

Семинар
по теме:
« Производная »

**Подготовила
Учитель математики
высшей категории
МБОУ Алексеево- Лозовская СОШ
Шконда И.А.**

2013год

Цель семинара:

1. систематизация и обобщение изученное материала.
2. воспитание чувства ответственности.
3. развитие творческих способностей и осознанных мотивов учения.

План семинара.

1. Из истории производной.
2. Таблица производных.
3. Примеры вычисления производных.
4. Задание В8 и его виды.
5. Итог семинара.

1. Термин « **Функция**» впервые употреблён в **1692** году **немецким** математиком **Г. Лейбницем**.
2. Понятие **функции**, основанное на **геометрических** представлениях, сформулировал в **1718** году **Л.Эйлер**.
3. Понятие **функции**, основанное на **идее соответствия** элементов, сформулировал в **1834** году русский математик **Н.И. Лобачевский**.
4. **Обобщённое понятие функции**, сформулировал в **1837** году немецкий учёный **П. Дирихле**.
5. Определение **предела функции** сформулировал английский математик **Д. Валлис (1616-1703)г.**
6. **И. Ньютон** пришёл к **понятию производной** решая задачи с нахождением мгновенной скорости.
7. Французские учёные **П. Ферма, Р. Декарт и Ж. Лагранж** внесли существенный вклад в развитие основ **дифференциального исчисления**.



Понятие производной

- Русский термин "производная функции" впервые употребил русский математик В.И. Висковатов (1780 - 1812)



- В настоящее время определение производной звучит так
- производной функции $y = f(x)$, заданной на некотором интервале (a, b) в точке x этого интервала, называется предел, к которому стремится отношение приращения функции f в этой точке к соответствующему приращению аргумента, когда приращение аргумента стремится к нулю.

$f(x)$

$f'(x)$

C

0

x

1

$$f(x)$$

$$f'(x)$$

$$\sqrt{x}$$

$$\frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$x^n$$

$$nx^{n-1}$$

$$f(x)$$

$$f'(x)$$

$$\ln x$$

$$\frac{1}{x}$$

$$\log_a x$$

$$\frac{1}{x \ln a}$$

$$f(x)$$

$$f'(x)$$

$$e^x$$

$$e^x$$

$$a^x$$

$$a^x \ln x$$

$f(x)$ $f'(x)$ $\sin x$ $\cos x$ $\cos x$ $-\sin x$

$f(x)$ $f'(x)$ $\operatorname{tg} x$

$$\frac{1}{\cos^2 x}$$

 $\operatorname{ctg} x$

$$-\frac{1}{\sin^2 x}$$

Правила вычисления производной.

$$f(x)$$

$$f'(x)$$

$$U \pm V$$

$$U' \pm V'$$

$$CU$$

$$CU'$$



$$f(x)$$

$$f'(x)$$

$$U \cdot V$$

$$U'V + V'U$$

$$\frac{U}{V}$$

$$\frac{U'V - V'U}{V^2}$$

$f(x)$ $f'(x)$ $\operatorname{tg} 4x$

$$\frac{4}{\cos^2 4x}$$

 $\operatorname{ctg} 2x$

$$-\frac{2}{\sin^2 2x}$$

$f(x)$ $f'(x)$ e^{5x} $5e^{5x}$ $(-2x + 5)^3$ $-2 \cdot 3(-2x + 5)^2 =$
 $= -6(-2x + 5)^2$

$f(x)$ $f'(x)$

$$\begin{aligned} & \sqrt[5]{(2x-3)^3} = \\ & = (2x-3)^{\frac{3}{5}}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 2 \cdot \frac{3}{5} (2x-3)^{\frac{3}{5}-1} = \\ & = \frac{6}{5} (2x-3)^{-\frac{2}{5}} = \\ & = \frac{6}{5\sqrt[5]{(2x-3)^2}} \end{aligned}$$

