

П а р а б о л а

Т е о р е м а

К о о р д и н а т а

А л г е б р а

П р я м а я

И н т е р в а л

А к с и о м а

с у м м а

О р д и н а т а

В и е т



Открытый урок по теме:

**«АРИФМЕТИЧЕСКАЯ
ПРОГРЕССИЯ».**

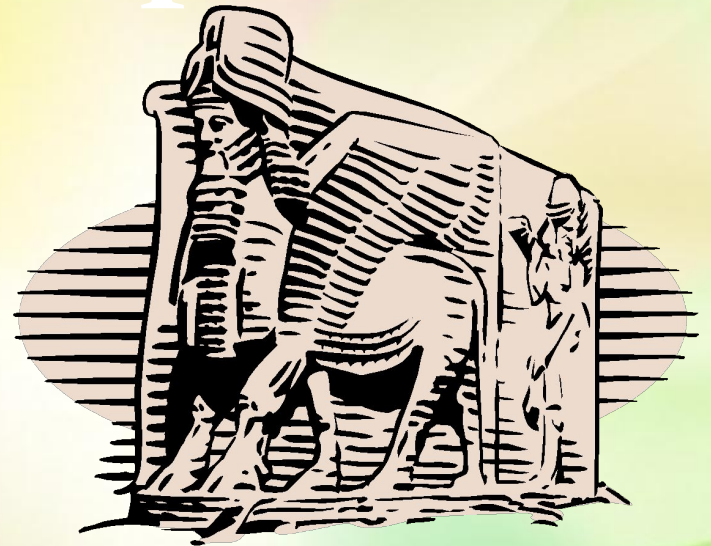
Подготовила: Андриянова Е.Н.

Назад, в историю!

Понятие числовой последовательности возникло и развивалось задолго до создания учения о функциях.



АРХИМЕД
(ок. 287—212 до н. э.)



На связь между прогрессиями первым обратил внимание великий **АРХИМЕД** (ок. 287—212 гг. до н.э.)

Древний Египет



Aristotle

Сведения, связанные с прогрессиями, впервые встречаются в дошедших до нас документах Древней Греции. Уже в V в. до н. э. греки знали следующие прогрессии и их суммы:

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n + 1)}{2}$$

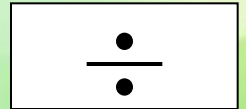
$$2 + 4 + 6 + \dots + 2n = n(n + 1)$$

Англия XVIII век

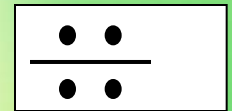
В XVIII в. в английских учебниках появились обозначения арифметической и геометрической прогрессий:



Арифметическая



Геометрическая



Германия



КАРЛ ГАУСС
(1777 – 1855)

Нашел моментально сумму всех натуральных чисел от 1 до 100, будучи еще учеником начальной школы.

Решение

$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 99 + 100 = (1 + 100) + (2 + 99) + (3 + 98) + \dots = 101 \cdot 50 = 5050$$

Прогрессии в литературе

Даже в литературе мы встречаемся с математическими понятиями! Так, вспомним строки из "Евгения Онегина".

- *...Не мог он ямба от хорея,*
- *Как мы не бились отличить...*

Ямб - это стихотворный размер с ударением на четных слогах 2; 4; 6; 8... Номера ударных слогов образуют арифметическую прогрессию с первым членом 2 и разностью прогрессии 2.

Хорей - это стихотворный размер с ударением на нечетных слогах стиха. Номера ударных слогов образуют арифметическую прогрессию 1; 3; 5; 7...

Примеры

Ямб

«Мой дядя самых честных правил...»

Прогрессия: 2; 4; 6; 8...

Хорей

«Я пропал, как зверь в загоне»

Б. Л. Пастернак

Прогрессия: 1; 3 ;5; 7...

1. Дайте определение арифметической прогрессии.

Ответ: Арифметической прогрессией называется числовая последовательность, каждый член которой, начиная со второго, равен предыдущему, сложенному с одним и тем же числом.

$$a_{n+1} = a_n + d$$



2. Что называют разностью арифметической прогрессии? Как обозначают?

Ответ: Это число, показывающее на сколько каждый последующий член больше или меньше предыдущего. Обозначают буквой d .



