РАБОТА ПО АЛГЕБРЕ

ПОВТОРЕНИЕ

ОБЛАСТЬ ОПРЕДЕЛЕНИЯ И ОБЛАСТЬ ЗНАЧЕНИЯ ФУНКЦИИ

- Функция определена на всей числовой прямой;
- Множество значений функции – отрезок [- 1; 1]

ПОВТОРЕНИЕ

ПЕРИОДИЧНОСТЬ

- $\cos(x + 2\pi) = \cos x$,

Функция y=cos x - периодическая с периодом 2π (строим график на промежутке длиной 2π , например [- π; π])

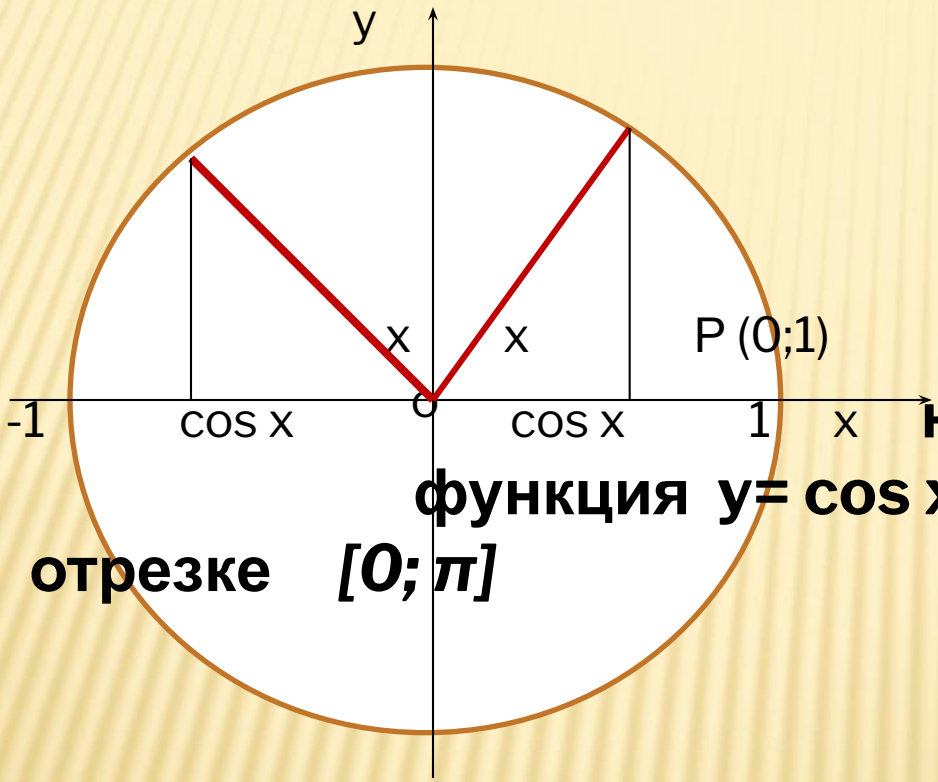
ПОВТОРЕНИЕ

ЧЁТНОСТЬ И НЕЧЁТНОСТЬ:

- ***cos (–x) = cos x,***

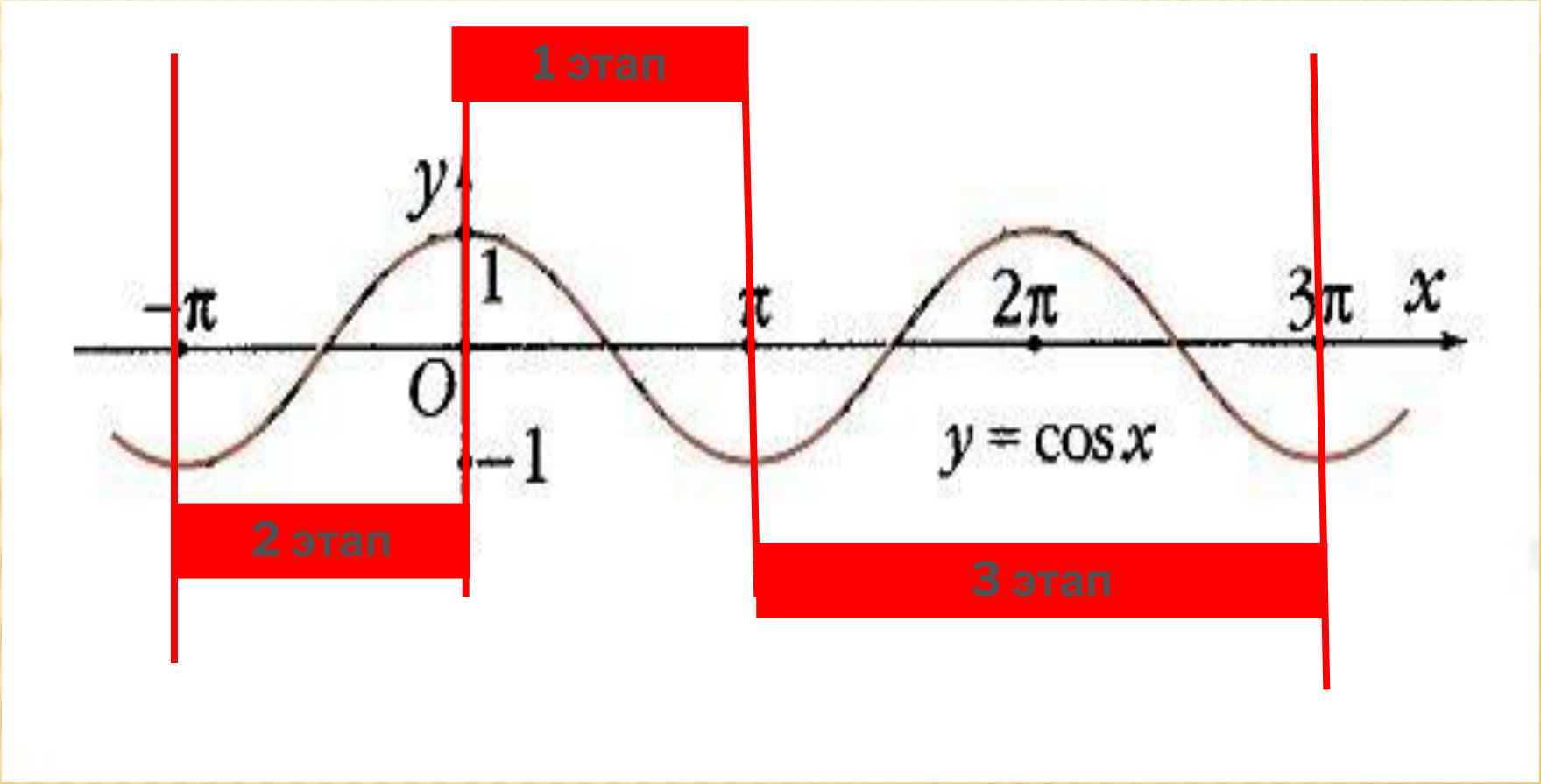
Функция y=cos x является чётной (график симметричен относительно оси OY , строим график на промежутке [0; π])

