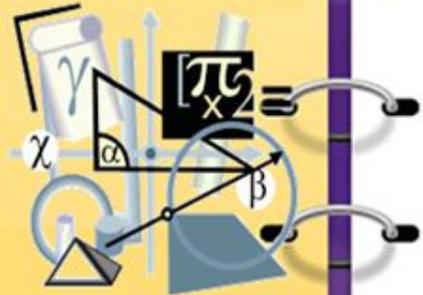


# Играем в математику

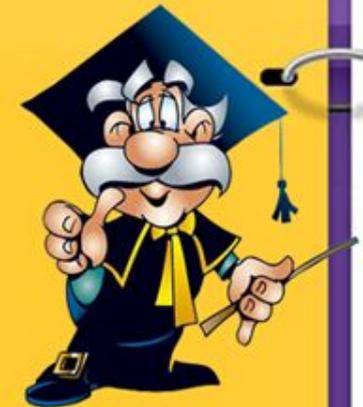


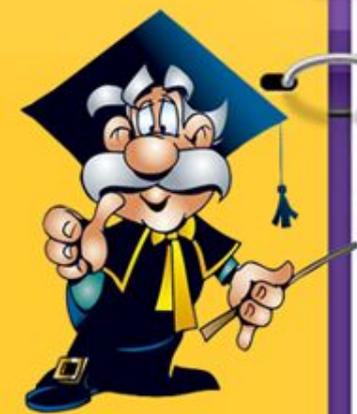
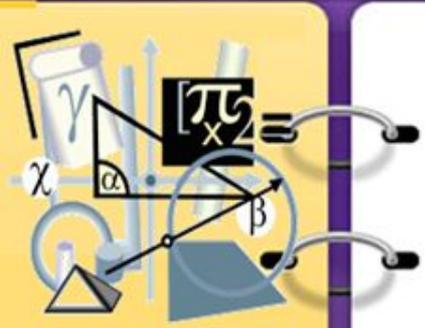
Новая идея появляется в результате сравнения двух вещей, которые ещё не сравнивали.

К.А. Гельвеций.

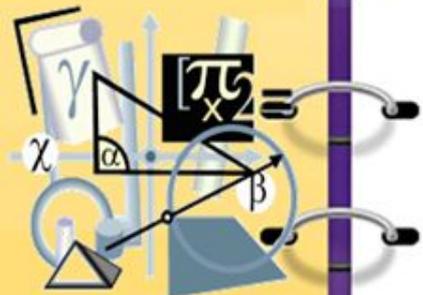
Пусть не корят меня, что я не сказал ничего нового: ново уже само расположение материала...

Б. Паскаль.





# Играем в математику



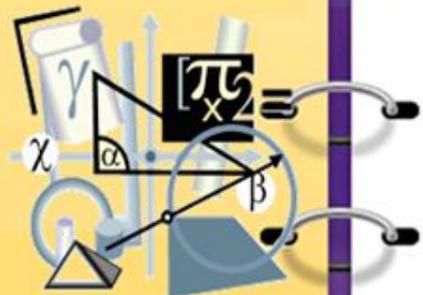
1. В тесте к каждому вопросу даны 5 вариантов ответа. Маша отвечает на все вопросы правильно. Когда Вове удаётся списать, он тоже отвечает правильно, а среди несписанных ответов он правильно отвечает на  $\frac{1}{5}$  часть. За год Вова правильно ответил на половину вопросов. Какую долю ответов ему удалось списать?

1. Сумма чисел, обратных к 2, 3 и 6, равна единице:  $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = 1$ . А можете ли вы найти девять различных натуральных чисел, сумма обратных к которым тоже равна единице.

1. Петя тратит  $\frac{1}{3}$  своего времени на игру в футбол,  $\frac{1}{5}$  – на учёбу в школе,  $\frac{1}{6}$  – на просмотр кинофильмов,  $\frac{1}{70}$  – на решение олимпиадных задач и  $\frac{1}{3}$  – на сон. Можно ли так жить?



# Играем в математику



1. Докажите, что  $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{98} - \frac{1}{99} + \frac{1}{100} > \frac{1}{5}$ .