Примеры вычисления производных

$$\begin{aligned} 1) \left(5x^2 - \frac{1}{x^3}\right)' &= \left(5x^2 - x^{-3}\right)' = \\ &= 5 \cdot 2x - (-3)x^{-3-1} = \\ &= 10x + 3x^{-4} = 10x + \frac{3}{x^4}. \end{aligned}$$

$$2) \left(\left(\frac{x}{4} + 5 \right)^6 \right)' = 6 \cdot \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{x}{4} + 5 \right)^5$$

$$3) (e^x \cos x)' = \\ = (e^x)' \cos x + (\cos x)' e^x$$

$$f(x) = \frac{U}{V} \qquad f'(x) = \frac{U'V - V'U}{V^2}$$

$$\begin{aligned} 4) \left(\frac{\ln x}{1-x} \right)' &= \frac{(\ln x)'(1-x) - (1-x)'e^x}{(1-x)^2} = \\ &= \frac{\frac{1}{x}(1-x) - (-1)e^x}{(1-x)^2} = \frac{\frac{1}{x} - 1 + e^x}{(1-x)^2} \end{aligned}$$

Найти значение производной функции

x_0 если

$$f(x) = 1 - 6\sqrt{x}$$

$y = f(x)$ в
точке

а. $x_0 = \frac{1}{9}$

Решение.

$$1) f'(x) = (1 - 16\sqrt{x})' = (1 - 16x^{\frac{1}{2}})' = -16 \cdot \frac{1}{2} x^{\frac{1}{2}-1} =$$

$$= -8x^{-\frac{1}{2}} = -\frac{8}{\sqrt{x}}.$$

$$2) -\frac{8}{\sqrt{\frac{1}{9}}} = -\frac{8}{\frac{1}{3}} = -24.$$

Ответ. -24.

Написать уравнение касательной к графику

функции

$$f(x) = \sin x - 5x + 9 \quad \text{В} \quad x_0 = 0$$

точке
Решени

е.

$$y = f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0).$$

$$1) f(x_0) = f(0) = \sin 0 - 5 \cdot 0 + 9 = 9$$

$$2) f'(x) = (\sin x - 5x + 9)' = \cos x - 5$$

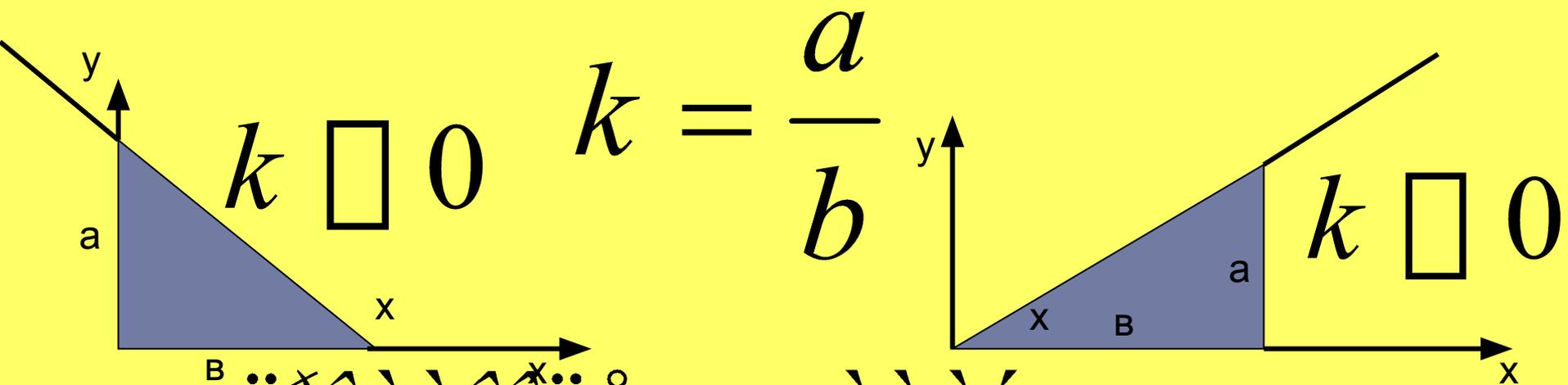
$$3) f'(x_0) = \cos 0 - 5 = 1 - 5 = -4$$

