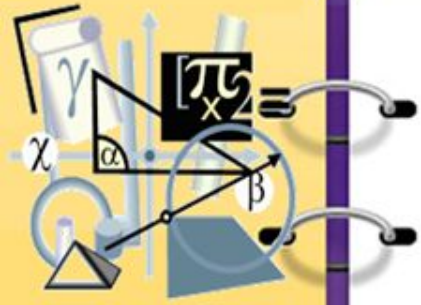


Играем в математику



Новая идея появляется в результате сравнения двух вещей, которые ещё не сравнивали.

К.А. Гельвеций.

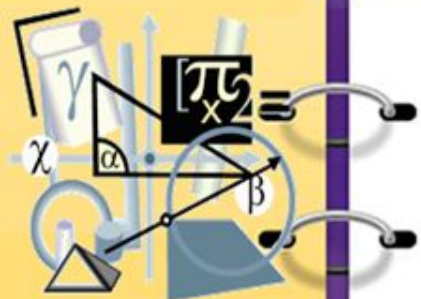
Пусть не корят меня, что я не сказал ничего нового: ново уже само расположение материала...

Б. Паскаль.





Играем в математику



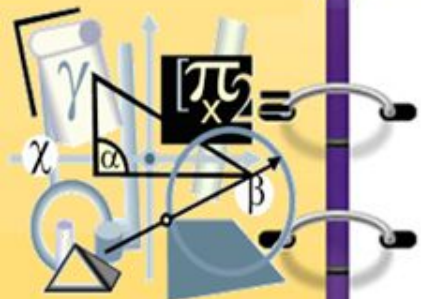
1. В тесте к каждому вопросу даны 5 вариантов ответа. Маша отвечает на все вопросы правильно. Когда Вове удаётся списать, он тоже отвечает правильно, а среди несписанных ответов он правильно отвечает на $\frac{1}{5}$ часть. За год Вова правильно ответил на половину вопросов. Какую долю ответов ему удалось списать?

1. Сумма чисел, обратных к 2, 3 и 6, равна единице: $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = 1$. А можете ли вы найти девять различных натуральных чисел, сумма обратных к которым тоже равна единице.

1. Петя тратит $\frac{1}{3}$ своего времени на игру в футбол, $\frac{1}{5}$ – на учёбу в школе, $\frac{1}{6}$ – на просмотр кинофильмов, $\frac{1}{70}$ – на решение олимпиадных задач и $\frac{1}{3}$ – на сон. Можно ли так жить?



Играем в математику



1. Докажите, что $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{98} - \frac{1}{99} + \frac{1}{100} > \frac{1}{5}$.

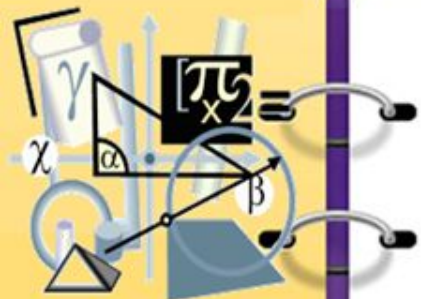
Решение: Вычислим $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$; $\frac{1}{4} - \frac{1}{5} = \frac{1}{20}$; $\frac{1}{6} + \frac{1}{20} = \frac{13}{60} > \frac{12}{60} = \frac{1}{5}$; сумма остальных дробей в левой части неравенства положительна, значит, значение левой части больше, чем $\frac{1}{5}$.

1. Купец, умирая, оставил жену в ожидании ребёнка и сделал такое завещание: если родится сын, отдать две трети наследства ему и одну треть матери, а если дочь – то одну треть имущества ей и две трети матери. Вдова завещателя родила близнецов: мальчика и девочку. Как разделить наследство, чтобы выполнить условие завещания?

Ответ: Сыну - $\frac{4}{7}$, вдове - $\frac{2}{7}$, дочери - $\frac{1}{7}$. **Решение:** Сыну завещано в два раза больше, чем матери, а жене в два раза больше, чем дочери. Значит, наследство нужно разделить в отношении 4 : 2 : 1.



Играем в математику



1. Расставьте скобки и знаки арифметических действий так, чтобы получилось верное равенство: $\frac{1}{2} \frac{1}{6} \frac{1}{6042} = 2014$.