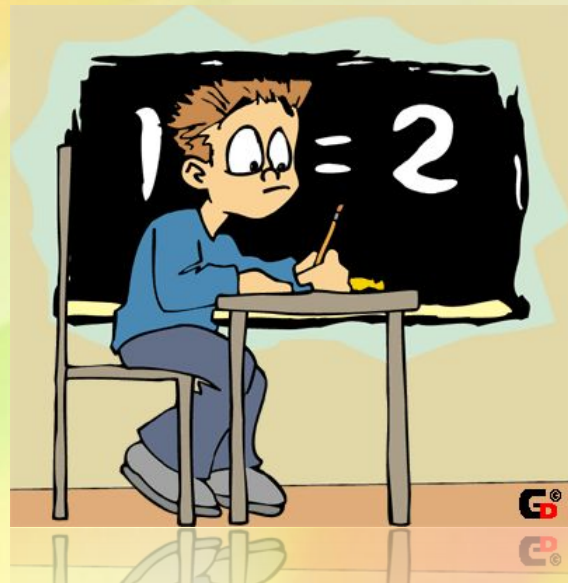
3. Назовите формулу n -ого члена арифметической прогрессии.

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d$$



4. В чем заключается свойство арифметической прогрессии?

● **Ответ:** Каждый член арифметической прогрессии, начиная со второго равен среднему арифметическому двух соседних с ним членов.



$$a_n = \frac{a_{n+1} + a_{n-1}}{2}$$

5. Назовите формулу суммы n первых членов арифметической прогрессии.

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$



6. Какие бывают арифметические прогрессии?

Ответ:

*Если в арифметической прогрессии разность $d > 0$, то прогрессия является **возрастающей**.*

*Если в арифметической прогрессии разность $d < 0$, то прогрессия является **убывающей**.*

*Если в арифметической прогрессии $d = 0$, то прогрессия является **постоянной**.*

Вывод

Зная эти формулы, можно решить много интересных задач литературного, исторического и практического содержания.



Проверь себя!

Какие из последовательностей являются арифметическими прогрессиями?

3, 6, 9, 12,.....

$d = 3$

5, 12, 18, 24, 30,.....



7, 14, 28, 35, 49,.....



5, 15, 25,.....,95.....

$d = 10$

1000, 1001, 1002, 1003,.....

$d = 1$

1, 2, 4, 7, 9, 11.....



5, 4, 3, 2, 1, 0, -1, -2,.....

$d = -1$

Вычисли устно!

*Найти разность арифметической
прогрессии:*

1; 5; 9.....

105; 100.....

-13; -15; -17.....

11; a_2 ; 19,....



Реши задачу:

Между числами 6 и 21 вставьте 4 числа так, чтобы вместе с данными числами они образовали арифметическую прогрессию.

Решение: $a_1 = a_6 = 21$,

$$d = (21 - 6) / (6 - 1) = 3,$$

6, 9, 12, 15, 18, 21.

Занимательное свойство арифметической прогрессии

Дана “стаяка девяти чисел”:

3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19.

Она представляет собой арифметическую прогрессию. Кроме того, данная стайка чисел привлекательна способностью разместиться в девяти клетках квадрата 3×3 так, что образуется магический квадрат с константой, равной 33.

Знаете ли вы, что такое магический квадрат?

Квадрат, состоящий из 9 клеток, в него вписывают числа, так чтобы сумма чисел по вертикали, горизонтали диагонали была одним и тем же числом-constant.

9	19	5
7	11	15
17	3	13

Замечание об арифметической прогрессии само по себе очень интересно. Дело в том, что из каждых девяти последовательных членов любой арифметической прогрессии натуральных чисел можно составить магический квадрат.

Самостоятельная работа

1) $a_1 = 5, d = 3, a_7 - ?$

23

2) $a_4 = 11, d = -2, a_1 - ?$

17

3) $a_4 = 12,5, a_6 = 17,5, a_5 - ?$

15

4) $a_1 = -3, a_2 = 4, a_{16} - ?$

102

5) $a_1 = 4, a_7 = -8, d - ?$

-2

6) $a_7 = -5, a_{32} = 70, a_1 - ?$

-23

7) $2, 5, 8, \dots, S_{11} - ?$

187

Психологическая разгрузка

Рамсей жил в начале XX века. Им была создана теория, доказывающая, что в мире нет абсолютного хаоса. Что даже, казалось бы, самая неупорядоченная система имеет определенные математические закономерности. вспомните, когда Вы смотрите на звезды, то может показаться, что расположены они в самом случайном порядке. Но еще в древности люди увидели там созвездия Рыб и Кассиопеи, Льва и Ориона.