$$4) y = 9 - 4(x - 0) = 9 - 4x = -4x + 9$$

Ответ. $y = -4x + 9$

Геометрический смысл производной

$$f'(x) = k = \operatorname{tg} \alpha$$



$$k = \frac{\text{противоположный катет}}{\text{прилежащий катет}}$$

$y' > 0$, то y возрастает

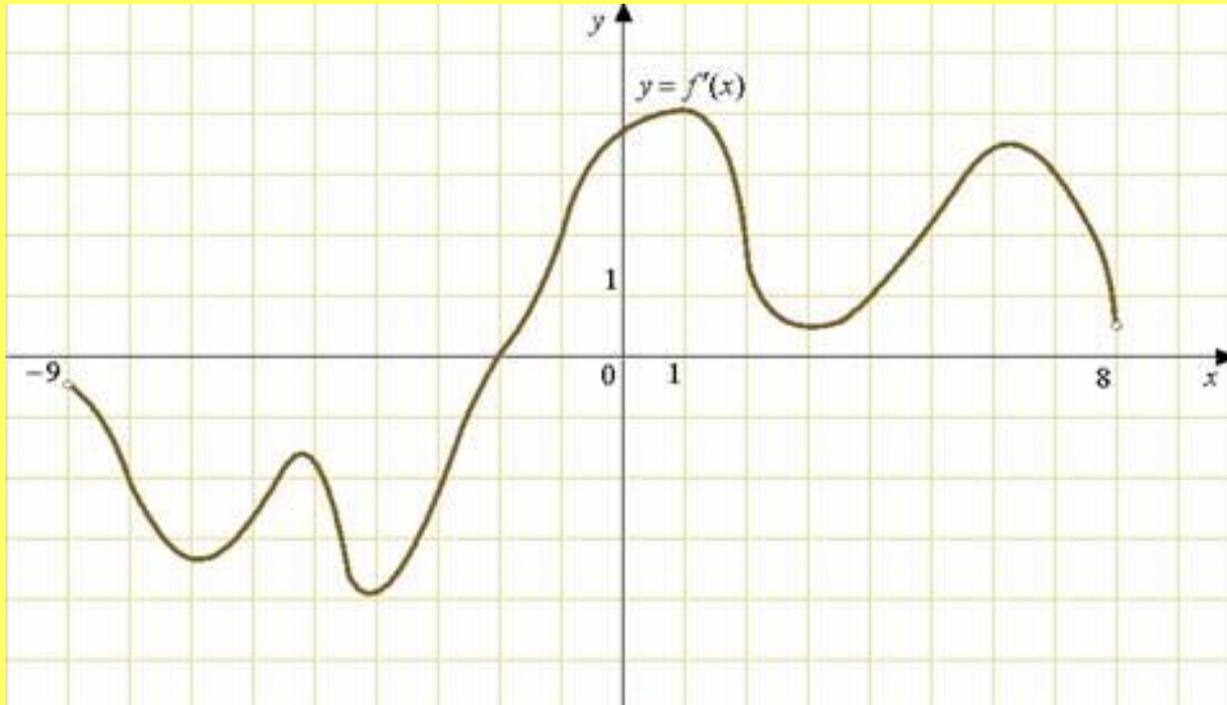
$y' < 0$, то y убывает

$y' = 0$, то касательная к графику функции $f(x)$

$k = 0$ параллельна оси OX

Задания В8 и его типы

На рисунке изображен график производной функции $f'(x)$, определенной на интервале $(-9;8)$. В какой точке отрезка $[0;6]$ $f(x)$ принимает наименьшее значение.