ПОСТРОЕНИЕ ГРАФИКА ФУНКЦИИ



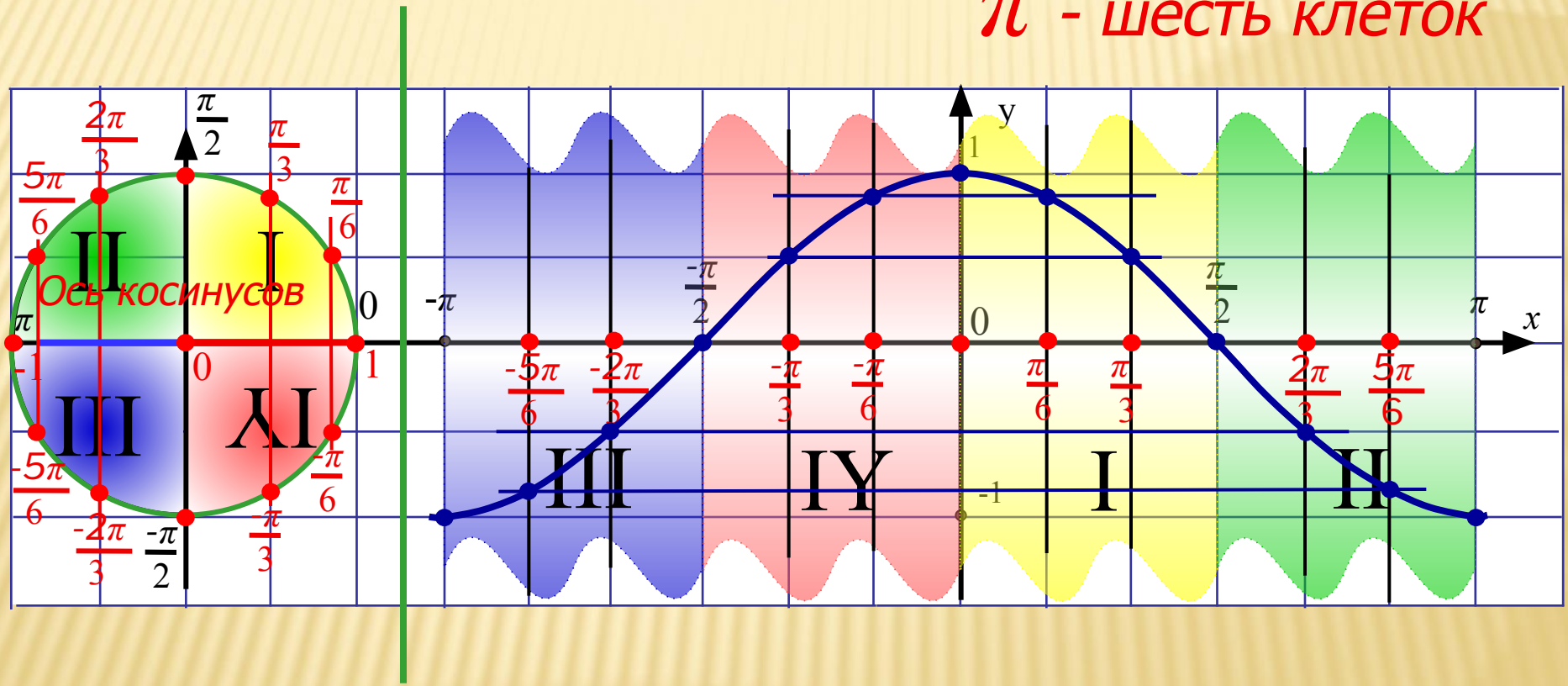
на рис. видно, что функция y= cos x убывает на отрезке *[0; π]*