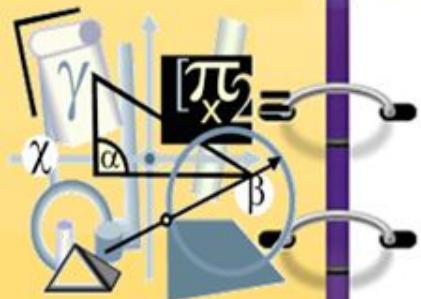
Ответ: $(\frac{1}{2} - \frac{1}{6}) : \frac{1}{6042} = 2014$.

2. Расставьте скобки и знаки арифметических действий так, чтобы получилось верное равенство: $\frac{1}{2} \frac{1}{6} \frac{1}{6054} = 2018$.

Ответ: $(\frac{1}{2} - \frac{1}{6}) : \frac{1}{6054} = 2018$.



Играем в математику



1. В папирусе Ринда (Древней Египет) среди прочих сведений содержатся разложения дробей в сумму дробей с числителем 1, например,

$$\frac{2}{73} = \frac{1}{60} + \frac{1}{219} + \frac{1}{292} + \frac{1}{x}.$$

Один из знаменателей здесь заменён буквой x . Найдите этот знаменатель.

Ответ : 365. **Решение:** Сначала найдём $\frac{1}{x}$ из уравнения

$$\frac{2}{73} = \frac{1}{60} + \frac{1}{219} + \frac{1}{292} + \frac{1}{x},$$

$$\frac{2}{73} - \frac{1}{219} - \frac{1}{292} - \frac{1}{60} = \frac{1}{x},$$

$$\frac{2}{73} - \frac{1}{73 \times 3} - \frac{1}{73 \times 4} - \frac{1}{60} = \frac{1}{x},$$

$$\frac{17}{73 \times 3 \times 4} - \frac{1}{5 \times 3 \times 4} = \frac{1}{x},$$

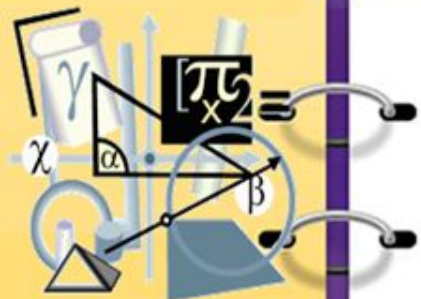
$$\frac{17 \times 5 - 73}{73 \times 3 \times 4 \times 5} = \frac{1}{x},$$

$$\frac{1}{73 \times 5} = \frac{1}{x}.$$

Получим $\frac{1}{x} = \frac{1}{365}$, значит, $x = 365$.



Играем в математику



1. Чтобы узнать в каком году средней школе №72 г.Рязани

исполнилось 15 лет нужно сумму аликвотных дробей

$1/(1*2)+1/(2*3)+1/(3*4)+\dots+1/(2013*2014)$ умножить на год проведения зимних олимпийских игр в городе Сочи.

Решение :

$$1/(1*2)+1/(2*3)+1/(3*4)+\dots+1/(2013*2014)=2013/2014$$

$$2013/2014 * 2014 = 2013$$

Ответ : свой 15 день рождения школа № 72 отметила в 2013 году.

Задача №10.1

Чтобы узнать в каком году «Школе № 72с углубленным изучением отдельных учебных предметов» г.Рязани исполнилось 20 лет нужно сумму аликвотных дробей

$1/(1*2)+1/(2*3)+1/(3*4)+\dots+1/(2013*2014)$ умножить на год проведения зимних олимпийских игр в городе Сочи и прибавить 5.

Решение :

$$1/(1*2)+1/(2*3)+1/(3*4)+\dots+1/(2013*2014)=2013/2014$$

$$2013/2014 * 2014 = 2013, 2013 + 5 = 2018.$$

Ответ : свой 20 день рождения «Школа № 72с углубленным изучением отдельных учебных предметов» отметила в 2018 году.

2. Чтобы узнать , сколько золотых медалей выиграла Россия на

зимней олимпиаде в городе Сочи, нужно сумму аликвотных дробей

$1/(1*2)+1/(2*3)+1/(3*4)+\dots+1/(2013*2014)$ умножить на год проведения зимних олимпийских игр в городе Сочи и вычесть 2000.

Решение :

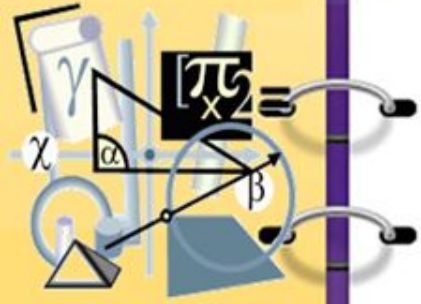
$$1/(1*2)+1/(2*3)+1/(3*4)+\dots+1/(2013*2014)=2013/2014$$

$$2013/2014 * 2014 = 2013$$

$$2013 - 2000 = 13.$$



Играем в математику



1. . Из учебника 5 класса Л.Г.Петерсон.