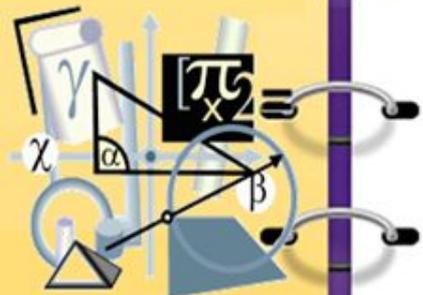
**Решение:** Вычислим  $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$ ;  $\frac{1}{4} - \frac{1}{5} = \frac{1}{20}$ ;  $\frac{1}{6} + \frac{1}{20} = \frac{13}{60} > \frac{12}{60} = \frac{1}{5}$ ; сумма остальных дробей в левой части неравенства положительна, значит, значение левой части больше, чем  $\frac{1}{5}$ .

1. Купец, умирая, оставил жену в ожидании ребёнка и сделал такое завещание: если родится сын, отдать две трети наследства ему и одну треть матери, а если дочь – то одну треть имущества ей и две трети матери. Вдова завещателя родила близнецов: мальчика и девочку. Как разделить наследство, чтобы выполнить условие завещания?

**Ответ:** Сыну -  $\frac{4}{7}$ , вдове -  $\frac{2}{7}$ , дочери -  $\frac{1}{7}$ . **Решение:** Сыну завещано в два раза больше, чем матери, а жене в два раза больше, чем дочери. Значит, наследство нужно разделить в отношении 4 : 2 : 1.



# Играем в математику



1. Расставьте скобки и знаки арифметических действий так, чтобы получилось верное равенство:  $\frac{1}{2} \frac{1}{6} \frac{1}{6042} = 2014$ .

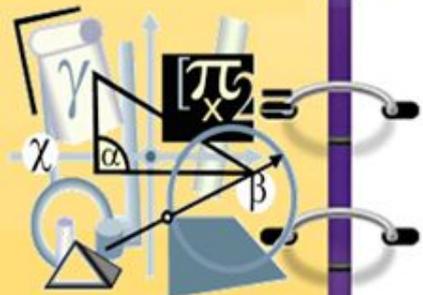
*Ответ:*  $(\frac{1}{2} - \frac{1}{6}) : \frac{1}{6042} = 2014$ .

2. Расставьте скобки и знаки арифметических действий так, чтобы получилось верное равенство:  $\frac{1}{2} \frac{1}{6} \frac{1}{6054} = 2018$ .

*Ответ:*  $(\frac{1}{2} - \frac{1}{6}) : \frac{1}{6054} = 2018$ .



# Играем в математику



1. В папирусе Ринда (Древней Египет) среди прочих сведений содержатся разложения дробей в сумму дробей с числителем 1, например,

$$\frac{2}{73} = \frac{1}{60} + \frac{1}{219} + \frac{1}{292} + \frac{1}{x}.$$

Один из знаменателей здесь заменён буквой  $x$ . Найдите этот знаменатель.

**Ответ :** 365. **Решение:** Сначала найдём  $\frac{1}{x}$  из уравнения

$$\frac{2}{73} = \frac{1}{60} + \frac{1}{219} + \frac{1}{292} + \frac{1}{x},$$

$$\frac{2}{73} - \frac{1}{219} - \frac{1}{292} - \frac{1}{60} = \frac{1}{x},$$

$$\frac{2}{73} - \frac{1}{73 \times 3} - \frac{1}{73 \times 4} - \frac{1}{60} = \frac{1}{x},$$

$$\frac{17}{73 \times 3 \times 4} - \frac{1}{5 \times 3 \times 4} = \frac{1}{x},$$

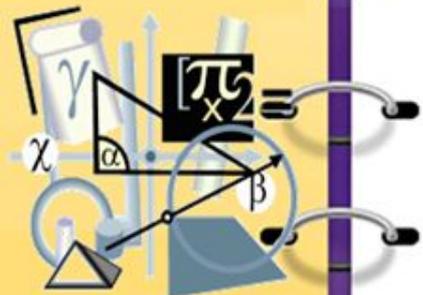
$$\frac{17 \times 5 - 73}{73 \times 3 \times 4 \times 5} = \frac{1}{x},$$

$$\frac{1}{73 \times 5} = \frac{1}{x}.$$

Получим  $\frac{1}{x} = \frac{1}{365}$ , значит,  $x = 365$ .