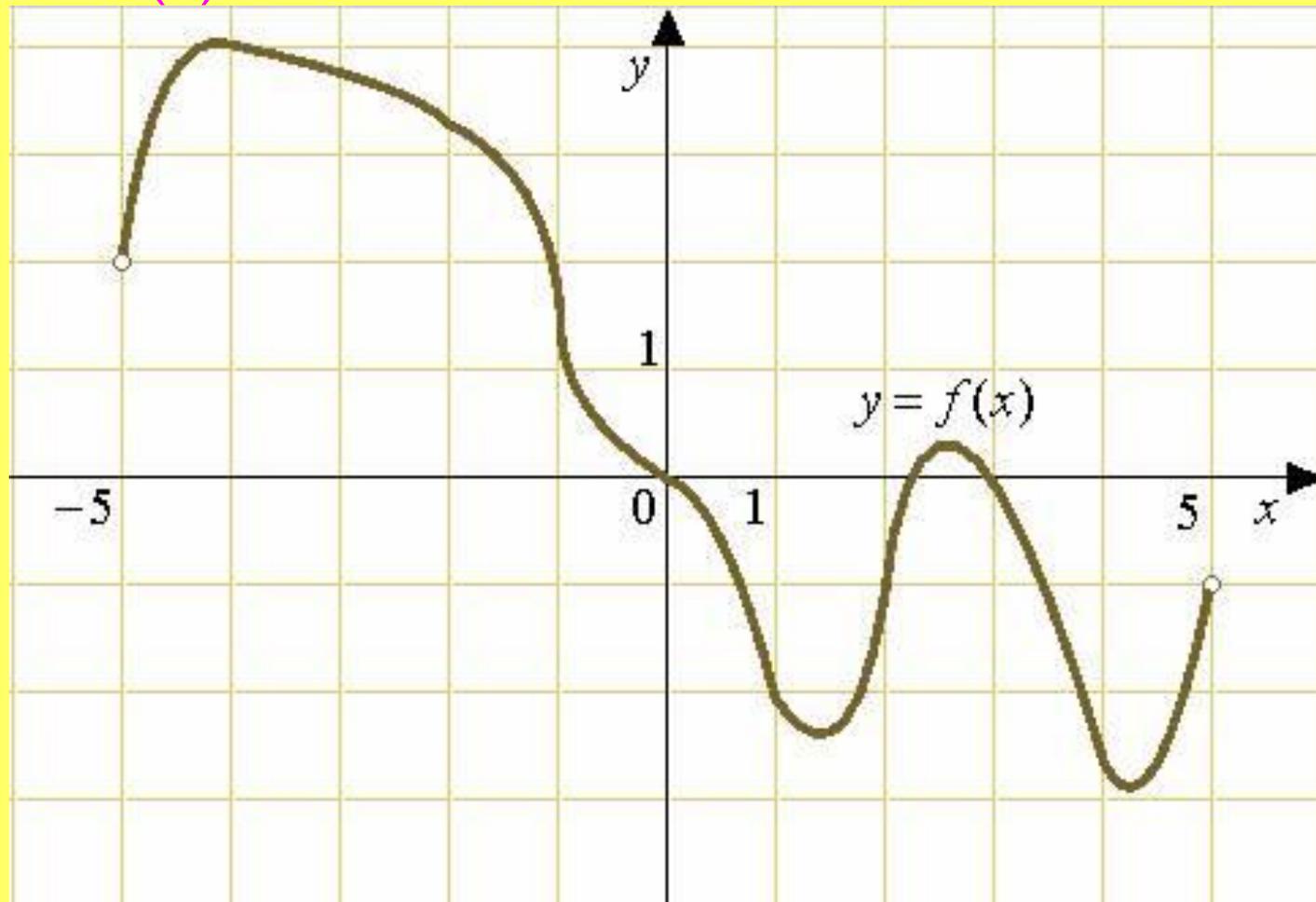


Ответ. 0

На отрезке $[0;6]$ производная функции больше нуля, так как график производной расположен **выше** оси ОХ, то функция на этом отрезке **возрастает** и **наименьшее** значение достигает в **начале** промежутка, а **наибольшее** в конце.



- На рисунке изображен график функции $f(x)$, определенной на интервале $(-5; 5)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции $f(x)$ положительна.



