Семинар по теме: « Производная»

Подготовила
Учитель математики
высшей категории
МБОУ Алексеево- Лозовская СОШ
Шконда И.А.

2013год

Цель семинара:

1. систематизация и обобщение изученное материала.
2. воспитание чувства ответственности.
3. развитие творческих способностей и осознанных мотивов учения.

<u>План семинара.</u>

1. Из истории производной.
2. Таблица производных.
3. Примеры вычисления производных.
4. Задание B8 и его виды.
5. Итог семинара.

1. Термин « Функция» впервые употреблён в 1692 году немецким математиком Г. Лейбницем.
2. Понятие функции, основанное на геометрических представлениях, сформулировал в 1718 году Л.Эйлер.
3. Понятие функции, основанное на идее соответствия элементов, сформулировал в 1834 году русский математик Н.И. Лобачевский.
4. Обобщённое понятие функции, сформулировал в 1837 году немецкий учёный П. Дирихле.
5. Определение предела функции сформулировал английский математик Д. Валлис (1616-1703)г.
6. И. Ньютон пришёл к понятию производной решая задачи с нахождением мгновенной скорости.
7. Французские учёные П. Ферма, Р. Декарт и Ж .Лагранж внесли существенный вклад в развитие основ дифференциального исчисления.

Понятие производной

- Русский термин "производная функции" впервые употребил русский математик В.И. Висковатов (1780 - 1812)

- В настоящее время определение производной звучит так
- производной функции $y = f(x)$, заданной на некотором интервале (a, b) в точке x этого интервала, называется предел, к которому стремится отношение приращения функции f в этой точке к соответствующему приращению аргумента, когда приращение аргумента стремится к нулю.

$f(x)$	$f'(x)$
C	0
x	1

$f(x)$	$f'(x)$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$
x^n	nx^{n-1}

$f(x)$	$f'(x)$
$\ln x$	$\dfrac{1}{x}$
$\log_a x$	$\dfrac{1}{x\ln a}$

$f(x)$	$f'(x)$
e^x	e^x
a^x	$a^x \ln x$

$f(x)$	$f'(x)$
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$

$f(x)$	$f'(x)$
tgx	$\frac{1}{\cos^2 x}$
$ctgx$	$-\frac{1}{\sin^2 x}$

Правила вычисления производной.

$f(x)$	$f^{/}(x)$
$U \pm V$	$U^{/} \pm V^{/}$
CU	$CU^{/}$

$f(x)$	$f'(x)$
$U \cdot V$	$U'V + V'U$
$\dfrac{U}{V}$	$\dfrac{U'V - V'U}{V^2}$

$f(x)$	$f'(x)$
$tg4x$	$\dfrac{4}{\cos^2 4x}$
$ctg2x$	$-\dfrac{2}{\sin^2 2x}$

$f(x)$	$f'(x)$
e^{5x}	$5e^{5x}$
$(-2x+5)^3$	$-2\cdot 3(-2x+5)^2 =$ $= -6(-2x+5)^2$

$f(x)$	$f'(x)$
$\sqrt[5]{(2x-3)^3} =$ $= (2x-3)^{\frac{3}{5}}.$	$2 \cdot \frac{3}{5}(2x-3)^{\frac{3}{5}-1} =$ $= \frac{6}{5}(2x-3)^{-\frac{2}{5}} =$ $= \frac{6}{5\sqrt[5]{(2x-3)^2}}$

Примеры вычисления производных

$$1)\left(5x^2-\frac{1}{x^3}\right)' = \left(5x^2-x^{-3}\right)' =$$

$$= 5\cdot 2x-(-3)x^{-3-1} =$$

$$= 10x+3x^{-4} = 10x+\frac{3}{x^4}.$$

$$2)\left(\left(\frac{x}{4}+5\right)^{6}\right)' = 6\cdot\frac{1}{4}\cdot\left(\frac{x}{4}+5\right)^{5}$$

$$3)\left(e^{x}\cos x\right)' =$$

$$=\left(e^{x}\right)'\cos x+\left(\cos x\right)' e^{x}$$

$$f(x) = \frac{U}{V} \qquad f'(x) = \frac{U'V - V'U}{V^2}$$

$$4)\left(\frac{\ln x}{1-x}\right)' = \frac{(\ln x)'(1-x) - (1-x)' e^x}{(1-x)^2} =$$

$$= \frac{\frac{1}{x}(1-x) - (-1)e^x}{(1-x)^2} = \frac{\frac{1}{x} - 1 + e^x}{(1-x)^2}$$