ПОСТРОЕНИЕ ГРАФИКА ФУНКЦИИ



II Построение графика функции $y = cosx$ с применением тригонометрического круга

π - шесть клеток



ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА ФУНКЦИИ Y= COS X

1.Область определения

– множество R всех действительных чисел

График расположен вдоль всей оси OX

ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА ФУНКЦИИ Y= COS X

- ***2. Множество значений функции***

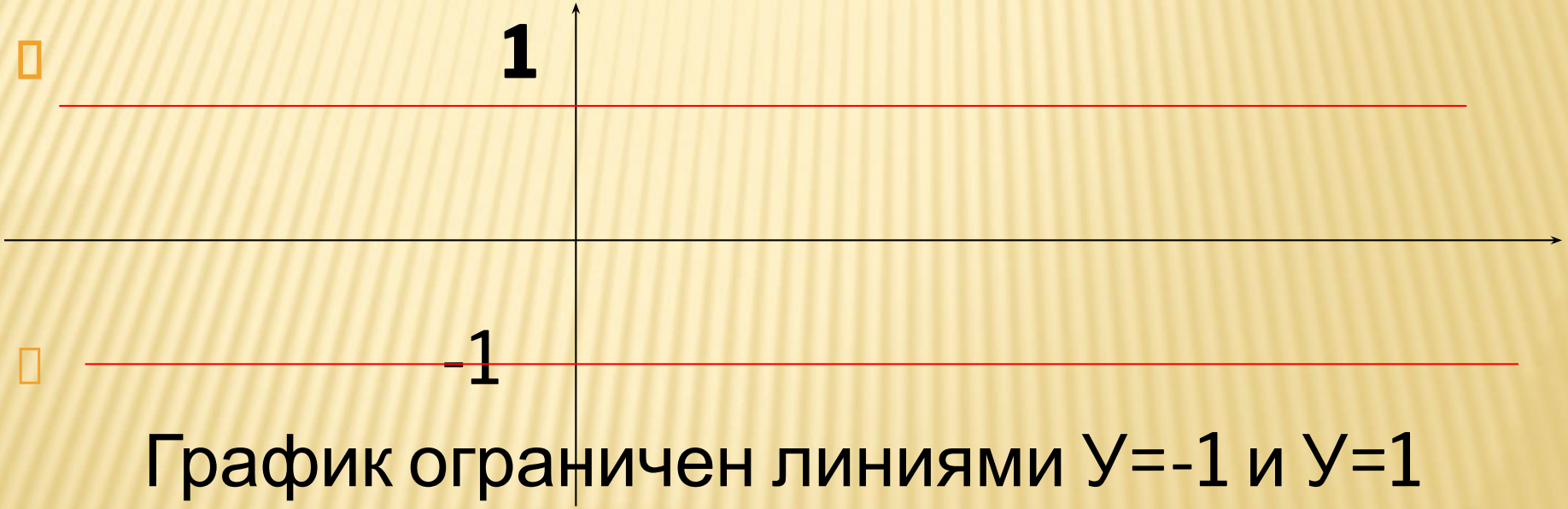


График ограничен линиями У=-1 и У=1

ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА ФУНКЦИИ Y= COS X

- 3.Функция y= cos x периодическая с периодом ***2π***

ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА ФУНКЦИИ Y= COS X

- 4.Функция y= cos x – четная

ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА ФУНКЦИИ Y= COS X

- 5. У=0 при х= ***π/2 + πп, пє Z***
- ***Наибольшее значение у=1, если*** х= ***2 πп, пє Z***
- ***Наименьшее значение у=-1, если*** х=
  Наибольшее значение у=1, если х= ***π+2 πп, пє Z***
- ***У>0 на интервале (-π/2 ; π/2) и на интервалах со сдвигом на 2 πп***
- ***У<0 на интервале (π/2 ; 3π/2) и на интервалах со сдвигом на 2 πп***

ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА ФУНКЦИИ Y= COS X

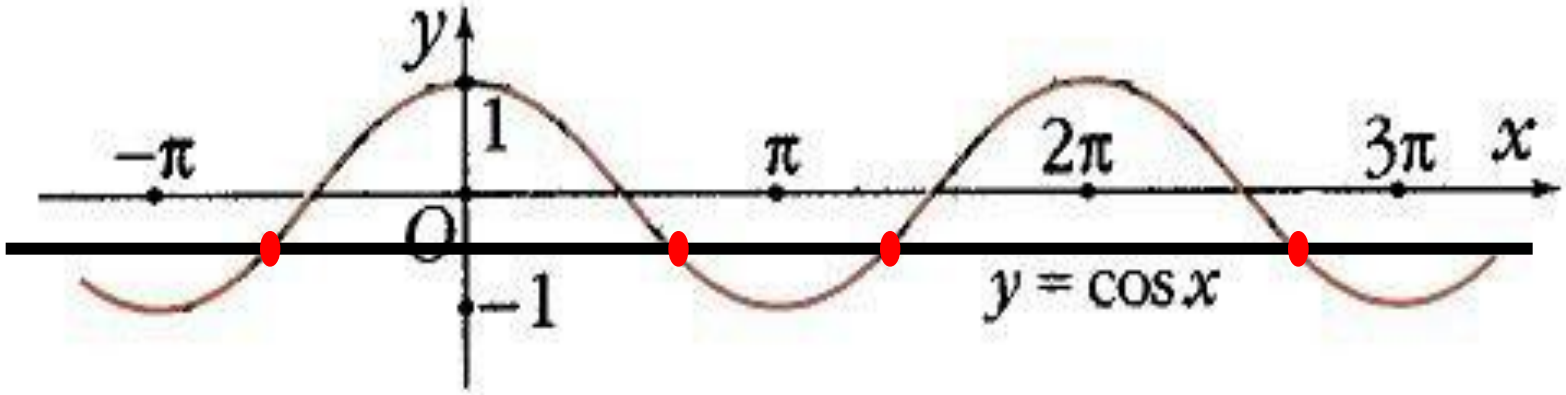
- 6. возрастает на ***(π ; 2π) и на интервалах , получаемых сдвигами этого отрезка на 2 πп***

ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА ФУНКЦИИ Y= COS X

- 7. убывает на ***(0; π) и на интервалах , получаемых сдвигами этого отрезка на 2 πп***