Персидский крестьянин завещал трём своим сыновьям 17 верблюдов, причём первый должен был получить $\frac{1}{2}$ часть всех верблюдов, второй – $\frac{1}{3}$, а третий – $\frac{1}{9}$ часть. Крепко задумались братья: хоть и хорошо они знали дроби, но разделить наследство по завещанию отца так и не смогли. Помочь им вызвался находчивый Ходжа Насреддин. Он привёл своего верблюда и быстро разделил наследство так, что пожелание отца было выполнено и все остались довольны. Как он смог это сделать? В чём ошибся старый крестьянин?



СТАРИННАЯ
ВОСТОЧНАЯ ПРИТЧА

19 верблюдов:
старший – половину,
средний – четверть,
младший – пятую часть?



Играем в математику



Представление аликвотной дроби в виде разности

$$\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$$

Примеры:

$$\frac{1}{30} = \frac{1}{5 \cdot 6} = \frac{1}{5} - \frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{56} = \frac{1}{7 \cdot 8} = \frac{1}{7} - \frac{1}{8}$$



Играем в математику



Решение олимпиадных задач

1. Найдите сумму: $\frac{1}{15} + \frac{1}{14 \cdot 15} + \frac{1}{13 \cdot 14} + \frac{1}{12 \cdot 13} + \frac{1}{11 \cdot 12}$.

Решение: Для решения воспользуемся формулой (2)

$$\frac{1}{14 \cdot 15} = \frac{1}{14} - \frac{1}{15},$$

$$\frac{1}{13 \cdot 14} = \frac{1}{13} - \frac{1}{14},$$

и т. д.

т. е. получим $\frac{1}{15} + \frac{1}{14} - \frac{1}{15} + \frac{1}{13} - \frac{1}{14} + \frac{1}{12} - \frac{1}{13} + \frac{1}{11} - \frac{1}{12} = \frac{1}{11}$.

2. Найти сумму: $\frac{1}{17} + \frac{2}{15 \cdot 17} + \frac{2}{13 \cdot 15} + \frac{2}{11 \cdot 13} + \frac{2}{9 \cdot 11} + \frac{2}{7 \cdot 9} + \frac{2}{5 \cdot 7} + \frac{2}{3 \cdot 5}$.

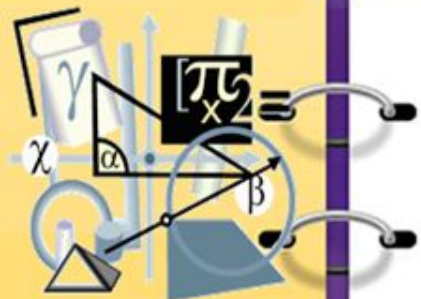
Решение: Для решения воспользуемся решением предыдущей задачи.

$$\frac{2}{15 \cdot 17} = \frac{1}{15} - \frac{1}{17}, \text{ и т. д.}$$

Рассуждая аналогично решению предыдущей задачи, получаем ответ $\frac{1}{3}$.



Играем в математику



Алиquotные дроби при подготовке к ЕГЭ

Задача 1 Четыре натуральных числа a, b, c и d таковы, что

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} = 1$$

- а) Могут ли все числа быть попарно различными?
б) Может ли одно из этих чисел равняться девяти?
в) Может ли одно из этих чисел равняться семи?

Решение:

а) Да, например,

б) Да, например

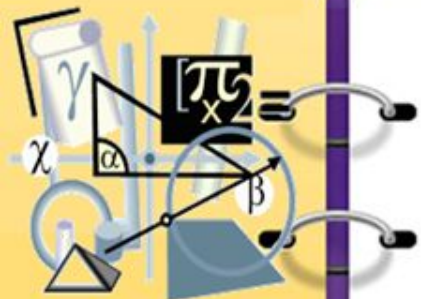
в) Да, например

$$1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12}; \quad 1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{18}; \quad 1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{7} + \frac{1}{42}$$

Ответы на все вопросы мы нашли с помощью разложения 1 на сумму алиquotных дробей.



Играем в математику



- «Если вы удачно выберете труд и вложите в него всю свою душу, то счастье вас отыщет»

К. Д. Ушинский

- Жизнь украшается двумя вещами – занятием математикой и её преподаванием.

