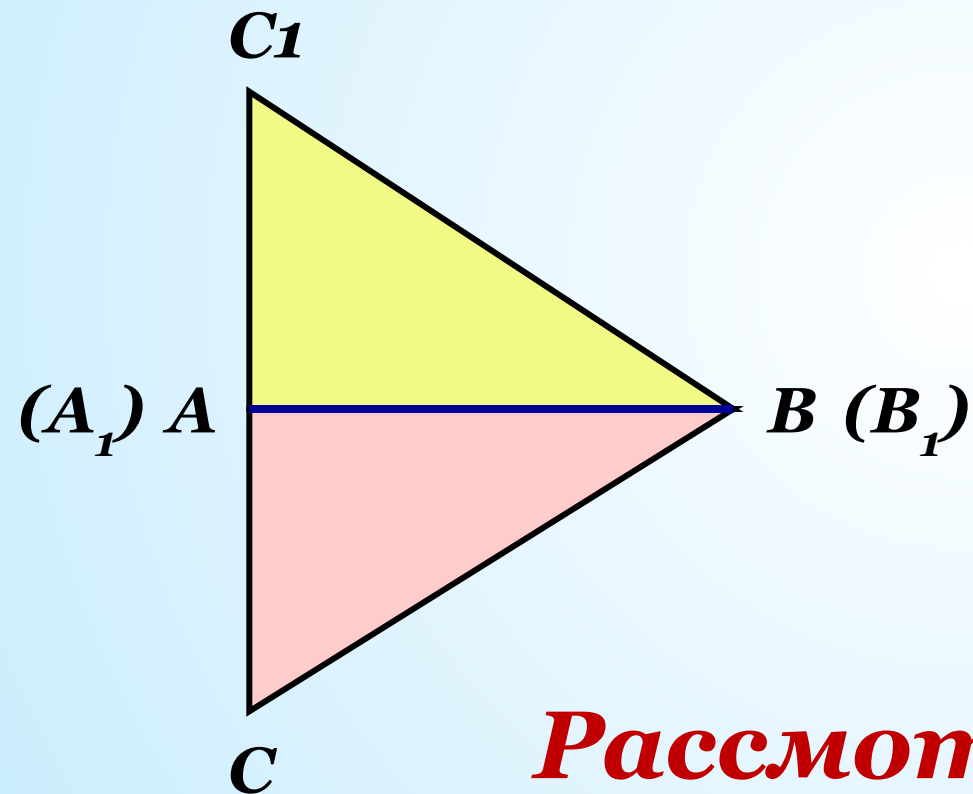
1. Рассмотрим $\triangle ACC_1$ и $\triangle BCC_1$.



2. Рассмотрим $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$.

