

# РЕШЕНИЕ РАЗЛИЧНЫХ ЗАДАНИЙ

## КООРДИНАТНО- ПАРАМЕТРИЧЕСКИМ

## МЕТОДОМ

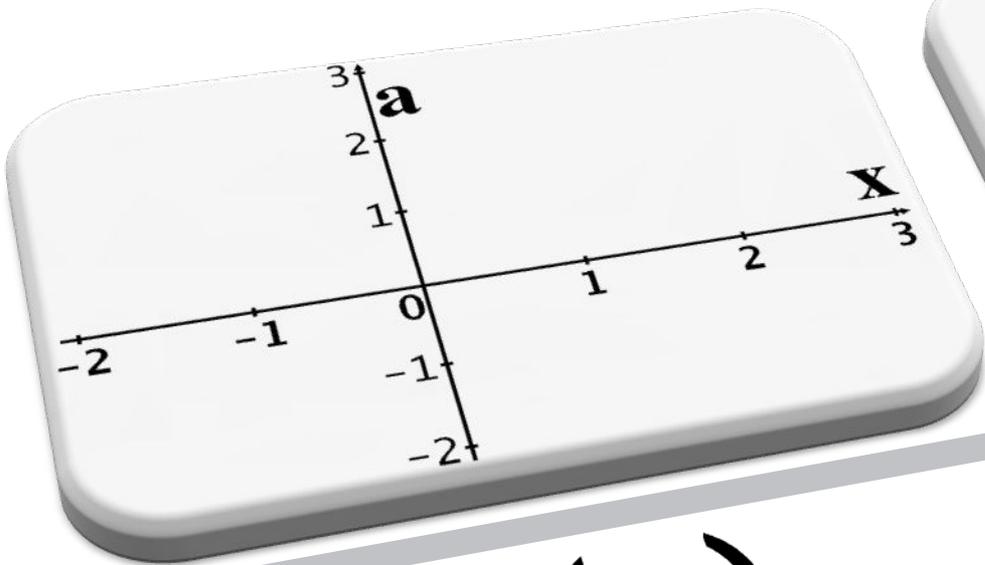
МБОУ «Физико – математический лицей»

Учитель: Могильникова И.Н.

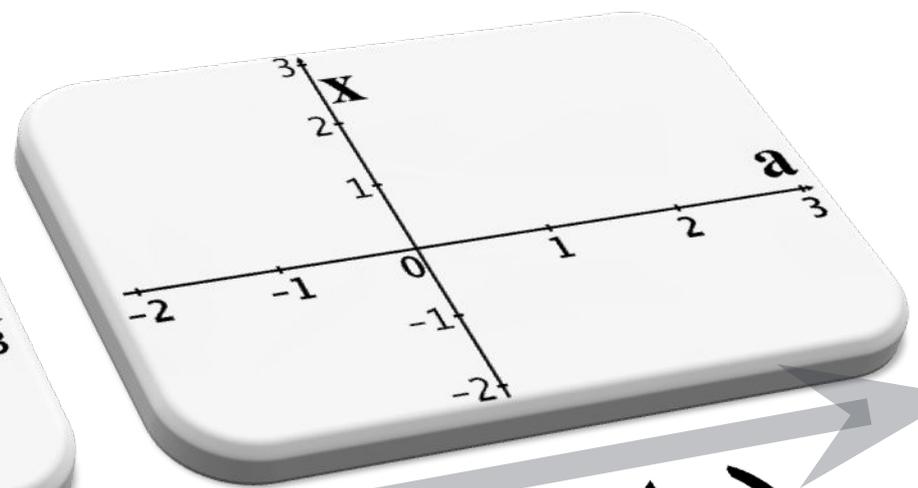
*«Но когда эти науки  
(алгебра и геометрия)  
объединились, они энергично  
поддержали друг друга и  
быстро зашагали к  
совершенству.»*

*Ж.А. Лагранж*

□ Пусть на плоскости даны две взаимно перпендикулярные с общим началом (точкой  $O$ ) числовые оси. Одну из них ( $Ox$ ) назовем координатной; другую ( $Oa$ ) – параметрической, а плоскость ( $xOa$  или  $aOx$ ) – координатно-параметрической. Метод решения задач с параметрами, использующий *КП-плоскость*, назовем координатно-параметрическим, или *КП-методом*.