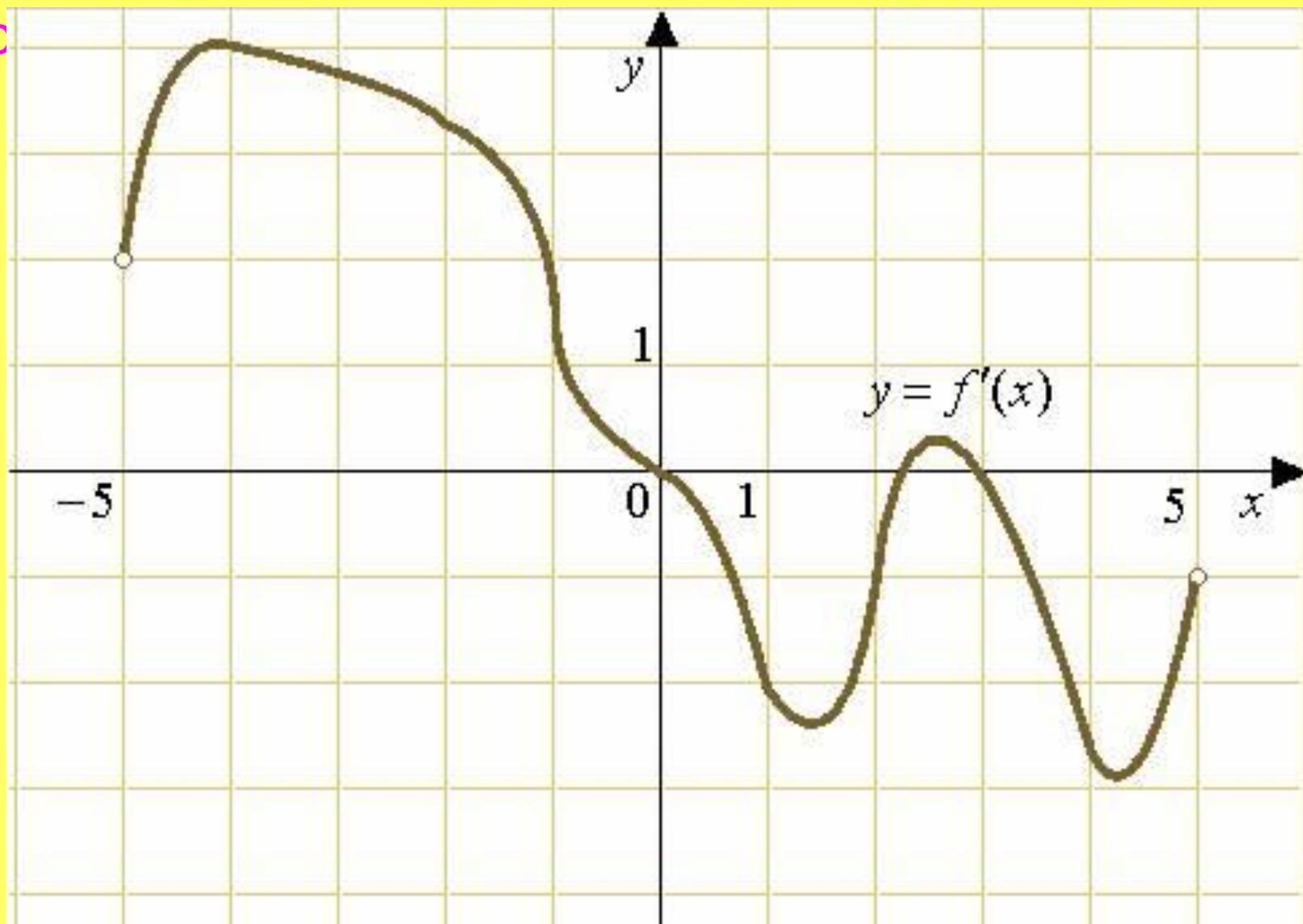
Ответ. 1

Если функция возрастает, то производная функции положительна

1. Три промежутка возрастания.
2. одна целая точка ($x=2$).



- На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-5;5)$. Найдите количество точек экстремума функции $f(x)$ на отрезке