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ И НЕРАВЕНСТВ

- Пример 1:
- найти все корни уравнения cos x= -1/2, принадлежащие отрезку ***[- π; 2π]***
- *Решение: построим графики функций y= cos x и y= -1/2*

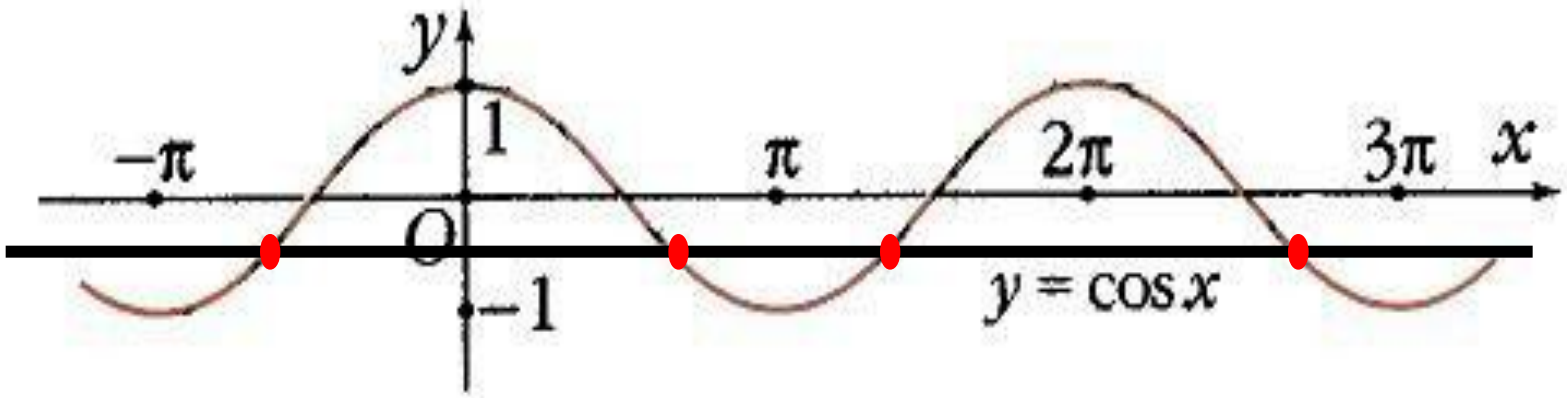


ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ И НЕРАВЕНСТВ

- *Графики заданных функций пересекаются в точках, отмеченных на графике:*
- *Абсциссы этих точек являются решениями данного уравнения*
- *На отрезке* ***[0; π]*** *корнем уравнения* $\cos x = -1/2$ *является число* $\arccos(-1/2) = 2\pi/3$.
- *Следующим решением является число, симметричное относительно оси ОУ:* $x = -2\pi/3$.
- *Третий корень уравнения равен :-* $2\pi/3 + 2\pi = 4\pi/3$
- ***Ответ :*** $2\pi/3;\ -2\pi/3;\ 4\pi/3$

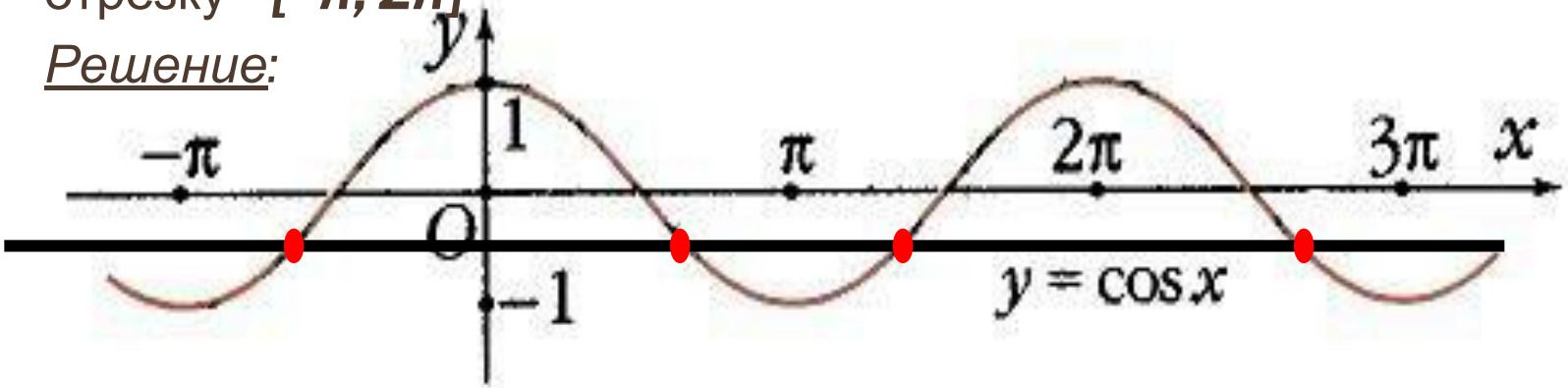
ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ И НЕРАВЕНСТВ

- Пример 2:
- найти все корни уравнения cos x= -1/2, принадлежащие отрезку ***[- π; 2π]***
- *Решение: построим графики функций y= cos x и y= -1/2*



ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ И НЕРАВЕНСТВ

- Пример 2:
- Найти все решения неравенства $\cos x > -\frac{1}{2}$, принадлежащие отрезку ***[- π; 2π]***
- *Решение:*



- *Из рисунка видно, что график функции y=cos x лежит выше графика функции y=-1/2 на промежутках* ***(- 2π/3; 2π/3) и (4π/3; 2π)***
- ***Ответ : - 2π/3<x< 2π/3 ;4π/3<x< 2π***

УПРАЖНЕНИЯ (УСТНО)