# Играем в математику



1. Чтобы узнать в каком году средней школе №72 г.Рязани

исполнилось 15 лет нужно сумму аликвотных дробей

$1/(1*2)+1/(2*3)+1/(3*4)+\dots+1/(2013*2014)$  умножить на год проведения зимних олимпийских игр в городе Сочи.

**Решение :**

$$1/(1*2)+1/(2*3)+1/(3*4)+\dots+1/(2013*2014)=2013/2014$$

$$2013/2014 * 2014 = 2013$$

**Ответ :** свой 15 день рождения школа № 72 отметила в 2013 году.

## Задача №10.1

Чтобы узнать в каком году «Школе № 72с углубленным изучением

отдельных учебных предметов» г.Рязани исполнилось 20 лет нужно сумму аликвотных дробей

$1/(1*2)+1/(2*3)+1/(3*4)+\dots+1/(2013*2014)$  умножить на год проведения зимних олимпийских игр в городе Сочи и прибавить 5.

**Решение :**

$$1/(1*2)+1/(2*3)+1/(3*4)+\dots+1/(2013*2014)=2013/2014$$

$$2013/2014 * 2014 = 2013, 2013 + 5 = 2018.$$

**Ответ :** свой 20 день рождения «Школа № 72с углубленным изучением отдельных учебных предметов» отметила в 2018 году.

2. Чтобы узнать , сколько золотых медалей выиграла Россия на

зимней олимпиаде в городе Сочи, нужно сумму аликвотных дробей

$1/(1*2)+1/(2*3)+1/(3*4)+\dots+1/(2013*2014)$  умножить на год проведения зимних олимпийских игр в городе Сочи и вычесть 2000.

**Решение :**

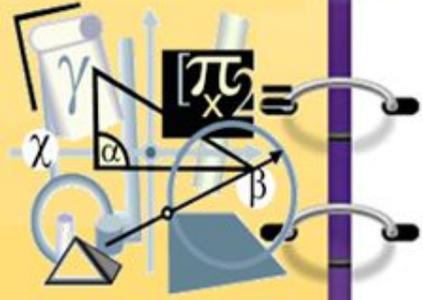
$$1/(1*2)+1/(2*3)+1/(3*4)+\dots+1/(2013*2014)=2013/2014$$

$$2013/2014 * 2014 = 2013$$

$$2013 - 2000 = 13.$$



# Играем в математику



1. . Из учебника 5 класса Л.Г.Петерсон.

Персидский крестьянин завещал трём своим сыновьям 17 верблюдов, причём первый должен был получить  $\frac{1}{2}$  часть всех верблюдов, второй –  $\frac{1}{3}$ , а третий –  $\frac{1}{9}$  часть. Крепко задумались братья: хоть и хорошо они знали дроби, но разделить наследство по завещанию отца так и не смогли. Помочь им вызвался находчивый Ходжа Насреддин. Он привёл своего верблюда и быстро разделил наследство так, что пожелание отца было выполнено и все остались довольны. Как он смог это сделать? В чём ошибся старый крестьянин?

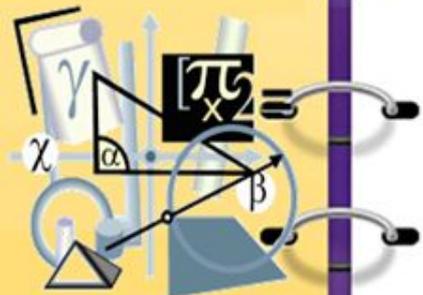


СТАРИННАЯ  
ВОСТОЧНАЯ ПРИТЧА

19 верблюдов:  
старший – половину,  
средний – четверть,  
младший – пятую часть?