Ответ. 3

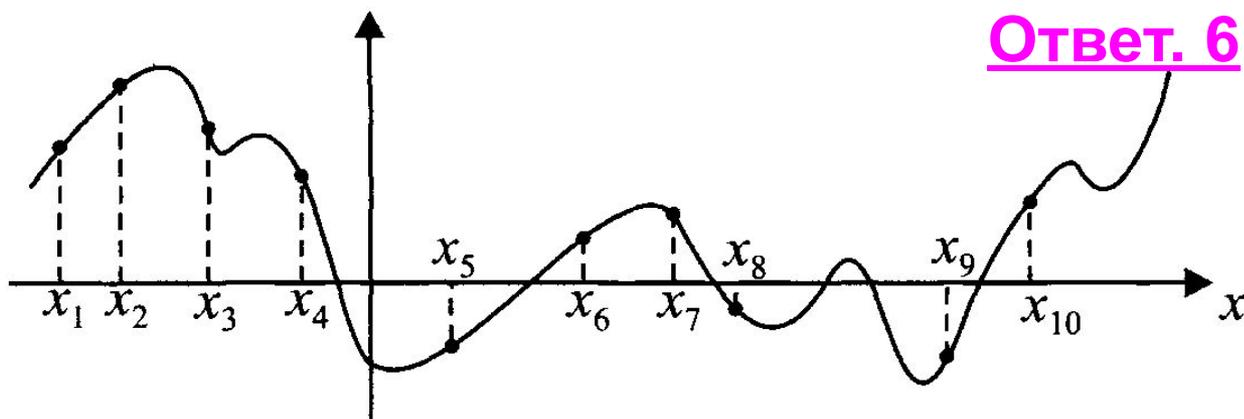
Внимание:

1. График производной.
2. Точки экстремума это точки максимума и минимума.
3. Если производная меняет знак с $+$ на $-$, то точка **максимума**.
4. Если производная меняет знак с $-$ на $+$, то точка **минимума**.
5. На графике точки экстремума: это точки пересечения графика с осью ОХ.
6. Таких точек три.
7. Точек **максимума** две.
8. Точек **минимума** одна.



Примеры и решения

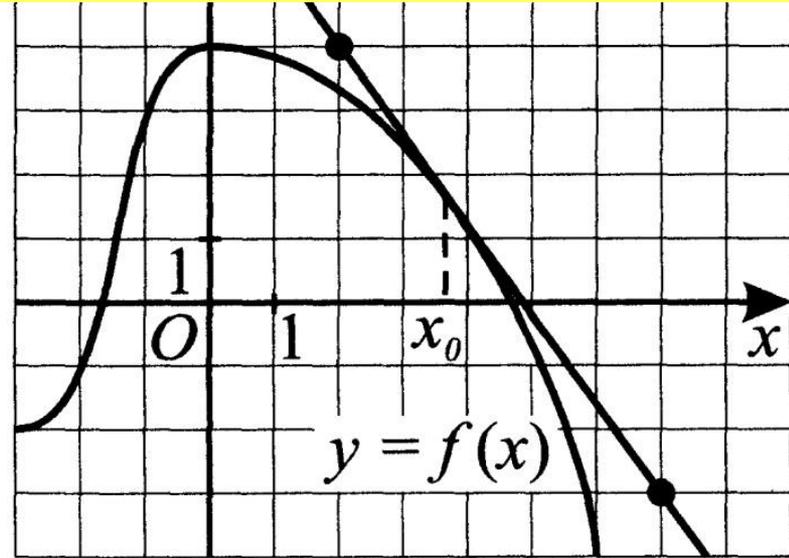
В8. На рисунке 23 изображён график функции $y = f(x)$ и отмечены десять точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{10}$. В скольких из этих точек производная функции $f(x)$ положительна?



Производная положительна там, где функция возрастает.

Производная отрицательна там, где функция убывает.

В8. На рисунке 28 изображён график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



$$k \square 0$$

Угол между касательной и положительным направлением оси Ox тупой

$$-7:5 = -1,4$$

Ответ: -1,4

$$f'(x) = k = \frac{a}{b}.$$

Задача на нахождение скорости точки

В8. Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = 3t^3 + t^2 - 7t$, где x — расстояние от точки отсчёта в метрах, t — время в секундах, измеряемое с начала движения. Найдите её скорость (в метрах в секунду) в момент времени $t = 5$ с.

$$x'(t) = v(t) = (3t^3 + t^2 - 7t)' =$$

$$= 9t^2 + 2t - 7$$

$$v(5) = 9 \cdot 5^2 + 2 \cdot 5 - 7 = 228$$

В8. На рисунке 47 изображён график функции $y = f(x)$ и отмечены восемь точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, x_3, \dots, x_8$. В скольких из этих точек производная функции $f(x)$ отрицательна?

