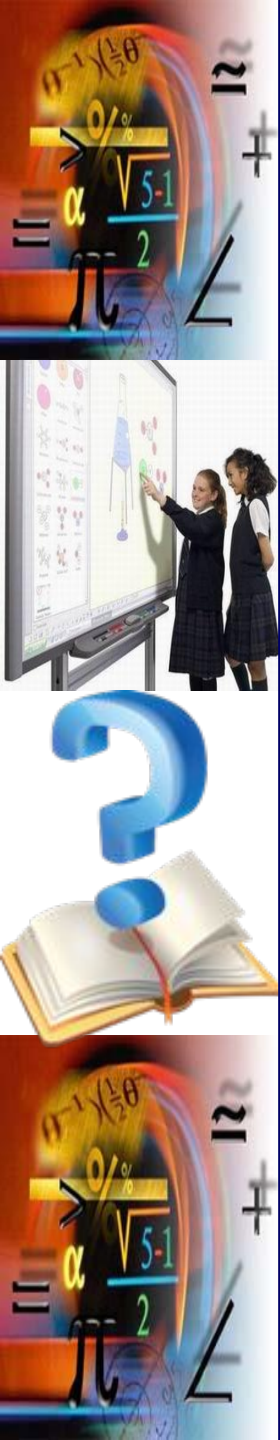


МОУ «СОШ № 34 с углубленным изучением
художественно-эстетических предметов»

Н.И. Хренникова,
учитель математики

Решение физических задач ЕГЭ по математике.

Саратов
2014


Задания с наибольшим количеством аналогов

Задание B12 (№ 28643) Прототип: [28009]

Два тела массой $m = 3$ кг каждое движутся с одинаковой скоростью $v = 12$ м/с под углом 2α друг к другу. Энергия (в джоулях), выделяющаяся при их абсолютно неупругом соударении определяется выражением $Q = mv^2 \sin^2 \alpha$. Под каким наименьшим углом 2α (в градусах) должны двигаться тела, чтобы в результате соударения выделилось не менее 108 джоулей?

Задание B12 (№ 28613) Прототип: [28006]

Трактор тащит сани с силой $F = 40$ кН, направленной под острым углом α к горизонту. Работа трактора (в килоджоулях) на участке длиной $S = 140$ м вычисляется по формуле $A = FS\cos\alpha$. При каком максимальном угле α (в градусах) совершенная работа будет не менее 2800 кДж?

Задание B12 (№ 28053) Прототип: [27956]

Зависимость объема спроса q (единиц в месяц) на продукцию предприятия-монополиста от цены p (тыс. руб.) задается формулой $q = 130 - 10p$. Выручка предприятия за месяц r (в тыс. руб.) вычисляется по формуле $r(p) = q \cdot p$. Определите наибольшую цену p, при которой месячная выручка $r(p)$ составит не менее 360 тыс. руб. Ответ приведите в тыс. руб.

Задания с наименьшим количеством аналогов

Задание B12 (№ 41991)

Прототип: 27973

Сила тока в цепи I (в амперах) определяется напряжением в цепи и сопротивлением электроприбора по закону Ома: $I = \frac{U}{R}$, где U — напряжение в вольтах, R — сопротивление электроприбора в омах. В электросеть включен предохранитель, который плавится, если сила тока превышает 1 А. Определите, какое минимальное сопротивление должно быть у электроприбора, подключаемого к розетке в 220 вольт, чтобы сеть продолжала работать. Ответ выразите в омах.

Задание B12 (№ 28083)

Прототип: 27959

В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплен кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нем, выраженная в метрах, меняется по закону $H(t) = H_0 - \sqrt{2gH_0}kt + \frac{g}{2}k^2t^2$, где t — время в секундах, прошедшее с момента открытия крана, $H_0 = 20$ м — начальная высота столба воды, $k = \frac{1}{400}$ — отношение площадей поперечных сечений крана и бака, а g — ускорение свободного падения (считайте $g = 10$ м/с). Через сколько секунд после открытия крана в баке останется четверть первоначального объема воды?