$a(x)$



$x(a)$

**C5**

- Найдите все значения параметра  $a$ , при которых уравнение

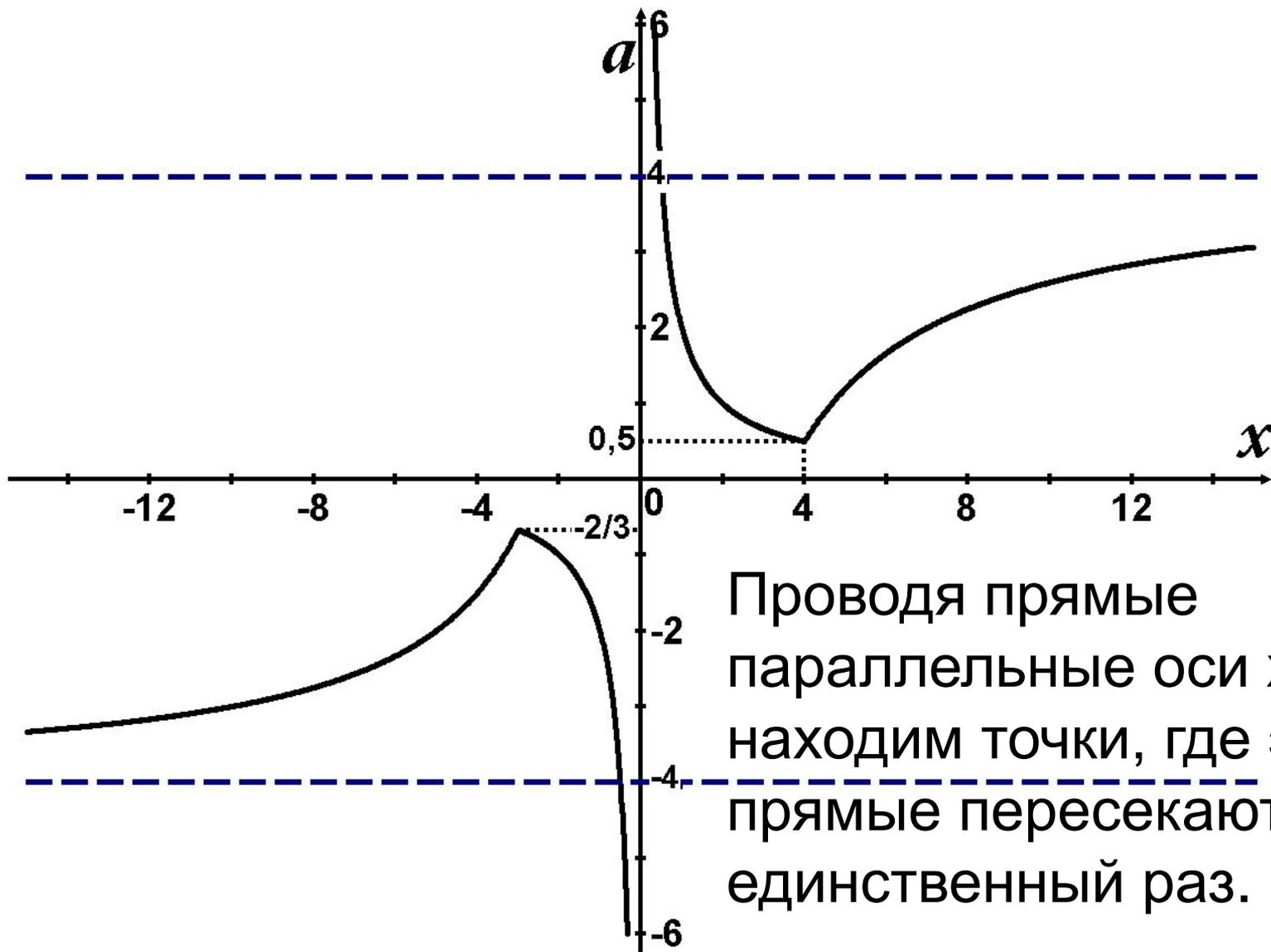
$$|2x + 6| + |2x - 8| = ax + 12$$

имеет единственное решение.

□ Заметим, что  $x=0$  не является решением уравнения.

$$|2x + 6| + |2x - 8| = ax + 12 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x \in (-\infty; -3], \\ ax = -4x - 10, \end{cases} \\ \begin{cases} x \in (-3; 4), \\ ax = 2, \end{cases} \\ \begin{cases} x \in [4; +\infty), \\ ax = 4x - 14, \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x \in (-\infty; -3], \\ a = -4 - \frac{10}{x}, \end{cases} \\ \begin{cases} x \in (-3; 4), \\ a = \frac{2}{x}, \end{cases} \\ \begin{cases} x \in [4; +\infty), \\ a = 4 - \frac{14}{x}. \end{cases} \end{cases}$$



Проводя прямые параллельные оси  $x$ , находим точки, где эти прямые пересекают график единственный раз.

- Эти значения  $a$ , при которых данные прямые пересекают график один раз, будут удовлетворять условию задания.

**Ответ:**  $a \in (-\infty; -4] \cup \left\{ -\frac{2}{3}; 0,5 \right\} \cup [4; +\infty).$

C5

- Найдите максимальное число целых чисел, являющихся решением неравенства

$$\log_{(a+x)} (ax - x^2) < \log_{(a+x)} x$$

при фиксированном значении параметра  $a$ . Указать хотя бы одно такое значение параметра.