1

2

3

4

5

6

7

8

9

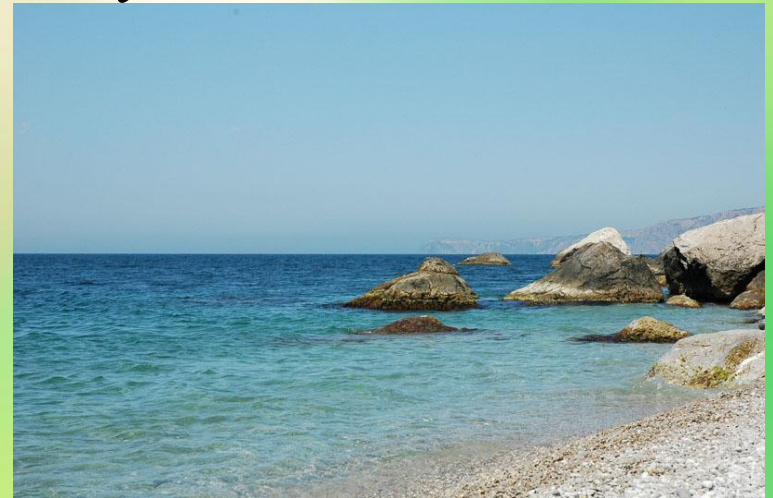
Прогрессии в жизни и быту.



Задача 1

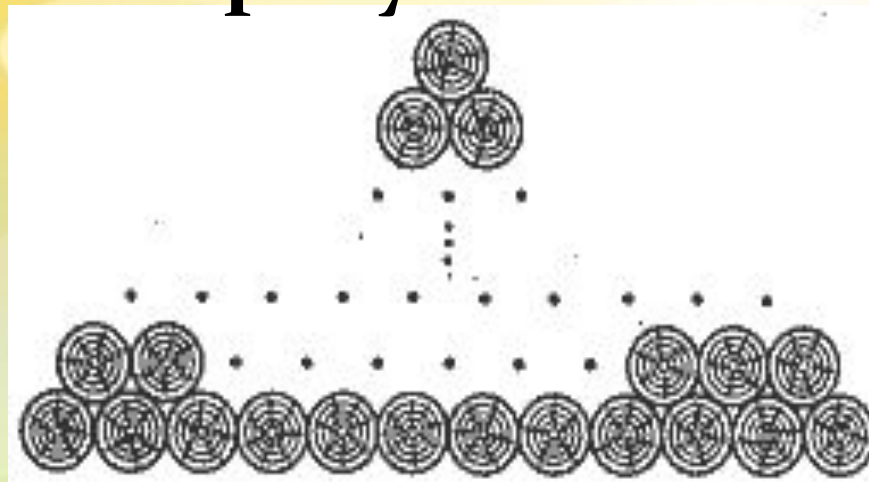
Курс воздушных ванн начинают с 15 мин. в первый день и увеличивают время этой процедуры в каждый следующий день на 10 минут. *Сколько дней следует принимать ванны в указанном режиме, чтобы достичь их максимальной продолжительности 1 час 45 минут?*

Ответ: 10 дней



Задача 2

При хранении бревен строевого леса их укладывают так, как показано на рисунке.



Сколько бревен находится в одной кладке, если в ее основании положить 12 бревен?

Ответ: 78 бревен

Наследство

Джентльмен получил наследство. Первый месяц он истратил 1000\$, а каждый следующий месяц он тратил на 500\$ больше, чем в предыдущий. Сколько \$ он истратил за второй месяц? За третий? Каков размер наследства, если денег хватило на год такой безбедной жизни?



Решение:

$$a_1 = 1000; \quad d = 500; \quad S_{12} - ?$$

Применив формулу $a_n = a_1 + d(n - 1)$, получаем:

$$a_{12} = 1000 + 500(12 - 1) = 6500\$$$

Применив формулу

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

$$S_{12} = \frac{1000 + 6500}{2} \cdot 12 = 45000\$$$



Домашнее задание:

1. Составить условие задачи по теме «Арифметическая прогрессия в жизни и быту» (на отдельном листочке) и решить её.
2. Решить № 190 (б), № 191 (б), 193 (б).