Найти значение производной функции $y = f(x)$ в точке x_0, если

$$f(x) = 1 - 6\sqrt{x}$$

а, $x_0 = \frac{1}{9}$

Решение.

$$1)\, f'(x) = (1 - 16\sqrt{x})' = (1 - 16x^{\frac{1}{2}})' = -16 \cdot \frac{1}{2} x^{\frac{1}{2}-1} =$$

$$= -8x^{-\frac{1}{2}} = -\frac{8}{\sqrt{x}}.$$

$$2)\, -\frac{8}{\sqrt{\frac{1}{9}}} = -\frac{8}{\frac{1}{3}} = -24.$$

Ответ. -24.

Написать уравнение касательной к графику функции

$f(x) = \sin x - 5x + 9$ **в точке** $x_0 = 0$

Решение.

$$y = f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0).$$

$$1)\, f(x_0) = f(0) = \sin 0 - 5 \cdot 0 + 9 = 9$$

$$2)\, f'(x) = (\sin x - 5x + 9)' = \cos x - 5$$

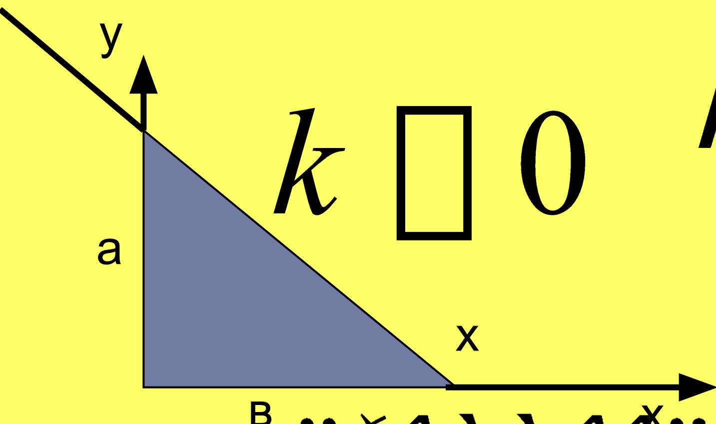
$$3)\, f'(x_0) = \cos 0 - 5 = 1 - 5 = -4$$

$$4)\, y = 9 - 4(x - 0) = 9 - 4x = -4x + 9$$

Ответ. $y = -4x + 9$

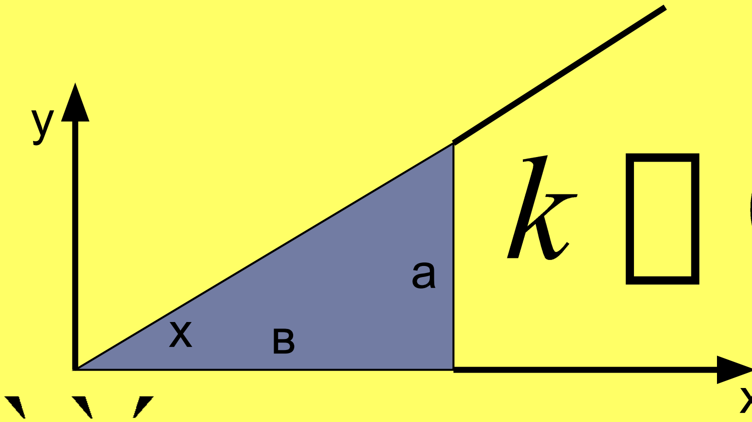
Геометрический смысл производной

$$f^{/}(x) = k = tgx$$



$$k \square 0$$

$$k = \frac{a}{b}$$



$$k \square 0$$

$$k = \frac{\textit{ïðîòèâîëåæ àùèé} \quad катет}{\textit{ïðèëåæàùèé} \quad катет}$$