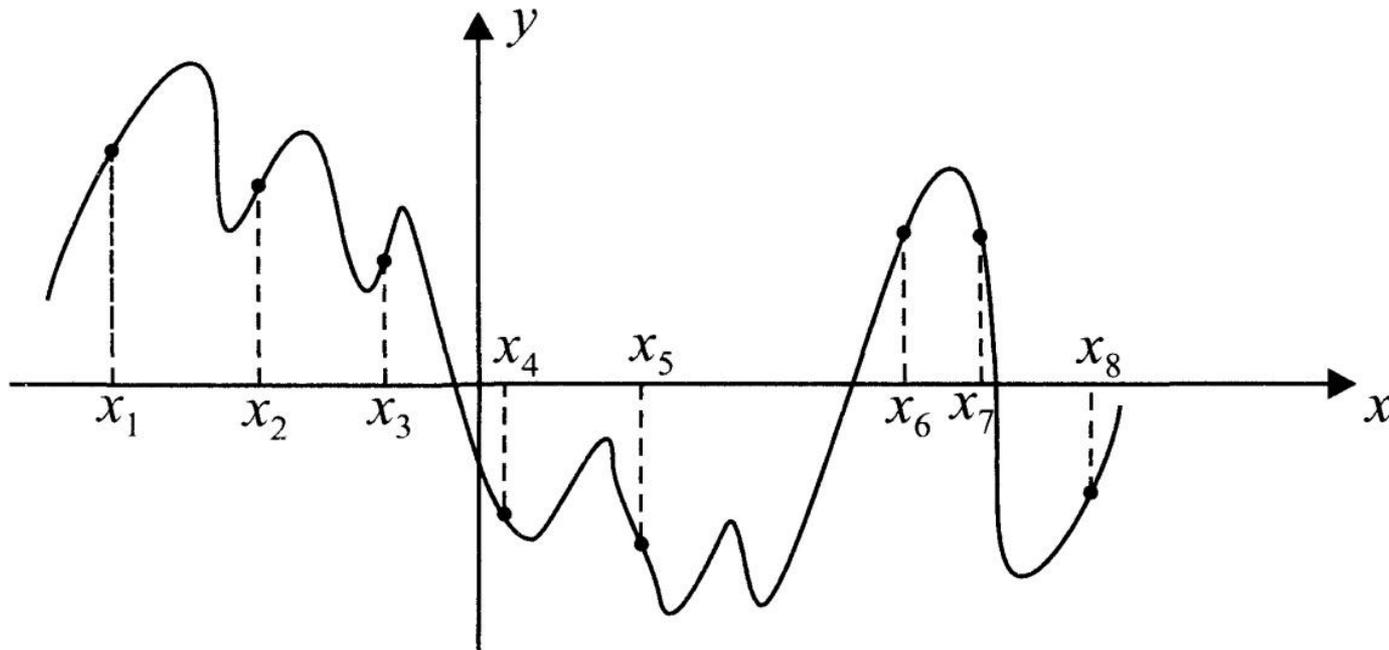


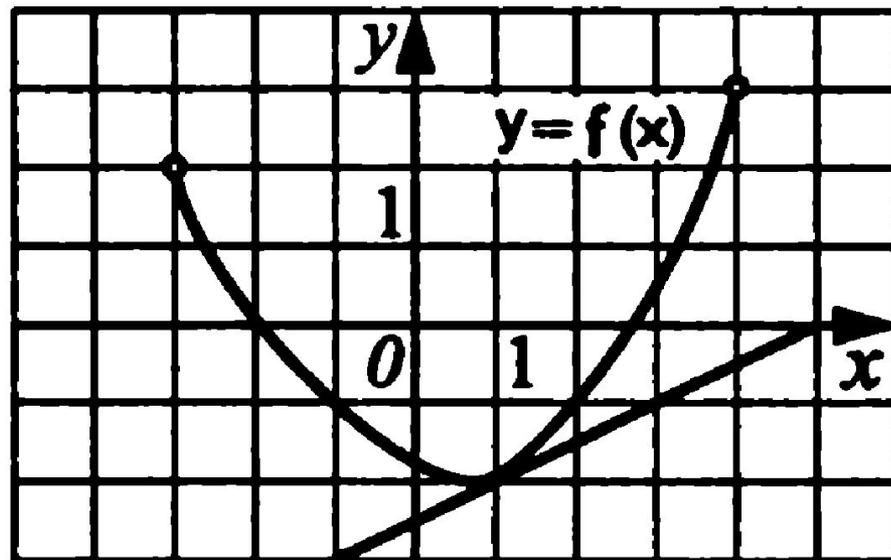
График функция

Ищем точки, где функция убывает
(производная отрицательна)