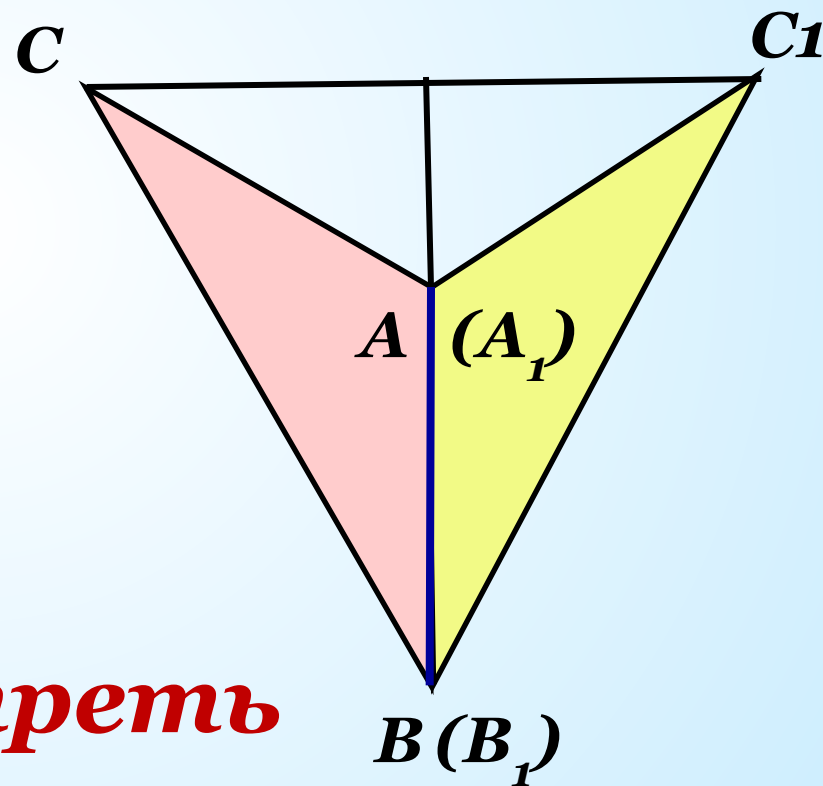
2 случай

Прямоугольные
треугольники



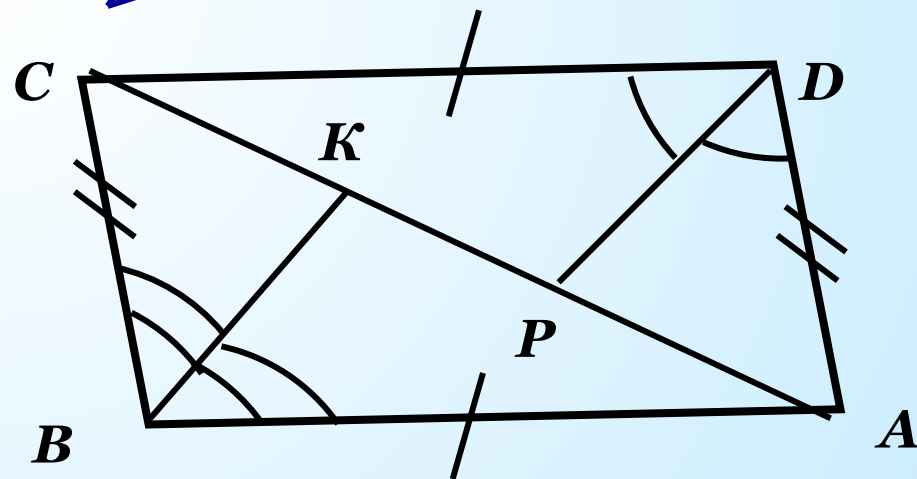
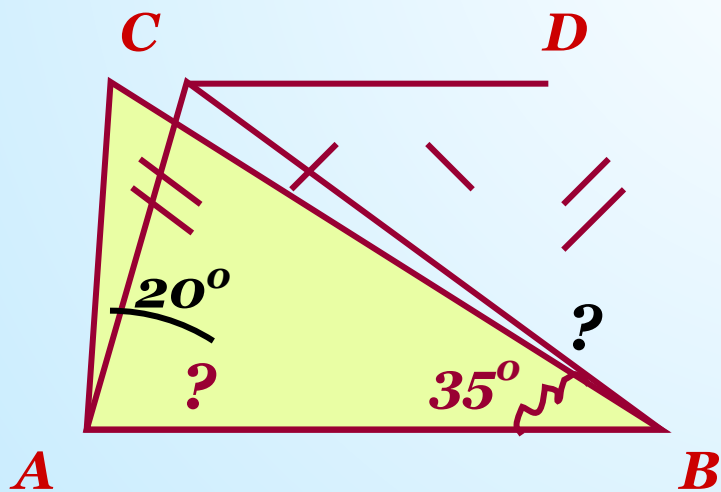
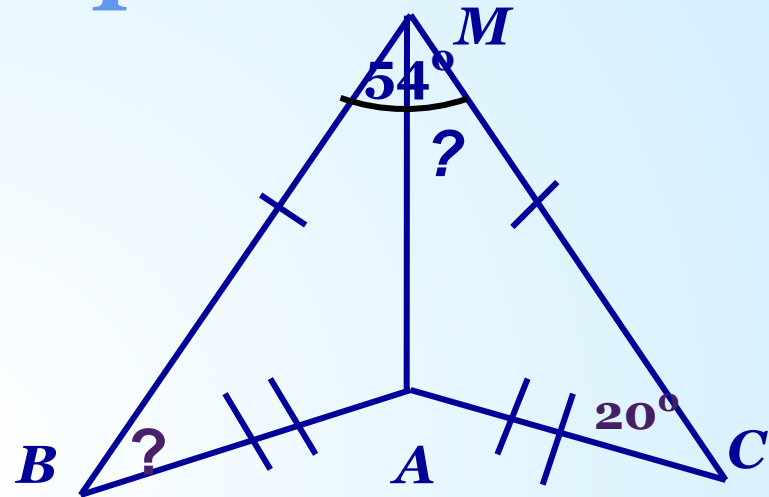
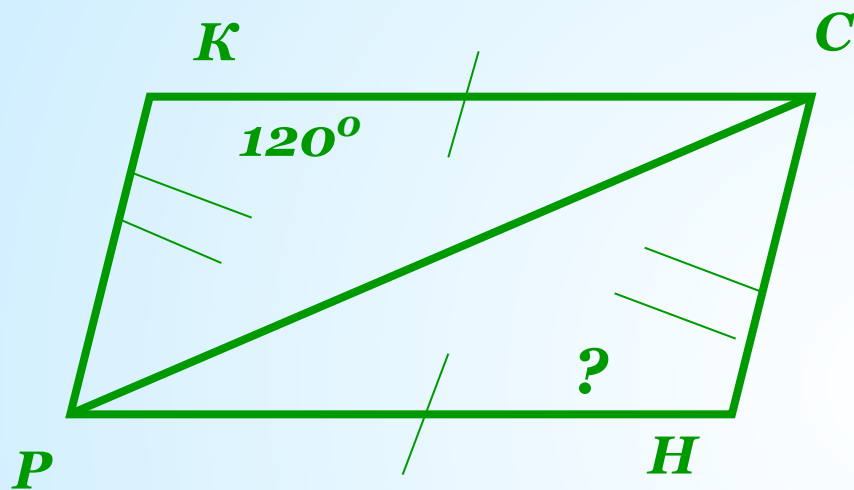
3 случай