$y' \square 0$, то y возраст
ает

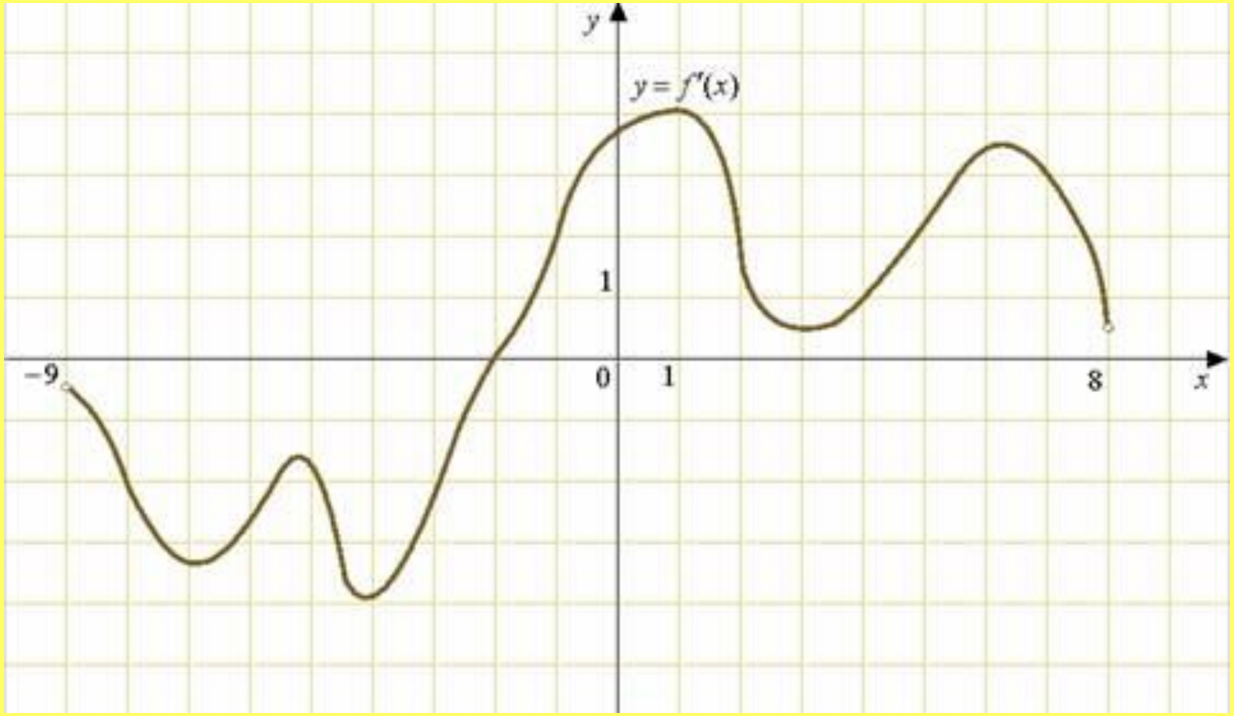
$y' \square 0$, то y убывает

$y' = 0$, то касательная к графику функции $f(x)$ параллельна оси ОХ

$k = 0$

Задания B8 и его типы

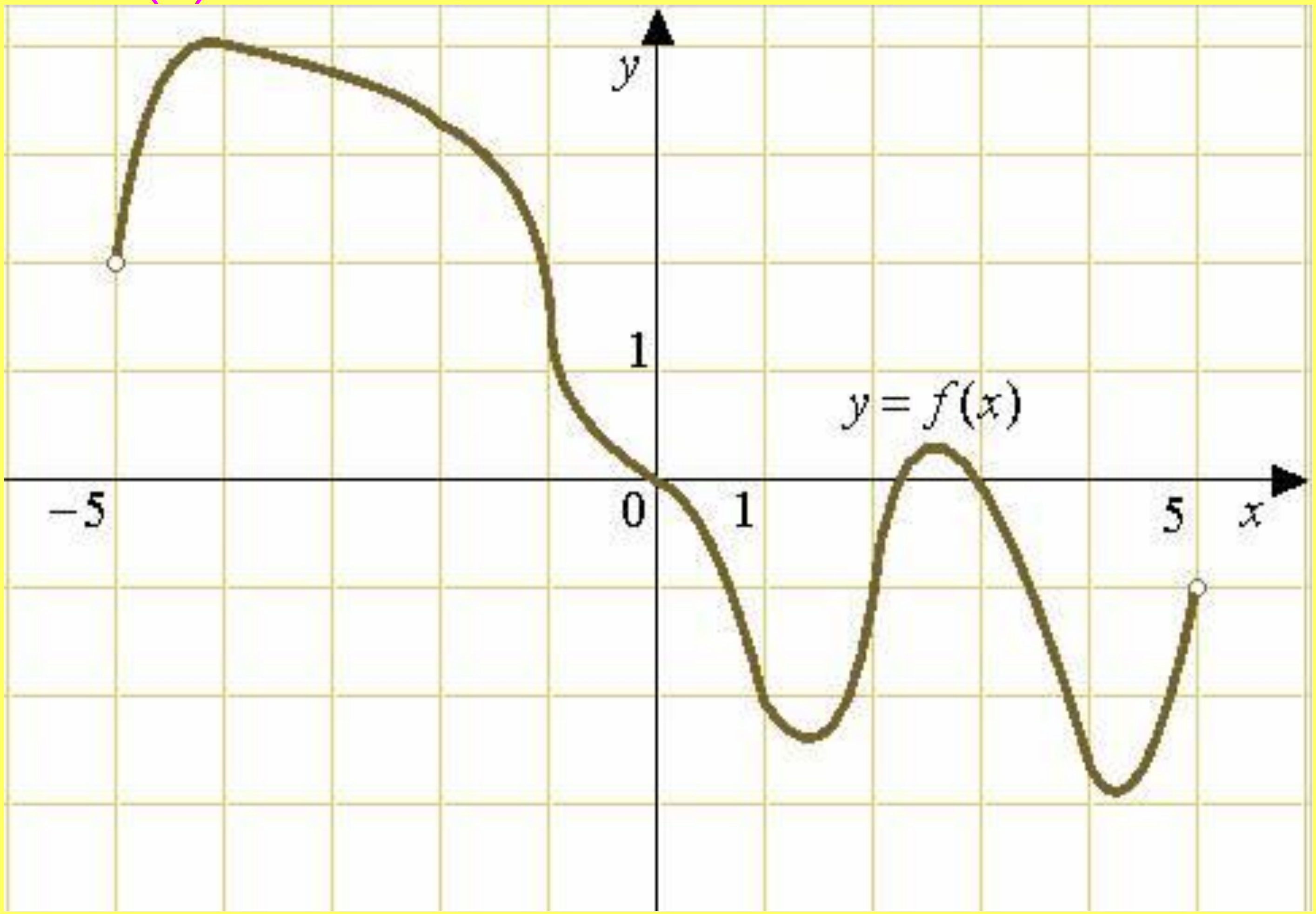
На рисунке изображен график производной функции f`(x), определенной на интервале(-9:8) . В какой точке отрезка $\left[0;6\right]$ f(x) принимает наименьшее значение.



<u>Ответ.   0</u>

На отрезке $\left[0;6\right]$ производная функции больше нуля, так как график производной расположен выше оси ОХ, то функция на этом отрезке возрастает и наименьшее значение достигает в начале промежутка, а наибольшее в конце.

- На рисунке изображен график функции f(x), определенной на интервале(-5:5) . Определите количество целых точек, в которых производная функции f (x) положительна.