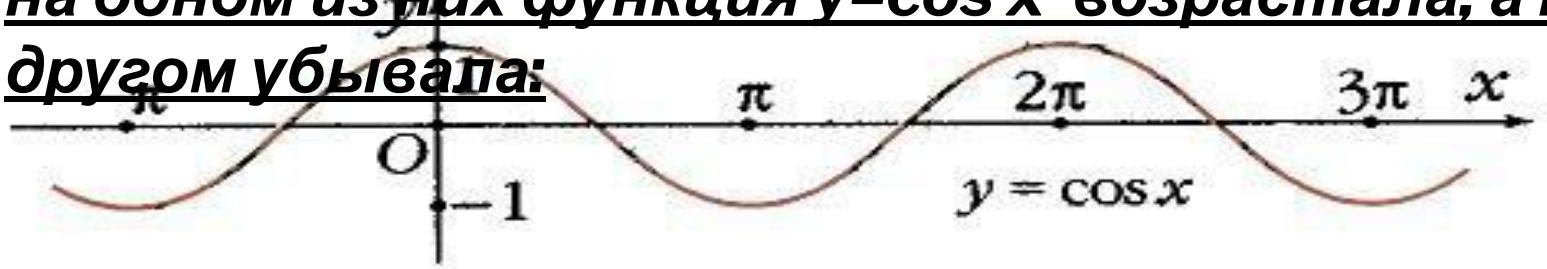
- **№ 708** *Выяснить, при каких значениях x, принадлежащих отрезку [0; 3π], функция y=cos x принимает :*
- *1)значение , равное 0*
- *Ответ : **π/2; 3π/2; 5π/2***
- ***2)** значение, равное 1*
- *Ответ : 0; **2π***
- *3) значение , равное -1*
- *Ответ : **π; 2 π***
- *4) положительные значения*
- *Ответ: (0; **π/2); (3π/2; 5π/2)***
- *5) отрицательные значения*
- *Ответ : **(π/2; 3π/2) ; (5π/2; 3π)***

УПРАЖНЕНИЯ (УСТНО)

- **№ 709** *Выяснить , возрастает или убывает функция y=cos x на отрезке:*
- *1) [3π; 4π]*
- *Ответ : возрастает*
- *2) [- 2π; -π]*
- *Ответ : убывает*
- *3) [2 π; 5π/2]*
- *Ответ : убывает*
- *4) [- π/2; 0]*
- *Ответ : возрастает*
- *5) [1; 3]*
- *Ответ: убывает*
- *6) [- 2; -1]*
- *Ответ : возрастает*

УПРАЖНЕНИЯ

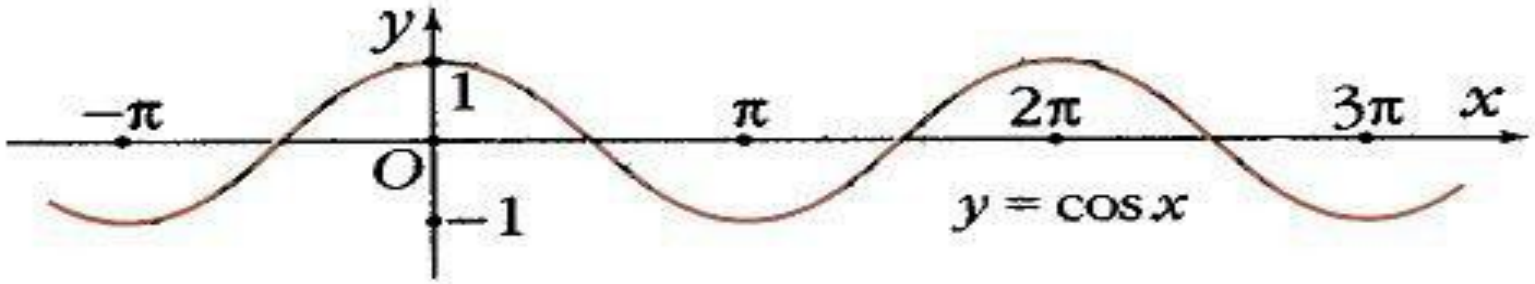
- ***№ 710 Разбить данный отрезок на два так, чтобы на одном из них функция y=cos x возрастала, а на другом убывала:***



- *1)) [π/2; 3π/2]*
- *Ответ :) [π/2; π] и [π; 3π/2]*
- *2)) [- π/2; π/2]*
- *Ответ:) [-π/2; 0] и [0 ; π/2]*

УПРАЖНЕНИЯ

- ***№ 710 Разбить данный отрезок на два так, чтобы на одном из них функция y=cos x возрастала, а на другом убывала:***



- *3) [0; 3π/2]*
- *Ответ:) [0; π] и [π; 3π/2]*
- *4)) [- π; π/2]*
- *Ответ :) [- π; 0]) [0 ; π/2]*

УПРАЖНЕНИЯ

- **№ 711** *Используя свойство возрастания или убывания функции y=cos x, сравнить числа:*
- *1) cos π/7 и cos 8π/9*
- *Ответ: на интервале (0; π) функция убывает, значит т.к.*

π/7 < 8π/9, то) cos π/7 > cos 8π/9

- *2) cos 8π/7 и cos 10π/7*
- *Ответ: на интервале (π; 2π) функция возрастает, значит т.к.*

8π/7 < 10π/7, то cos 8π/7<cos 10π/7

- *3) cos (-6π/7 и cos (-π/8)*
- *Ответ: на интервале (- π; 0) функция возрастает, значит т.к.*

-6π/7 < -π/8, то cos (-6π/7)<cos (-π/8)

УПРАЖНЕНИЯ

- **№ 711** *Используя свойство возрастания или убывания функции y=cos x, сравнить числа:*
- *4) cos(- 8π/7) и cos (-9π/7)*
- *Ответ: на интервале (-3π/2; -π) функция убывает, значит т.к.*

