# ДИФФЕРЕНЦИАЛ ФУНКЦИИ

# ПОНЯТИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛА ФУНКЦИИ

**Пусть функция *y=f(x)* определена на промежутке *X* и дифференцируема в некоторой окрестности точки** $x \in X$

**Тогда существует конечная производная**

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = f'(x)$$

**На основании теоремы о связи бесконечно малых величин с пределами функций имеем:**

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = f'(x) + \alpha(\Delta x)$$

**Где** $\alpha(\Delta x)$ **- бесконечно малая величина при** $\Delta x \to 0$

**Следовательно,**

$$\Delta y = \underline{f'(x)\cdot\Delta x} + \underline{\underline{\alpha(\Delta x)\cdot\Delta x}}$$

**Таким образом, приращение функции** $\Delta y$

**состоит из двух слагаемых:**

**1. линейного относительно** $\Delta x$

**2. нелинейного, являющегося бесконечно малой величиной более высокого порядка, чем** $\Delta x$

***Дифференциалом функции называется главная, линейная относительно Δх, часть приращения функции, равная произведению производной на приращение независимой переменной:***

$$dy = f'(x) \cdot \Delta x$$

# Пример.

***Найти приращение и дифференциал функции***

$$y = 2x^3 - x$$

***при $x=10$ и $\Delta x=0.1$***

# Решение:

$$\Delta y = f(x+\Delta x) - f(x) =$$

$$= 2(x+\Delta x)^3 - (x+\Delta x) - 2x^3 - x =$$

$$= (3x^2 + 3x\Delta x + \Delta x^2 - 1)\cdot \Delta x$$

$$dy = f'(x)\cdot \Delta x = (3x^2 + 3x\cdot \Delta x + \Delta x^2 - 1)\cdot \Delta x$$

**при x=10 и Δx=0.1**

$\Delta y = 302.91$ $\qquad dy = 302.8$

# Пример.

***Найти дифференциал функции***

$$y = x$$

# Решение:

$$dy = dx = f'(x) \cdot \Delta x = x' \cdot \Delta x = \Delta x$$

***Следовательно, дифференциал независимой переменной равен приращению этой переменной:***

$$\Delta x = dx$$