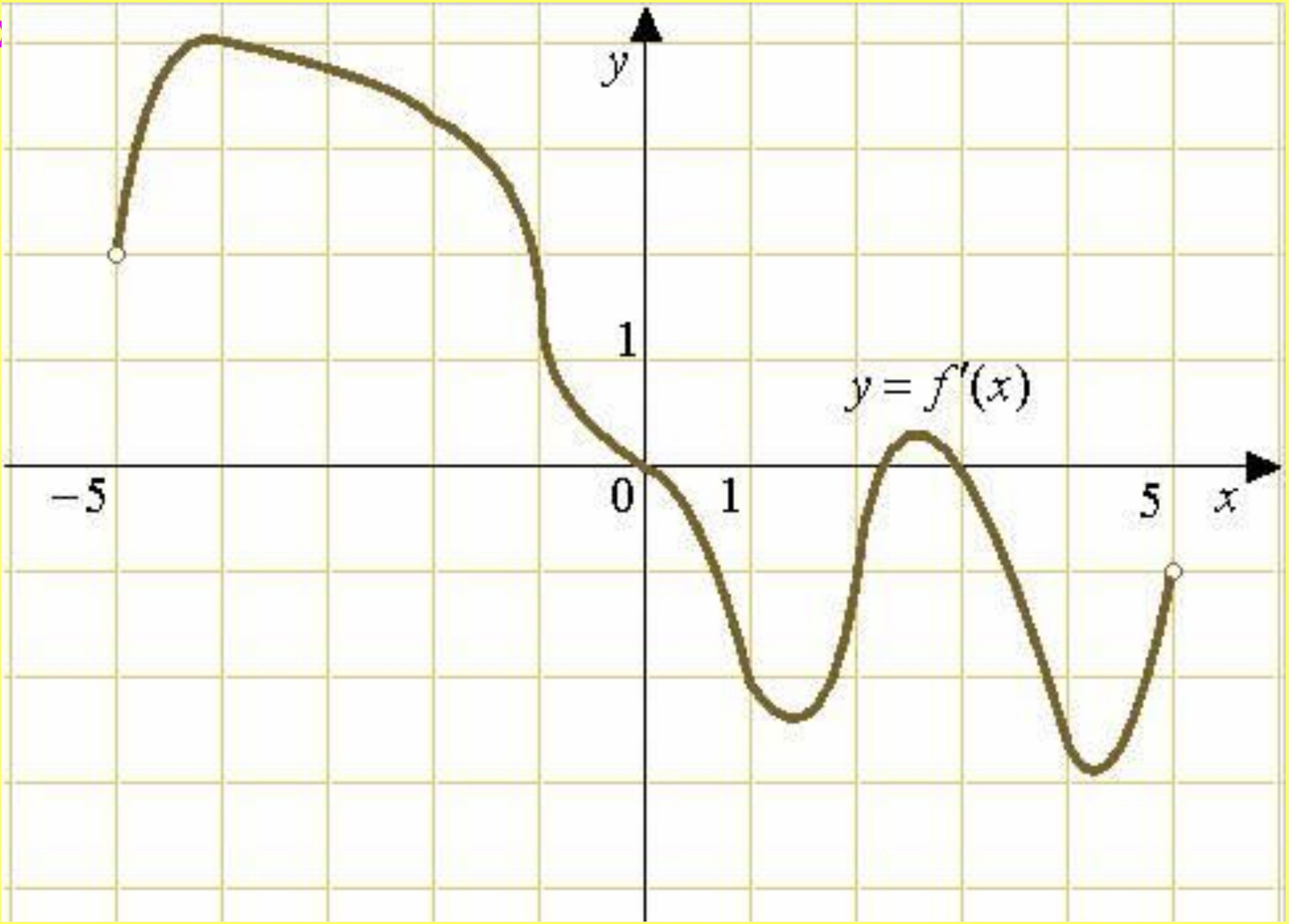


Ответ. 1

Если **функция** **возрастает**, то **производная** функции **положительна**

1. Три промежутка возрастания.
2. одна целая точка (x=2).

- На рисунке изображен график производной функции f (x), определенной на интервале (-5:5). Найдите количество точек экстремума функции f (x) на отр