-8π/7 > -9π/7, то cos(- 8π/7) < cos (-9π/7)

- *5) cos1 и cos 3*
- *Ответ: на интервале (0; π) функция убывает, значит т.к.*

1 < 3,то cos1 > cos 3

- *6) cos 4 и cos 5*
- *Ответ: на интервале (π; 2π) функция возрастает, значит т.к.*

4< 5, то cos4 < cos 5

УПРАЖНЕНИЯ

- *№712 Найти все корни уравнения, принадлежащие отрезку [0; 3π] :*
- *1) cos x = ½*
- *Решение : На отрезке* ***[0; π]*** *корнем уравнения cos x = 1/2 является число x=arccos (1/2) =* ***π/3,*** *на промежутке* ***[π; 2π] -*** *, x=****π/3+ 3 π/2=11π/6,*** *на промежутке* ***[2π; 3π] -*** *, x=****π/3+ +2π=7π/3***
- ***Ответ:*** $\sqrt{2}$ ***π/3; x=11 π/6; x=7π/3***

УПРАЖНЕНИЯ

- *№712 Найти все корни уравнения, принадлежащие отрезку [0; 3π] :*
- *2) cos x = $\sqrt{2}$ /2*
- *Решение : На отрезке* ***[0; π]*** *корнем уравнения cos $\sqrt{2}$ = /2 является число x= arccos $\sqrt{2}$ /2) =* ***π/4 .*** *На отрезке* ***[π; 2 π;]*** *корнем уравнения cos x = $\sqrt{2}$ /2 является число x = 7* ***π/4.*** *На отрезке* ***[2π; 3π;]*** *корнем уравнения cos x = $\sqrt{2}$ /2 является число x =* ***π/4+2 π= 9π/4***
- ***Ответ : x= π/4 ; x= 7π/4 ; x= 9π/4***

УПРАЖНЕНИЯ

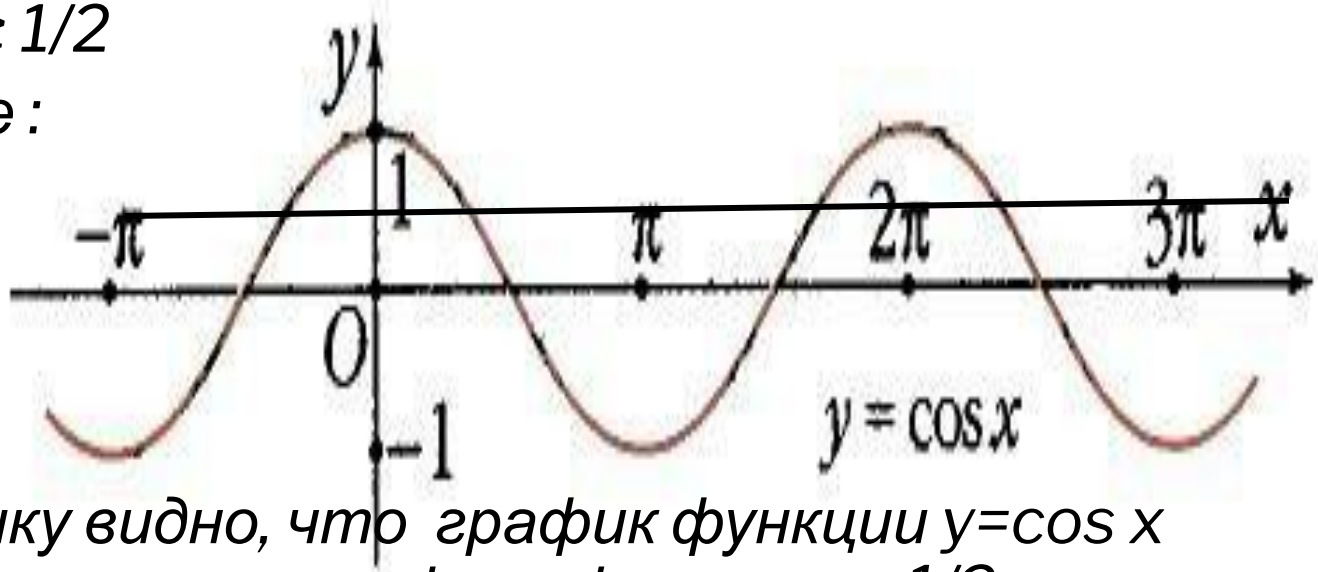
- *№712 Найти все корни уравнения, принадлежащие отрезку [0; 3π] :*
- *3) cos x= √2 /2*
- *Решение : На отрезке* ***[0; π]*** *корнем уравнения cos x √2 - /2 является число x √2 arccos (- /2) = 3****π/4 .*** *На отрезке* ***[π; 2 π;]*** *корнем √2 равнения cos x = /2 является число x = 5* ***π/4.*** *На отрезке* ***[2π; 3π;]*** *корнем √2 авнения cos x = /2 является число x =* ***3 π/4+2 π= 11π/4***
- ***Ответ : x=****3****π/4 ; x=****5 ***π/4 ; x=11π/4***

УПРАЖНЕНИЯ

- *№712 Найти все корни уравнения, принадлежащие отрезку [0; 3π] :*
- *4) cos x = - ½*
- *Решение : На отрезке* ***[0; π]*** *корнем уравнения cos x =- 1/2 является число x=arccos (-1/2) =* ***2π/3,*** *на промежутке* ***[π; 2π] -*** *, x=****π/3+ π=4π/3,*** *на промежутке* ***[2π; 3π] -*** *, x=2****π/3+ +2π=8π/3***
- ***Ответ:*** *x=* ***2π/3; x=4π/3; x=8π/3***