# Играем в математику



## Представление аликвотной дроби в виде разности

$$\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$$

Примеры:

$$\frac{1}{30} = \frac{1}{5 \cdot 6} = \frac{1}{5} - \frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{56} = \frac{1}{7 \cdot 8} = \frac{1}{7} - \frac{1}{8}$$



# Играем в математику



## Решение олимпиадных задач

1. Найдите сумму:  $\frac{1}{15} + \frac{1}{14 \cdot 15} + \frac{1}{13 \cdot 14} + \frac{1}{12 \cdot 13} + \frac{1}{11 \cdot 12}$ .

*Решение:* Для решения воспользуемся формулой (2)

$$\frac{1}{14 \cdot 15} = \frac{1}{14} - \frac{1}{15},$$

$$\frac{1}{13 \cdot 14} = \frac{1}{13} - \frac{1}{14},$$

и т. д.

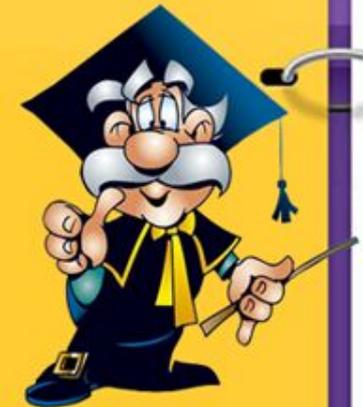
$$\text{т. е. получим } \frac{1}{15} + \frac{1}{14} - \frac{1}{15} + \frac{1}{13} - \frac{1}{14} + \frac{1}{12} - \frac{1}{13} + \frac{1}{11} - \frac{1}{12} = \frac{1}{11}.$$

2. Найти сумму:  $\frac{1}{17} + \frac{2}{15 \cdot 17} + \frac{2}{13 \cdot 15} + \frac{2}{11 \cdot 13} + \frac{2}{9 \cdot 11} + \frac{2}{7 \cdot 9} + \frac{2}{5 \cdot 7} + \frac{2}{3 \cdot 5}$ .

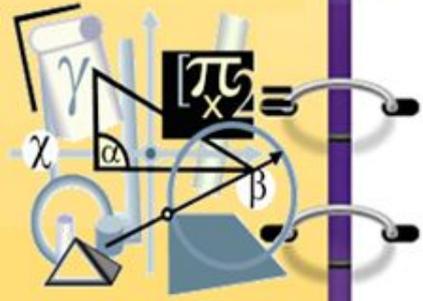
*Решение:* Для решения воспользуемся решением предыдущей задачи.

$$\frac{2}{15 \cdot 17} = \frac{1}{15} - \frac{1}{17}, \text{ и т. д.}$$

Рассуждая аналогично решению предыдущей задачи, получаем ответ  $\frac{1}{3}$ .



# Играем в математику



## Алиquotные дроби при подготовке к ЕГЭ

**Задача 1** Четыре натуральных числа  $a, b, c$  и  $d$  таковы, что

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} = 1$$

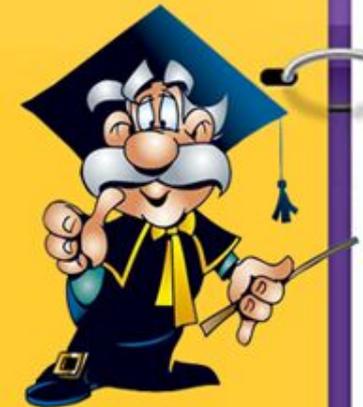
- а) Могут ли все числа быть попарно различными?  
б) Может ли одно из этих чисел равняться девяти?  
в) Может ли одно из этих чисел равняться семи?

Решение:

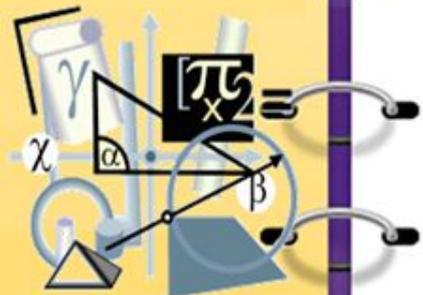
а) Да, например,      б) Да, например      в) Да, например

$$1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12}; \quad 1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{18}; \quad 1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{7} + \frac{1}{42}$$

Ответы на все вопросы мы нашли с помощью разложения 1 на сумму алиquotных дробей.