Задание B12 (№ 28393)

Прототип: 27987

Скорость автомобиля, разгоняющегося с места старта по прямолинейному отрезку пути длиной l км с постоянным ускорением a км/ч^2, вычисляется по формуле $v^2 = 2la$. Определите, с какой наименьшей скоростью будет двигаться автомобиль на расстоянии 0,4 километра от старта, если по конструктивным особенностям автомобиля приобретаемое им ускорение не меньше 12500 км/ч^2. Ответ выразите в км/ч.

Шаги решения B12

Решение задач B12 условно можно разделить на несколько шагов:

а) анализ условия и вычленение формулы, описывающей заданную ситуацию, а также значений параметров, констант или начальных условий, которые необходимо подставить в эту формулу;

б) математическая интерпретация задачи — сведение её к уравнению или неравенству и его решение;

в) анализ полученного решения.

Задания B12 отличаются от других тем, что очень высок процент тех, кто даже не приступал к решению.

Основные проблемы — трудности с арифметикой, логические ошибки, невнимательное чтение условия.

Задачи, решение которых сводятся к стандартным уравнениям и неравенствам

- ✔ линейному уравнению или неравенству
- ✔ степенному уравнению или неравенству
- ✔ показательному уравнению или неравенству
- ✔ логарифмическому уравнению и неравенству
- ✔ тригонометрическому уравнению или неравенству

Задание В12 (№ 28017)

При температуре $0^{o}C$ рельс имеет длину $l_{o} = 20$ *м*. При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина, выраженная в метрах, меняется по закону $l(t^{o}) = l_{0}(1+\alpha\cdot t^{o})$, **где** $\alpha = 1{,}2\cdot 10^{-5}(^{o}C)^{-1}$ – коэффициент теплового расширения, t^{o} - температура (в градусах Цельсия). При какой температуре рельс удлинится на 9 *мм*? Ответ выразите в градусах Цельсия.

Данные: $l_0 = 2 \cdot 10^4 мм;\ \alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} ({}^0C)^{-1}.$

Функция: $l(t^0) = l_0(1 + \alpha \cdot t^0)$

Найти: $t^0\ при\ l(t^0) = 20009 мм$

Получаем уравнение:

$$l(t^0) = 20000 + 2 \cdot 10^4 \cdot 1,2 \cdot 10^{-5} t^0$$

$$20009 = 0,24 \cdot t^0 + 20000$$

$$9 = 0,24 \cdot t^0$$

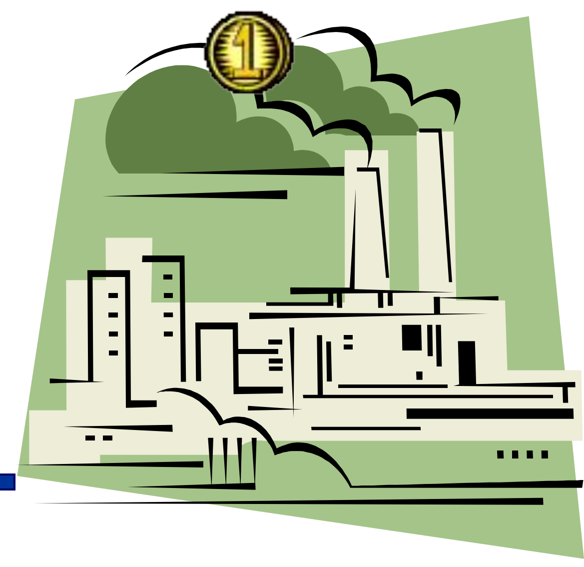
$$t^0 = \frac{9}{0,24} = \frac{900}{24} =$$

$$= \frac{75}{2} = 37,5^0 C$$

Ответ: 37,5.