УПРАЖНЕНИЯ

- *№ 713.Найти все решения неравенства, принадлежащие отрезку [0; 3π] :*
- *1) cos x ≥ 1/2*
- *Решение :*



- *По рисунку видно, что график функции y=cos x расположен выше графика функции y=1/2 на промежутках ([0; π/3] и [11 π/6; 7π/3]*
- *Ответ : [0; π/3] и [11 π/6; 7π/3]*

УПРАЖНЕНИЯ

- *№ 713.Найти все решения неравенства, принадлежащие отрезку [0; 3π] :*
- *2) cos x ≥- 1/2*
- *Решение :*

- *По рисунку видно, что график функции y=cos x расположен выше графика функции y=-1/2 на промежутках ([0;2π/3] и [4 π/3; 8π/3]*
- *Ответ : [0; 2π/3] и [4 π/3; 8π/3]*

УПРАЖНЕНИЯ

- *№ 713.Найти все решения неравенства, принадлежащие отрезку [0; 3π] :*
- *3) cos x <-√2/2*
- *Решение :*

- *По рисунку видно, что график функции y=cos x расположен ниже графи√2 функции y=- /2 на промежутках (3π/4;5π/4) и (11 π/4; 3π)*
- *Ответ : (3π/4;5π/4) и (11 π/4; 3π)*

УПРАЖНЕНИЯ

- *№ 713.Найти все решения неравенства, принадлежащие отрезку [0; 3π] :*
- *4) cos x < √3 /2*
- *Решение :*

- *По рисунку видно, что график функции y=cos x расположен ниже графика функции y= √3 /2 на промежутках (0; π/6) и (11 π/6; 13π/6)*
- *Ответ : (0; π/6) и (11 π/6; 13π/6)*

УПРАЖНЕНИЯ

- *№ 714 Выразите синус через косинус по формулам приведения , сравните числа:*
- *1) cos π/5 и sin π/5*
- *Решение: sin π/5= sin (π/2 - 3π/5)= cos 3π/10. Сравним cos π/5 и cos 3π/10; π/5 < 3π/10, значит cos π/5 > cos 3π/10, а значит cos π/5 > sin π/5*
- *Ответ : cos π/5 > sin π/5*
- *2) sin π/7 и cos π/7*
- *Решение: sin π/7= sin (π/2 - π/7)= cos 5π/14. Сравним cos π/7 и cos 5π/14; π/7 < 5π/14, значит cos π/7 > cos 5π/14, а значит cos π/7 > sin π/7*
- *Ответ : sin π/7 <cos π/7 >*

УПРАЖНЕНИЯ

- *№ 714 Выразите синус через косинус по формулам приведения , сравните числа:*
- *3) cos 3π/8 и sin 5π/8*
- *Решение: sin 5π/8= sin (π/2 + π/8)= cos π/8. Сравним cos 3π/8 и cos π/8; π/8 < 3π/8, значит cos 3π/8 < cos π/8, а значит cos 3π/8 < sin 5π/8*
- *Ответ : cos 3π/8 < sin 5π/8*
- *4) sin 3π/5 и cos π/5*
- *Решение: sin 3π/5= sin (π/2 + π/10)= cos π/10. Сравним cos 3π/5 и cos π/10; 3π/5 > π/10, значит cos 3π/5 < cos π/10, а значит sin 3π/5< cos π/5*
- *Ответ : sin 3π/5< cos π/5*

УПРАЖНЕНИЯ

- *№ 714 Выразите синус через косинус по формулам приведения , сравните числа:*
- *5) cos π/6 и sin 5π/14*
- *Решение: sin 5π/14= sin (π/2 - π/7)= cos π/7. Сравним cos π/6 и cos π/7; π/6 > π/7, значит cos π/6 < cos π/7, а значит cos π/6 < sin 5π/14*
- *Ответ : cos π/6 < sin 5π/14*
- *6) cos π/8 и sin 3π/10*
- *Решение: sin 3π/10= sin (π/2 - π/5)= cos π/5. Сравним cos π/8 и cos π/5; π/8 < π/5, значит cos π/8 > cos π/5, а значит cos π/8 > sin 3π/10*
- *Ответ : cos π/8 > sin 3π/10*

УПРАЖНЕНИЯ

- *№ 715 Найти все корни уравнения, принадлежащие отрезку [-π/2; 3π/2] :*
- *1) cos 2x= ½*
- *Решение: На отрезке [-π/2; 3π/2] корнем уравнения cos 2x = 1/2 является число 2x=arccos (1/2) = π/3. Решая уравнение 2x = π/3, получим x = π/6*
- *Ответ : x = π/6*

УПРАЖНЕНИЯ

- *№ 715 Найти все корни уравнения, принадлежащие отрезку [-π/2; 3π/2] :*
- *2) cos 3x=$\sqrt{3}$ /2*
- *Решение: На отрезке [-π/2; 3π/2] корнем уравнения cos 3x $\sqrt{3}$ /2 является число 3x=arccos (/2) = π/6. Решая уравнение 3x = π/6, получим x = π/18*
- *Ответ : x = π/18*