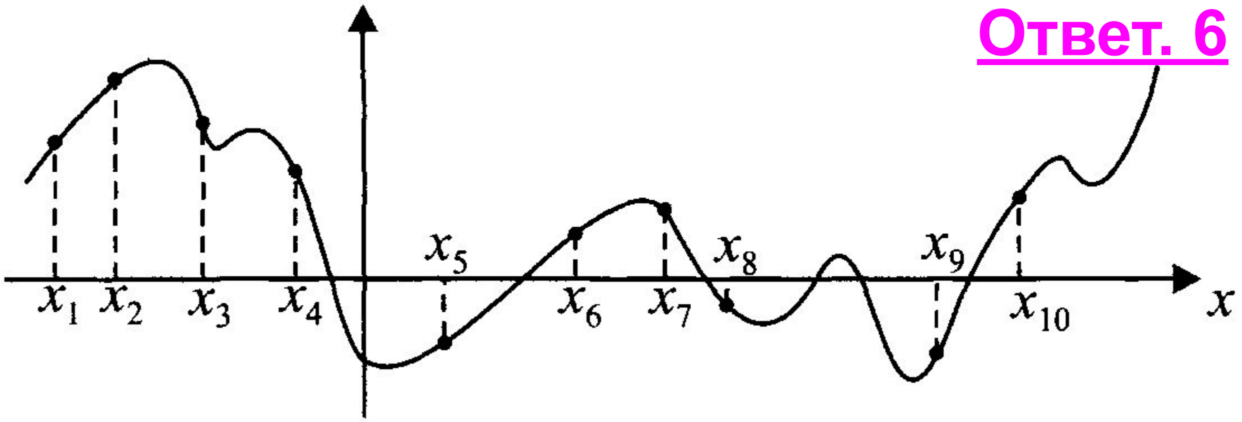
<u>Ответ. 3</u>

Внимание:

1. **График производной.**
2. **Точки экстремума это точки максимума и минимума.**
3. **Если производная меняет знак с + на -, то точка максимума.**
4. **Если производная меняет знак с - на + ,то точка минимума.**
5. **На графике <u>точки экстремума:</u> это <u>точки пересечения</u> графика с осью ОХ.**
6. **Таких точек три.**
7. **Точек максимума две.**
8. **Точек минимума одна.**

Примеры и решения

B8. На рисунке 23 изображён график функции $y = f(x)$ и отмечены десять точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_{10}$. В скольких из этих точек производная функции $f(x)$ положительна?

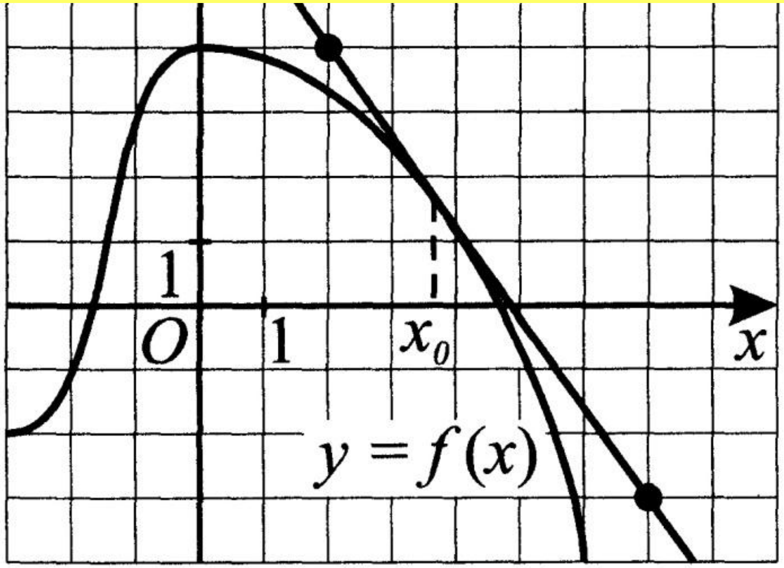


Ответ. 6

Производная положительна там, где **функция возрастает.**

Производная отрицательна там, где **функция убывает.**

B8. На рисунке 28 изображён график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0.



$$k \; \square \; 0$$

Угол между касательной и положительным направлением оси ОХ тупой

$$f'(x) = k = \frac{a}{b}.$$

-7:5=-1,4

Ответ:-1,4

Задача на нахождение скорости точки

B8. Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = 3t^3 + t^2 - 7t$, где x — расстояние от точки отсчёта в метрах, t — время в секундах, измеряемое с начала движения. Найдите её скорость (в метрах в секунду) в момент времени $t = 5$ с.

$$x'(t) = v(t) = (3t^3 + t^2 - 7t)' =$$

$$= 9t^2 + 2t - 7$$

$$v(5) = 9 \cdot 5^2 + 2 \cdot 5 - 7 = 228$$

B8. На рисунке 47 изображён график функции $y = f(x)$ и отмечены восемь точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_8$. В скольких из этих точек производная функции $f(x)$ отрицательна?