В. Пуассон



Играем в математику



Софизмы



Софизм- формально кажущееся правильным, но по существу ложное умозаключение, основанное на неправильном подборе исходных положений (словарь Ожегова)

Одним из наиболее известных софизмов является следующий: «То, что ты не терял, ты имеешь; ты не терял рогов, следовательно, ты их имеешь.»



Играем в математику



Математические софизмы



Софизм- формально кажущееся правильным, но по существу ложное умозаключение, основанное на неправильном подборе исходных положений (словарь Ожегова)

Математический софизм – удивительное утверждение, в доказательстве которого кроются незаметные, а подчас и довольно тонкие ошибки.

Особенно часто в **софизмах** выполняют "запрещенные" действия или не учитываются условия применимости теорем, формул и правил.



Играем в математику



$$1+1=3$$

$$4 - 10 = 9 - 15 \quad | + 6 \frac{1}{4}$$

$$4 - 10 + 6 \frac{1}{4} = 9 - 15 + 6 \frac{1}{4}$$

$$2^2 - 2*2 * 5/2 + (5/2)^2 = 3^2 - 2* 3* 5/2 + (5/2)^2$$

$$(2 - 5/2)^2 = (3 - 5/2)^2$$

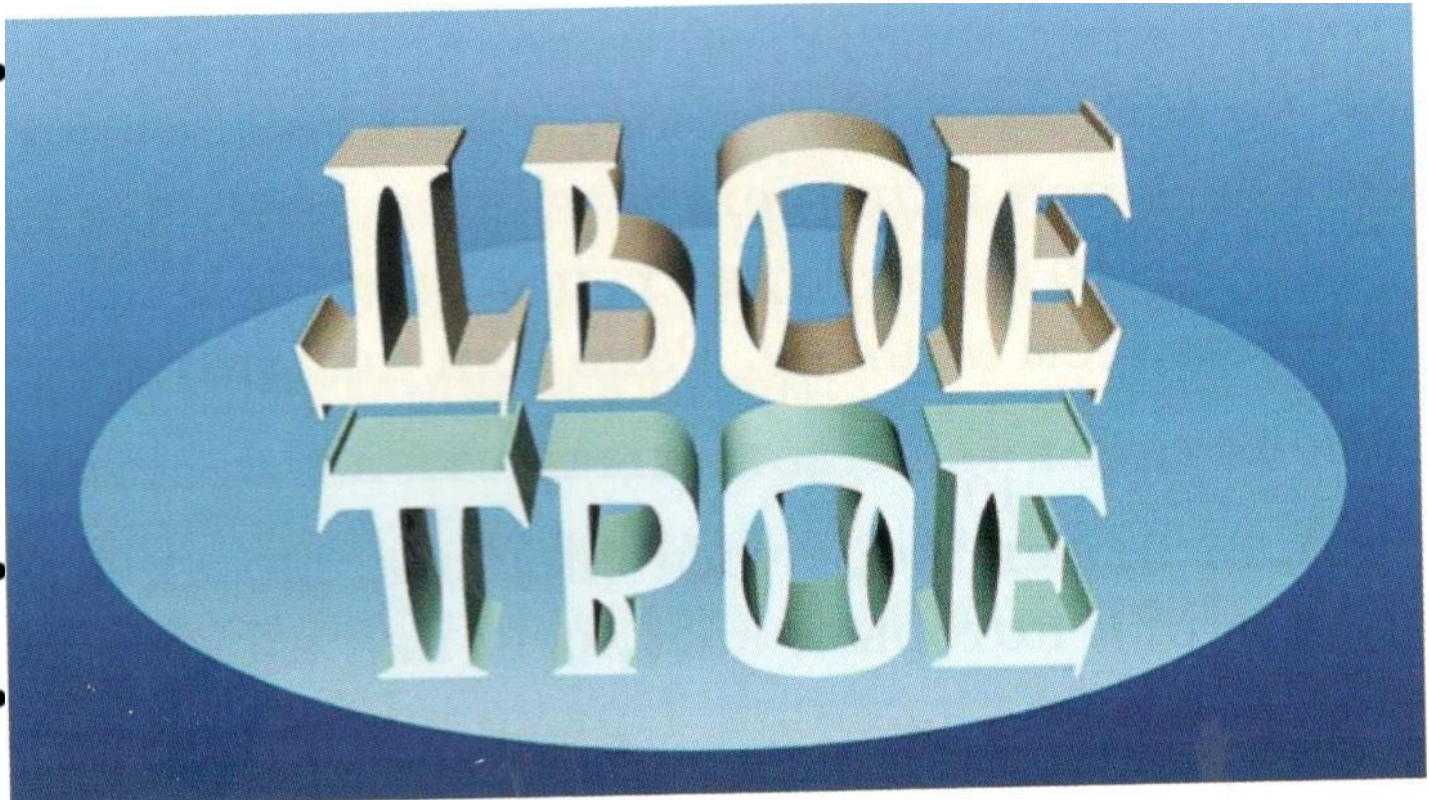
Значит, $2 - 5/2 = 3 - 5/2 \quad | + 5/2$