Тупоугольные
треугольники



**Рассмотреть
дома**

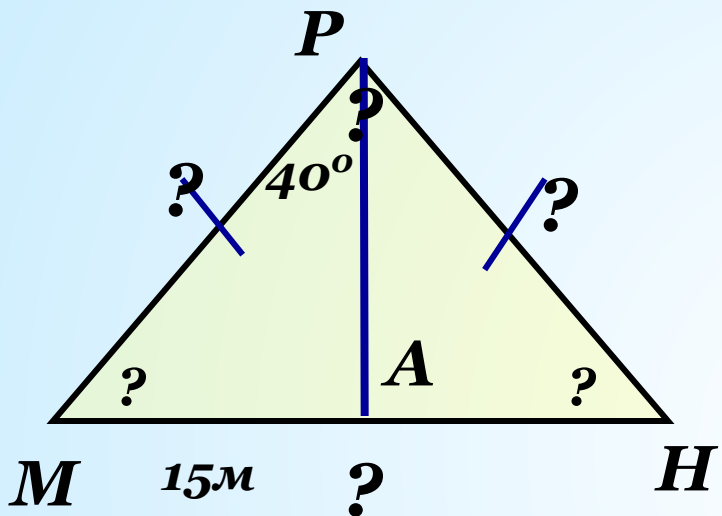
Решение задач по готовым чертежам



Докажите: 1) $\angle CDP = \angle ABK$
 2) $\triangle CBK = \triangle ADP$

Самостоятельная работа

В-1

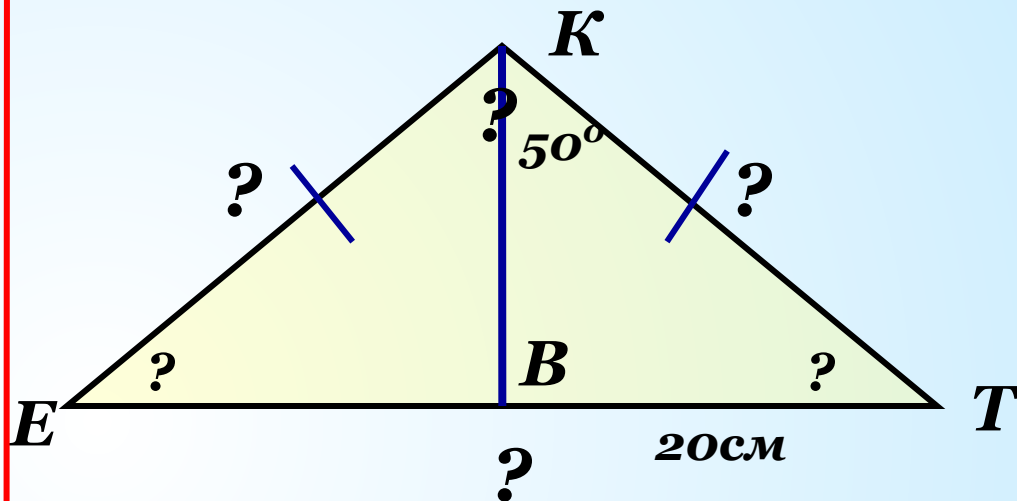


$P = 70\text{ м}; \angle M + \angle P + \angle H = 180^\circ$

№ 118 (а)

№ 141

В-2



$P = 60\text{ см}; \angle E + \angle K + \angle T = 180^\circ$

№ 118 (б)

№ 140

Дополнительно:

№ 142

*Примерные задания
учебника для работы
и дома*

*из
в классе*

В классе: №125; 127;128

Дома: п.19

(выучить теорему)

№ 122;124;129

Итог

По теме

«Признаки равенства треугольников» необходимо знать:

- ❖ Три признака равенства треугольников
- ❖ Определение и построение медианы, биссектрисы и высоты треугольника
- ❖ Определение и свойства равнобедренного треугольника

Главное уметь применять свои знания на практике при решении разнообразных задач.