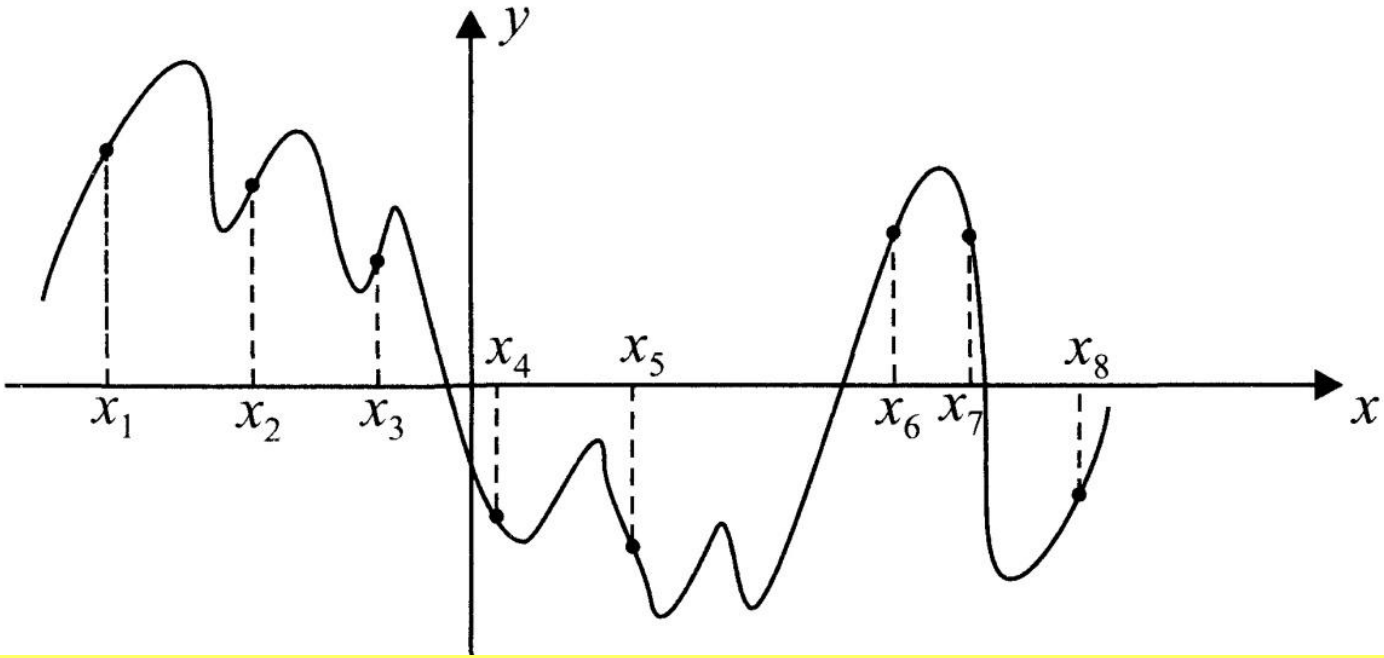


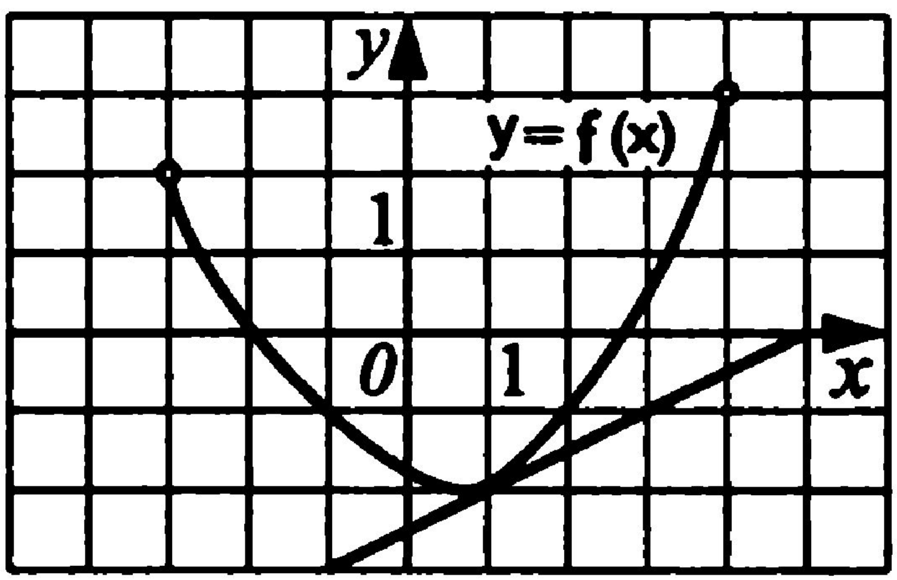
График функция

Ищем точки , где функция убывает (производная отрицательна)