x_4, x_5, x_7

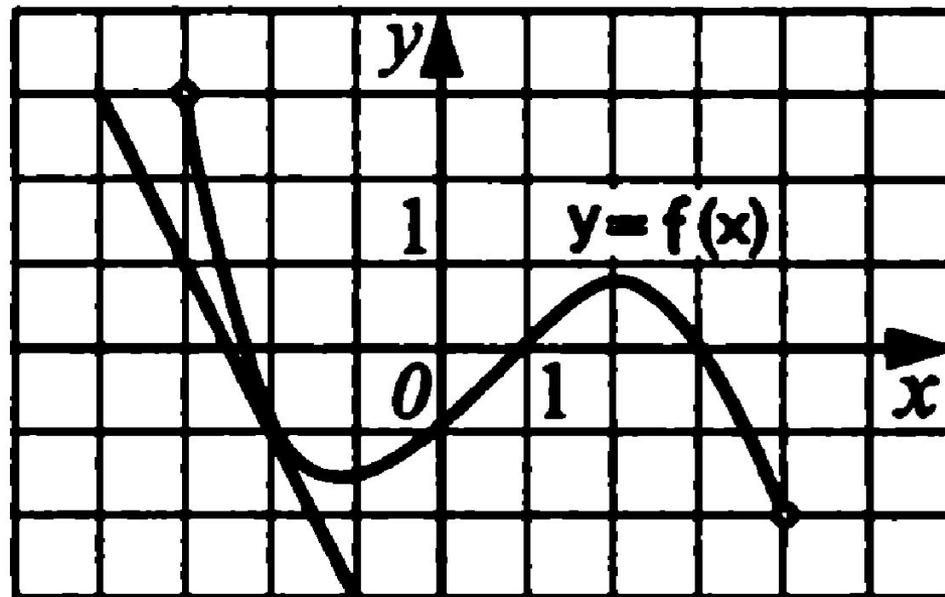
Ответ :3.

1 Функция $y = f(x)$ определена на промежутке $(-3; 4)$. На рисунке изображён её график и касательная к этому графику в точке с абсциссой $x_0 = 1$. Вычислите значение производной $f'(x)$ в точке $x_0 = 1$.



Ответ :0,5

2. Функция $y = f(x)$ определена на промежутке $(-3; 4)$. На рисунке изображён её график и касательная к этому графику в точке с абсциссой $x_0 = -2$. Вычислите значение производной $f'(x)$ в точке $x_0 = -2$.



Ответ :-2.

Задания для самостоятельной работы.

4. Прямая $y = 12x - 6$ параллельна прямой l , которая является касательной к графику функции $y = x^4 - 20x + 10$. Найдите абсциссу точки касания прямой l и данного графика.
5. Прямая $y = -2x + 4$ является касательной к графику функции $y = x^3 + 6x^2 + 7x + 8$. Найдите абсциссу точки касания.
6. Прямая $y = 57x - 800$ является касательной к графику функции $y = x^3 - 9x^2 - 63x + 300$. Найдите абсциссу точки касания.
7. Прямая $y = 6x - 9$ является касательной к графику функции $y = x^2 - 3x + c$. Найдите значение коэффициента c .
8. Прямая $y = 4x - 1$ является касательной к графику функции $y = x^2 + c$. Найдите ординату точки касания.

Итог урока:

повторить и закрепить

вопросы к главе II

№ 6-13, № 17-19

**Задание на дом: №91(2), 92(2),
94(2).**

Источники информации

1. Алгебра и начала математического анализа 11 класс.
Авторы: Ю.М. Колягин, М.В. Ткачёва, Н. Е. Фёдорова,
М.И. Шабунин.

2. Открытый банк данных для подготовки к ЕГЭ

<http://mathege.ru/or/ege/Main>

Яндекс

<http://www.yandex.ru/>