# Играем в математику



- «Если вы удачно выберете труд и вложите в него всю свою душу, то счастье вас отыщет»

*К. Д. Ушинский*

- Жизнь украшается двумя вещами – занятием математикой и её преподаванием.

*В. Пуассон*



# Играем в математику



## Софизмы

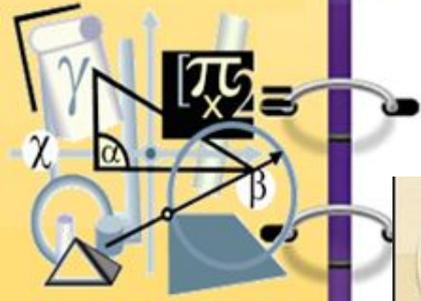


Софизм- формально кажущееся правильным, но по существу ложное умозаключение, основанное на неправильном подборе исходных положений (словарь Ожегова)

Одним из наиболее известных софизмов является следующий: «То, что ты не терял, ты имеешь; ты не терял рогов, следовательно, ты их имеешь.»



# Играем в математику



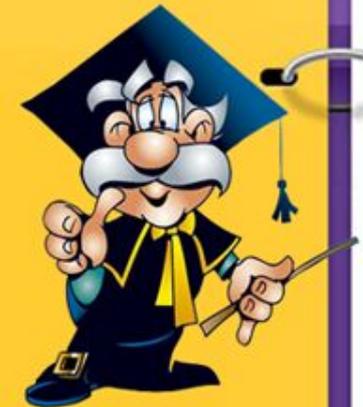
## Математические софизмы



Софизм- формально кажущееся правильным, но по существу ложное умозаключение, основанное на неправильном подборе исходных положений (словарь Ожегова)

Математический софизм – удивительное утверждение, в доказательстве которого кроются незаметные, а подчас и довольно тонкие ошибки.

Особенно часто в **софизмах** выполняют "запрещенные" действия или не учитываются условия применимости теорем, формул и правил.



# Играем в математику



$$1+1=3$$

$$4 - 10 = 9 - 15 \quad | + 6 \frac{1}{4}$$

$$4 - 10 + 6 \frac{1}{4} = 9 - 15 + 6 \frac{1}{4}$$

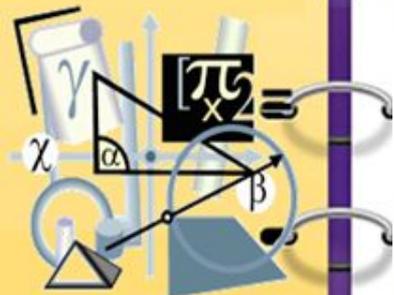
$$2^2 - 2*2 * 5/2 + (5/2)^2 = 3^2 - 2* 3* 5/2 + (5/2)^2$$