$$x_4, x_5, x_7$$

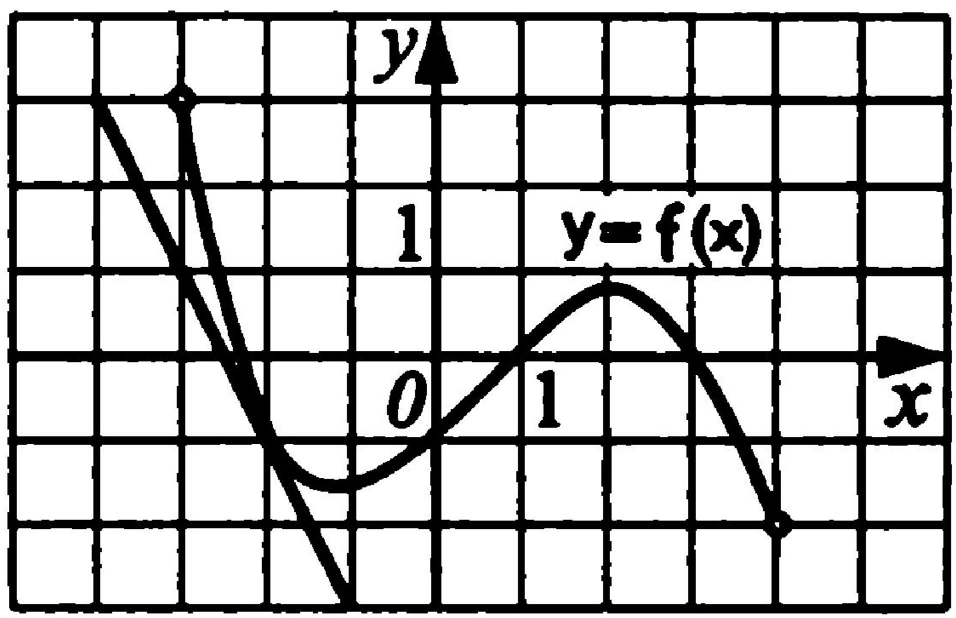
Ответ :3.

1 Функция $y = f(x)$ определена на промежутке $(-3; 4)$. На рисунке изображён её график и касательная к этому графику в точке с абсциссой $x_0 = 1$. Вычислите значение производной $f'(x)$ в точке $x_0 = 1$.



Ответ :0,5

2. Функция $y = f(x)$ определена на промежутке $(-3; 4)$. На рисунке изображён её график и касательная к этому графику в точке с абсциссой $x_0 = -2$. Вычислите значение производной $f'(x)$ в точке $x_0 = -2$.



Ответ :-2.

Задания для самостоятельной работы.

4. Прямая $y = 12x - 6$ параллельна прямой l, которая является касательной к графику функции $y = x^4 - 20x + 10$. Найдите абсциссу точки касания прямой l и данного графика.

5 Прямая $y = -2x + 4$ является касательной к графику функции $y = x^3 + 6x^2 + 7x + 8$. Найдите абсциссу точки касания.

6. Прямая $y = 57x - 800$ является касательной к графику функции $y = x^3 - 9x^2 - 63x + 300$. Найдите абсциссу точки касания.

7 Прямая $y = 6x - 9$ является касательной к графику функции $y = x^2 - 3x + c$. Найдите значение коэффициента c.

8. Прямая $y = 4x - 1$ является касательной к графику функции $y = x^2 + c$. Найдите ординату точки касания.

Итог урока:

<u>повторить и закрепить</u>

вопросы к главе II

№ 6-13, № 17-19

Задание на дом: **№91(2), 92(2), 94(2).**

Источники информации

1.Алгебра и начала математического анализа 11 класс.
Авторы: Ю.М. Колягин, М.В. Ткачёва, Н. Е. Фёдорова,
М.И. Шабунин.
2. Открытый банк данных для подготовки к ЕГЭ
http://mathege.ru/or/ege/Main
Яндекс
http://www.yandex.ru/