$$2 - 5/2 + 5/2 = 3 - 5/2 + 5/2$$

$$2 = 3 \quad 1 + 1 = 3, \quad \text{ч.т.д.}$$



Играем в математику



Играем в математику

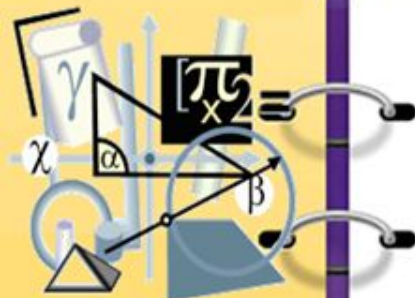
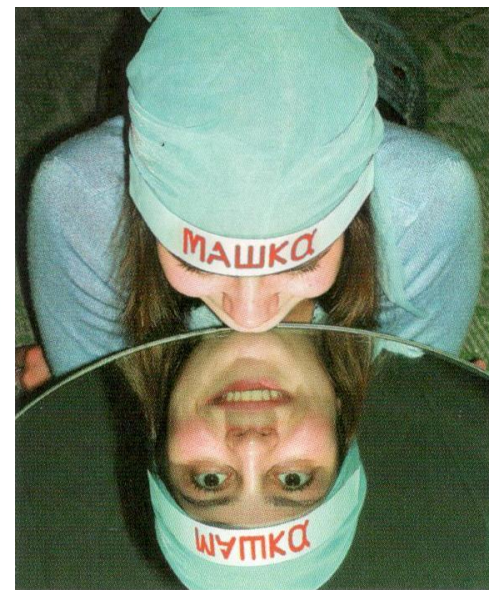


НА ДВОРЕ ТРОВА

Если ты приставишь к этой надписи сверху зеркало, то увидишь в отражении не то же самое! Зеркало, шутя, допишет продолжение скороговорки, и вот, что у него получится.

НА ТРОВЕ ДРОВА

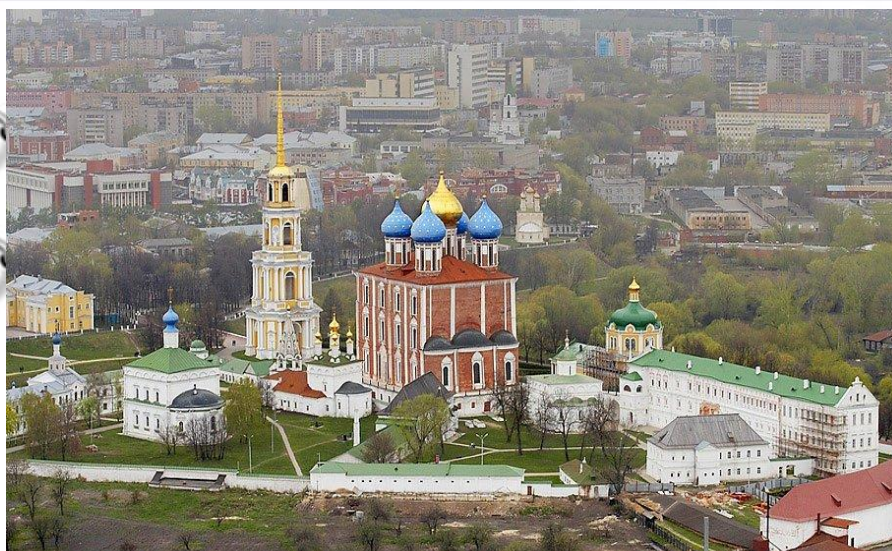
$$V + VI = XIIIX = IV + V$$



Играем в математику



Играем в математику



В математику играла
Терентьева А.А.

г.Рязань

МБОУ «Школа № 72 с
углубленным изучением
отдельных учебных
предметов»

<http://vita72.ucoz.ru/>