□ Найдем сначала ОДЗ:

$$\begin{cases} a+x > 0, \\ x > 0, \\ x(a-x) > 0, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -a, \\ x > 0, \\ a-x > 0, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -a, \\ 0 < x < a, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0, \\ x \in (0; a). \end{cases}$$

□ Мы не включили в ОДЗ условие

$a+x \neq 1$ , т.к. оно войдет в основное неравенство условия равносильности, которым мы воспользуемся.

$$\begin{aligned}
\log_{(a+x)}(ax - x^2) < \log_{(a+x)} x &\Leftrightarrow \\
\Leftrightarrow (a + x - 1)(ax - x^2 - x) < 0 &\Leftrightarrow \\
\Leftrightarrow (x + a - 1)(x - a + 1) > 0 &\Leftrightarrow \\
\Leftrightarrow x^2 - (a - 1)^2 > 0 &\Leftrightarrow |x| > |a - 1|.
\end{aligned}$$

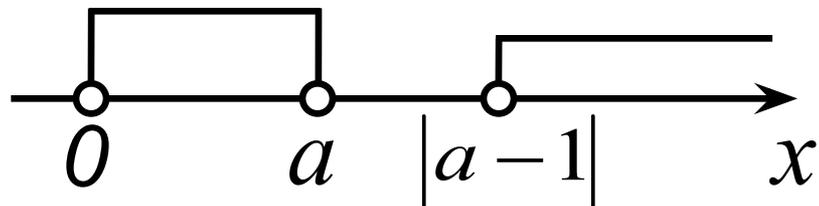
□ Теперь учтем ОДЗ и получим:

$$\begin{cases} a > 0, \\ x > |a - 1|, \\ 0 < x < a. \end{cases}$$

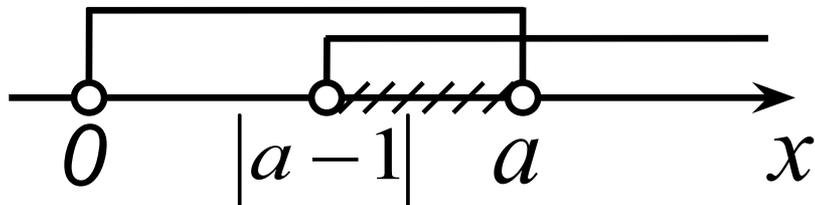
□ Решить данную систему можно двумя способами.

□ **Первый способ.** Ответ зависит от взаимного расположения точек  $x = a$  и  $x = |a-1|$  на числовой оси. Рассмотрим различные случаи.

1.  $a \leq |a-1|$  – пересечение пусто.



2.  $a > |a-1|$



- Из рисунков видно, что возможна только вторая ситуация:

$$\begin{cases} x \in (|a - 1|; a), \\ |a - 1| < a, \end{cases}$$

т.е.  $x \in (|a - 1|; a)$  при  $a > 0,5$ .

□ **Второй способ.** Можно решить систему

$$\begin{cases} a > 0, \\ x > |a - 1|, \\ 0 < x < a. \end{cases}$$

графически в плоскости  $(a; x)$ .



На рисунке видно, что условиям системы удовлетворяют точки между графиками функций  $x=|a-1|$  и  $x=a$  при  $a>0,5$  – тот же результат.

□ Теперь заметим, что

$$a - |a - 1| = \begin{cases} a - a + 1 \equiv 1, & \text{если } a \geq 1, \\ a + a - 1 \equiv 2a - 1, & \text{если } 0,5 < a < 1. \end{cases}$$

Видно, что  $0 < 2a - 1 < 1$ , поэтому при каждом  $a$  может быть не более одного целого решения. Пусть, например,  $a = 2,5$ , тогда  $x \in (1,5; 2,5)$  и среди решений есть  $x = 2$ .

**Ответ:** 1;  $a = 2,5$ .

**СЗ**

- Найдите сумму целых значений параметра  $a$ , при которых множество решений неравенства

$$x(x - 6) \geq (a + 3)(|x - 3| - 3)$$

содержит все члены некоторой геометрической прогрессии с первым членом, равным 4, и знаменателем