УПРАЖНЕНИЯ

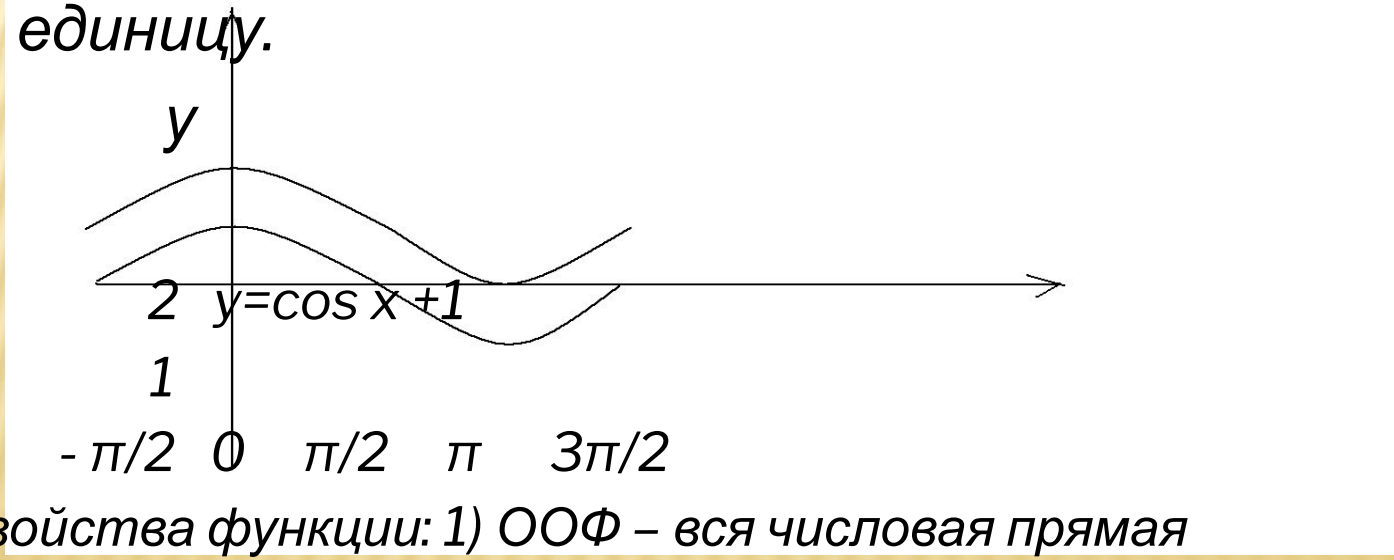
- *№ 716 Найти все решения неравенства , принадлежащие отрезку [-π/2; 3π/2] :*
- *1) cos 2x< ½*
- *Решение: На отрезке [-π/2; 3π/2] корнем уравнения cos 2x = 1/2 является число 2x=arccos (1/2) = π/3. Решая неравенство π/3 <2x < 3π/2, получим π/6 < x < 3π/4*
- *Ответ : π/6 < x < 3π/4*

УПРАЖНЕНИЯ

- *№ 716. Найти все корни уравнения, принадлежащие отрезку [-π/2; 3π/2] :*
- *2) cos 3x=√3 /2*
- *Решение: На отрезке [-π/2; 3π/2] корнем уравнения cos 3x =√3 /2 является число 3x=arccos (√3 /2) = π/6. Решая неравенство 0< 3x < π/6, получим 0< x <π/18*
- *Ответ : 0< x <π/18*

УПРАЖНЕНИЯ

- *№ 717 Построить график функции и выяснить её свойства:*
- *1) y=1+cos x*
- *Решение : График функции y=cos x+1 получается из графика функции y=cos x смещением по оси ОУ на 1 единицу.*

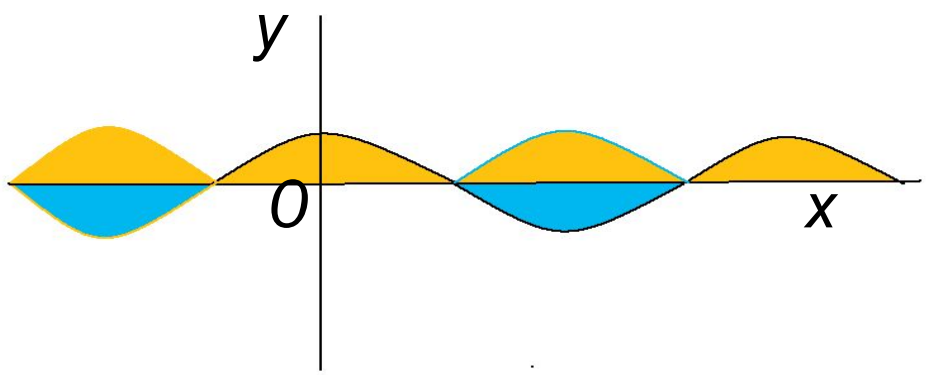


Свойства функции: 1) ООФ – вся числовая прямая

- *2) Область значений функции - [0; 2]*
- *3) Периодическая с периодом - 2π*
- *4) четная*
- *5) принимает значение, равное 0, при x= π+2 πn, nє Z*
- *Наибольшее значение , равное 2, принимает при x= 0, nє Z и в точках, получаемых сдвигом на 2 πn, nє Z*
- *Наименьшее значение, равное 0, принимает при x= π и в точках, получаемых сдвигом на 2 πn, nє Z .*
- *Положительные значения на интервале на всей числовой прямой, кроме точек, в которых значение функции равно 0.*
- *Отрицательных значений у функции нет.*
- *6)Возрастает на отрезке (π; 2π) и на отрезках, получаемых сдвигом на 2 πn, nє Z*
- *7) Убывает на отрезке (0; π) и на отрезках, получаемых сдвигом на 2 πn, nє Z*

УПРАЖНЕНИЯ

- *№ 718 Найти множество значений функции y=cos x , если x принадлежит промежутку :*
- *1) [π/3; π]*
- *Решение : Найдем значения функции на концах промежутка. Cos (π/3) = ½; cos (π)=-1. На заданном промежутке функция строго убывающая, значит, множество значений функции – отрезок [-1 ; ½]*
- *Ответ: [-1 ; ½]*

УПРАЖНЕНИЯ

- *№ 719 Построить график функции :*
- *1) y=|cos x|*
- Решение: Строим график функции y=cos x , а затем те части графика, где y принимает отрицательные значения, отображаем симметрично оси OX