$$(2 - 5/2)^2 = (3 - 5/2)^2$$

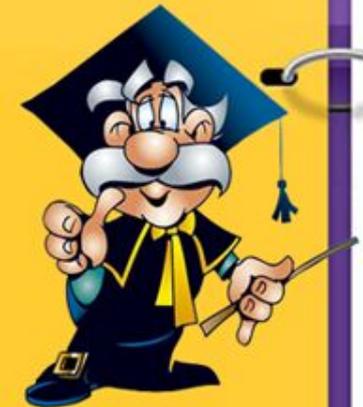
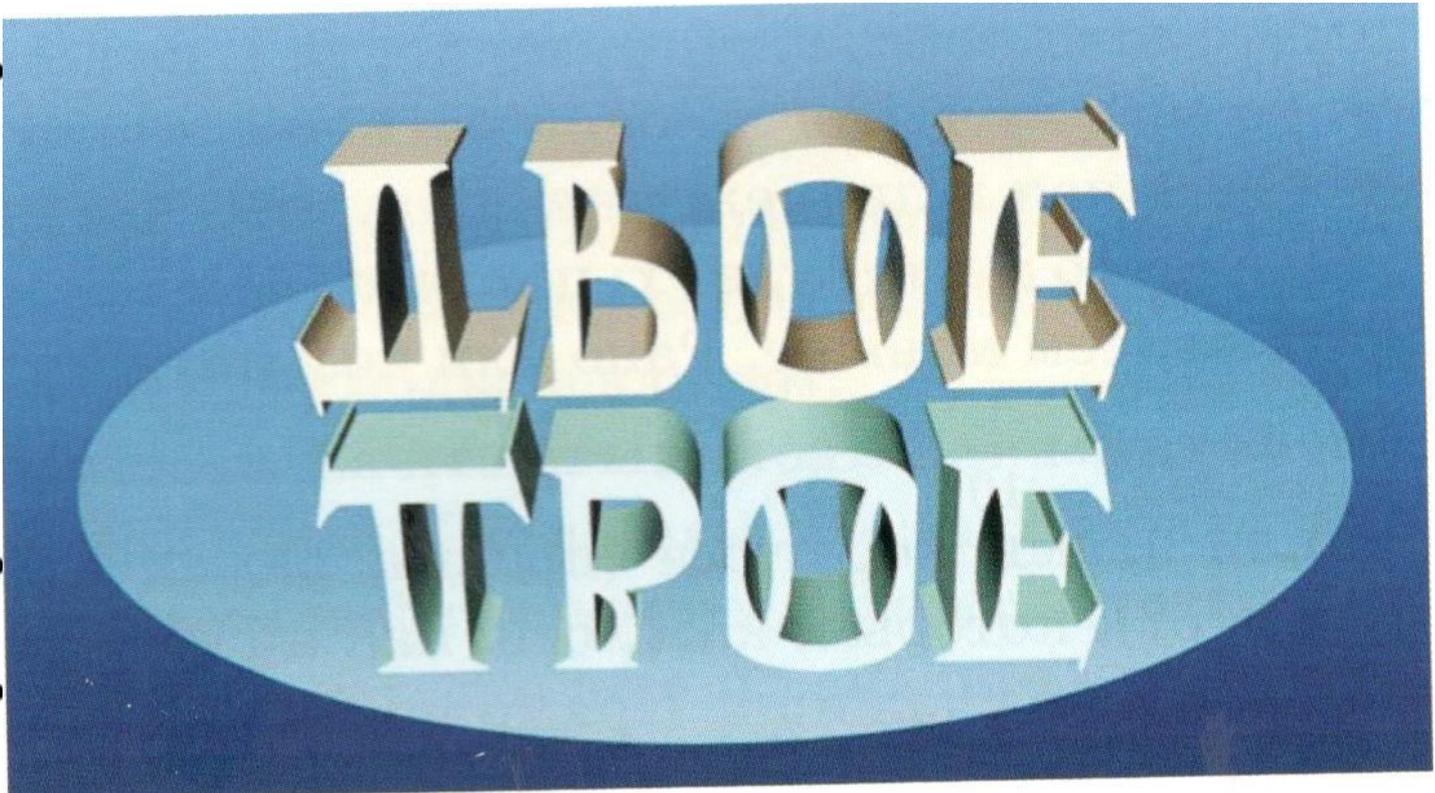
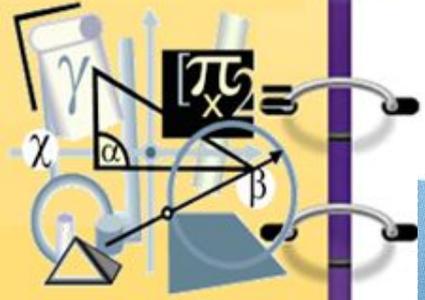
Значит,  $2 - 5/2 = 3 - 5/2 \quad | + 5/2$