$$-3 < q < -1.$$

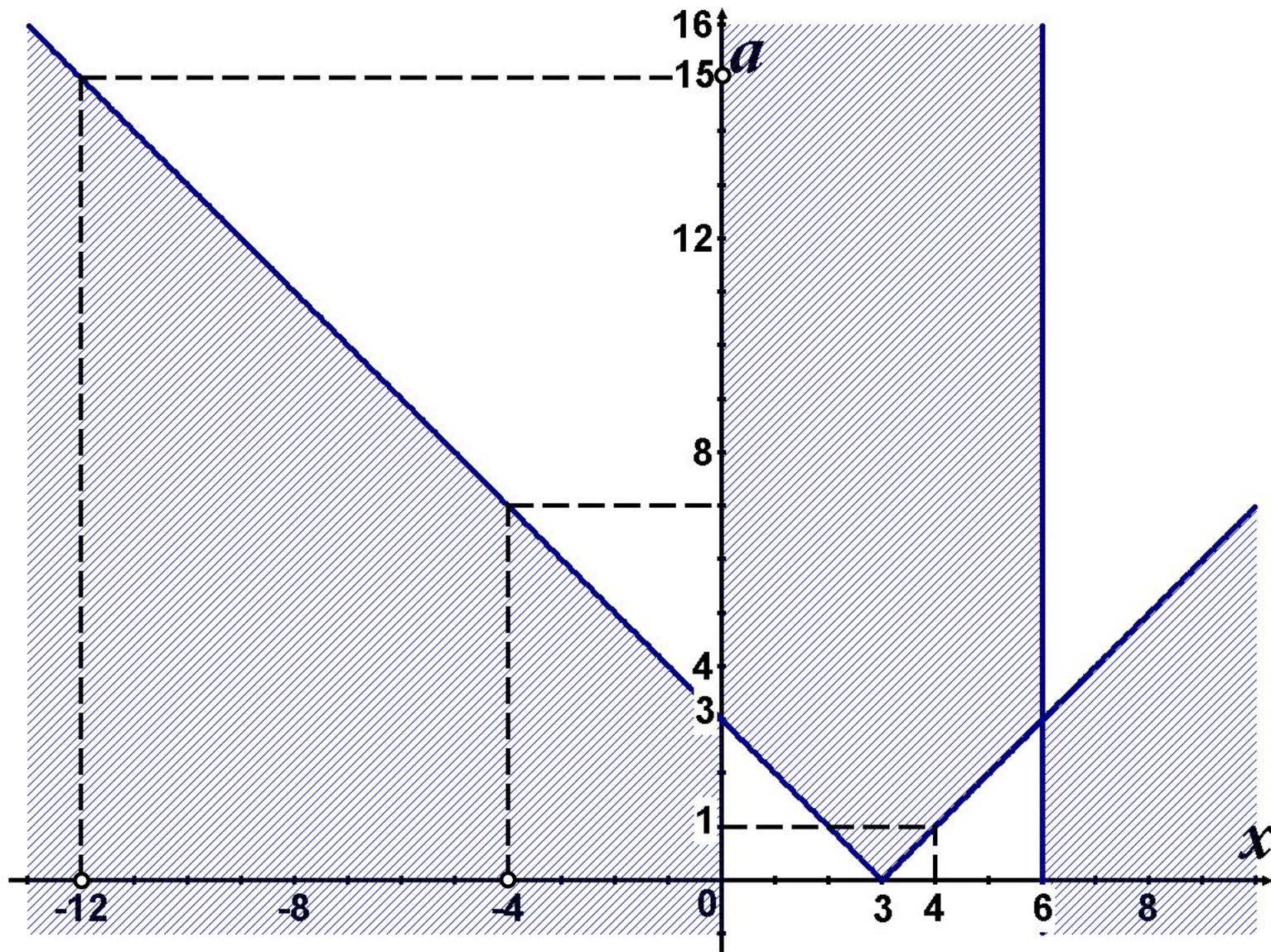
$$x(x - 6) \geq (a + 3)(|x - 3| - 3) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (x - 3)^2 - 9 \geq (a + 3)(|x - 3| - 3) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (|x - 3| - 3)(|x - 3| - a) \geq 0.$$

□ Построим в КП-плоскости графики функций:

$$|x - 3| = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0, \\ x = 6, \end{cases} \quad \text{и} \quad a = |x - 3|.$$



- Как видно на графике, точка  $x=4$  входит в множество решений неравенства при  $a \geq 1$ .
- Второй член прогрессии находится на промежутке  $(-12;-4)$ . Для того чтобы хотя бы одно из чисел этого промежутка входило в множество решений, необходимо и достаточно выполнение условия  $a < 15$  (при  $a=15$  ни одно из чисел не входит), т.е.  $a \in (-\infty; 15)$ .

□ Для всех остальных чисел это условие будет записано как  $a \in (-\infty; p)$ , где  $p > 15$ , т.к.  $-3 < q < -1$ . А это значит, что промежуток  $(-\infty; 15) \in (-\infty; p)$ .

То есть конечным множеством значений  $a$  является промежуток  $[1; 15)$ . Сумма целых значений равна 105.

**Ответ: 105.**

Надеемся, КП-метод поможет вам успешно справиться с экзаменами!



*Спасибо за внимание!*