Задание B12 (№ 28027)

Некоторая компания продает свою продукцию по цене ***p* = 600 руб.** за единицу, переменные затраты на производство одной единицы продукции составляют ***v* = 400 руб.,** постоянные расходы предприятия ***f* = 600000 руб.** в месяц. Месячная операционная прибыль (в рублях) вычисляется по формуле $\pi(q) = q(p - v) - f$. Определите наименьший месячный объём производства ***q*** (единиц продукции), при котором месячная операционная прибыль предприятия будет не меньше **500000 руб.**



Данные: $p = 600\, руб.,$

$v = 400\, руб.$

$f = 600000\, руб.$

Функция: $\pi(q) = q(p - v) - f$

Найти: $q_{наим.}\ при\ \pi(q) \geq 500000.$

Решаем неравенство:

$$200q - 600000 \geq 500000$$

$$200q \geq 1100000$$

$$q \geq 5500$$

$$q_{наим.} = 5500$$

Ответ: 5500.

Задание В12 (№ 28027)

Для обогрева помещения, температура в котором **$T_п$ = 20°С**, через радиатор пропускают горячую воду температурой Т= 60°С. Через радиатор проходит **m= 0,3 кг/с** воды. Проходя по радиатору расстояние x = 84 м, вода охлаждается до температуры Т(°С), причём $x = \alpha \frac{cm}{\gamma} \log_2 \frac{T_в - T_п}{T - T_п}$,

где ***c* = 4200** - теплоёмкость воды, ***γ*= 21** - коэффициент теплообмена,

а **α = 0,7** — постоянная. До какой температуры **(в** градусах Цельсия) охладится вода?

Данные: $T_п = 20°C$

$m = 0{,}3$ кг/с

$x = 84$ м

$\alpha = 0{,}7$

$c = 4200$

Функция: $x = \alpha \frac{cm}{\gamma} \log_2 \frac{T_в - T_п}{T - T_п}$

Найти: T-?°C

Получаем уравнение:

$$0{,}7 \cdot \frac{4200 \cdot 0{,}3}{21} \cdot \log_2 \frac{60-20}{T-20} = 84$$

$$\log_2 \frac{40}{T-20} = 2$$

$$T = 30°C.$$

Ответ: **30**

Задание B12 (№ 28027)

Находящийся в воде водолазный колокол, содержащий **$\nu = 4$** моля воздуха при давлении **$p_1 = 1{,}2$** атмосферы, медленно опускают на дно водоёма. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха. Работа (в джоулях), совершаемая водой при сжатии воздуха, определяется выражением

$$A = \alpha \nu T \log_2 \frac{p_2}{p_1},$$

где **$\alpha = 5{,}75$** — постоянная, **$T = 300$** К—температура воздуха, P_1 (атм) - начальное давление, а p_2 (атм) — конечное давление воздуха в колоколе. До какого наибольшего давления p_2 (в атм) можно сжать воздух в колоколе, если при сжатии воздуха совершается работа не более чем **20 700** Дж?

Данные:

α = 5,75

ν= 4

T = 300

p1 = 1,2

Функция: $A = \alpha \nu T \log_2 \frac{p_2}{p_1},$

Найти: p_2 , при $A \leqslant 20\,700$

Получаем неравенство:

$$A \leqslant 20\,700 \;\Leftrightarrow\; \alpha \nu T \log_2 \frac{p_2}{p_1} \leqslant 20\,700 \;\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow\; 5{,}75 \cdot 4 \cdot 300 \cdot \log_2 \frac{p_2}{1{,}2} \leqslant 20\,700 \;\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow\; \log_2 \frac{p_2}{1{,}2} \leqslant 3 \;\Leftrightarrow\; 0 < \frac{p_2}{1{,}2} \leqslant 8 \;\Leftrightarrow\; 0 < p_2 \leqslant 9{,}6.$$

Ответ: **9,6**

Задание B12 (№ 28006)

Трактор тащит сани с силой ***F* = 80 кН**, направленной **под острым углом *a*** к горизонту. Работа трактора, выраженная в килоджоулях, на участке длиной ***S* = 50 м** равна $A = FS\cos\alpha$.