$$2 - 5/2 + 5/2 = 3 - 5/2 + 5/2$$

$$2 = 3 \quad 1 + 1 = 3, \quad \text{ч.т.д.}$$



# Играем в математику



# Играем в математику

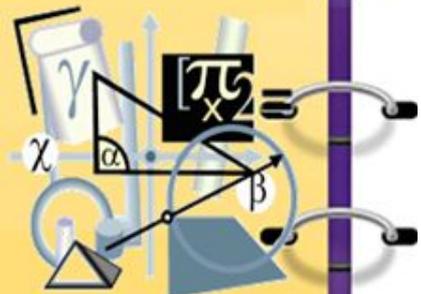
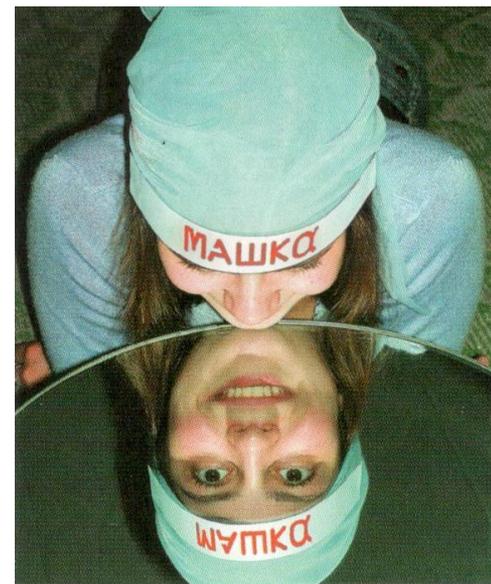


## НА ДВОРЕ ТРОВА

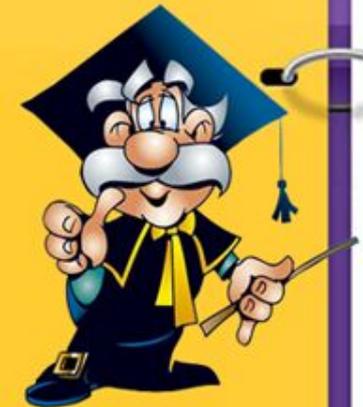
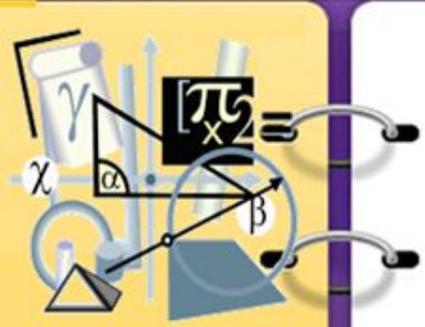
Если ты приставишь к этой надписи сверху зеркало, то увидишь в отражении не то же самое! Зеркало, шутя, допишет продолжение скороговорки, и вот, что у него получится.

## НА ТРОВЕ ДРОВА

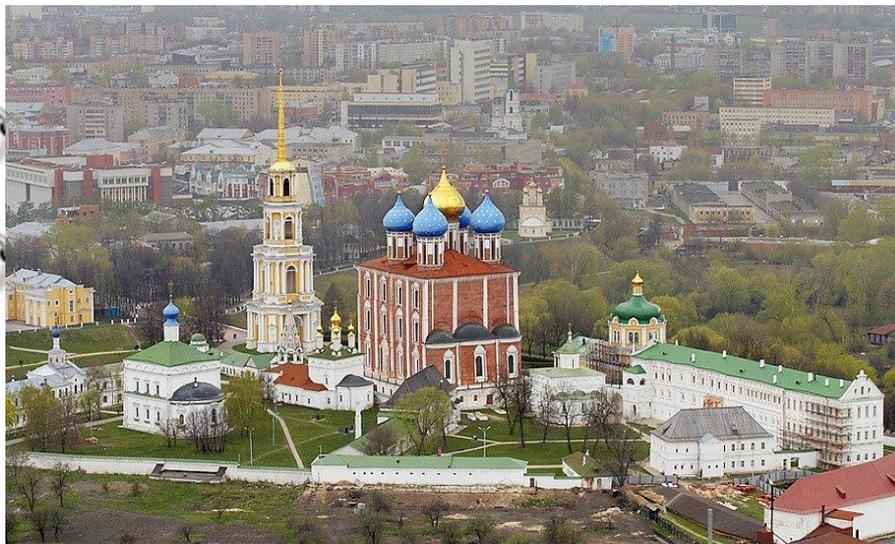
$$V + VI = XIIIX = IV + V$$



# Играем в математику



# Играем в математику



В математику играла  
Терентьева А.А.

г.Рязань

МБОУ «Школа № 72 с  
углубленным изучением  
отдельных учебных  
предметов»

<http://vita72.ucoz.ru/>