При каком максимальном угле a (в градусах) совершённая работа будет **не менее 2000 кДж**?

Данные: $S = 50$

$F = 80$

Функция: $A = FS \cos \alpha$.

Найти: a (в градусах), при $A \geq 2000$

Получаем неравенство:

$80 \bullet 50 \bullet \cos \alpha \geq 2000$

$\cos \alpha \geq \frac{1}{2}$

$0° < \alpha \leq 60$

°

Ответ: **60**

Задание B12 (№ 27991)

В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону $m(t) = m_0 \cdot 2^{-t/T}$,

где m_0 — начальная масса изотопа, t — время, прошедшее от начала распада, T — период полураспада в минутах. В лаборатории получили вещество, содержащее $m_0 = 40$ мг изотопа азота-13, период полураспада которого **$T = 10$ мин**. В течение скольких минут масса изотопа азота-13 будет **не меньше 10 мг**?

Данные: $T = 10$ мин

$m_0 = 40$ мг

Функция: $m(t) = m_0 \cdot 2^{-t/T}$,

Найти: *t , если* $m(t) \geq 10$

Получаем неравенство:

$40 * 2^{-t/10} \geq 10$,

$2^{-t/10} \geq 2^{-2}$,

$t \leq 20$

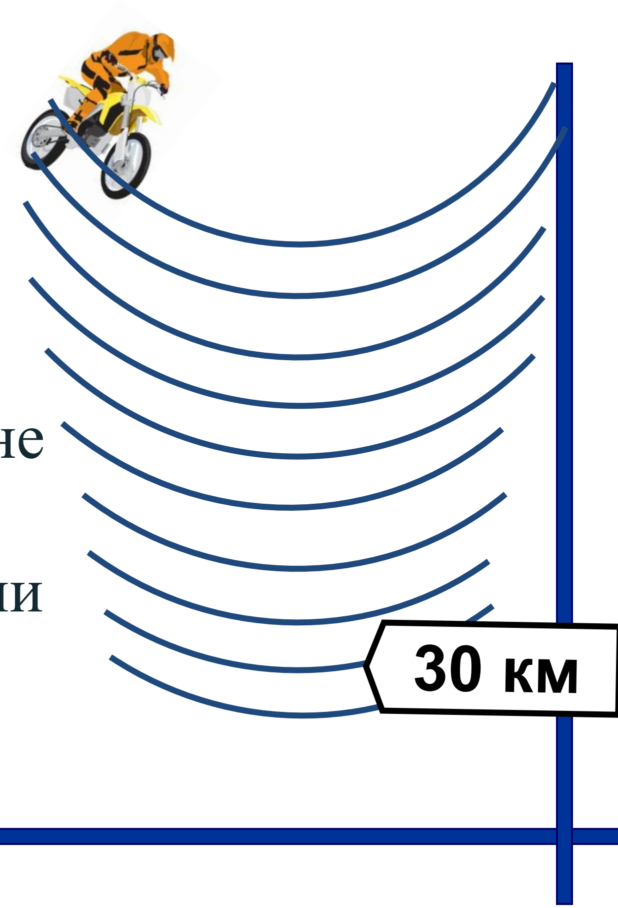
Ответ: 20

Задачи, решения которых сводятся к квадратным уравнениям и неравенствам.

Задание В12 (№ 28135)

Мотоциклист, движущийся по городу со скоростью $v_0 = 57$ *км/ч*, выезжает из него и сразу после выезда начинает разгоняться с постоянным ускорением $a = 12$ *км/ч*^{2}. Расстояние от мотоциклиста до города, измеряемое в километрах, определяется выражением $S = v_0 t + \dfrac{at^2}{2}$

Определите наибольшее время, в течение которого мотоциклист будет находиться в зоне функционирования сотовой связи, если оператор гарантирует покрытие на расстоянии **не далее чем в *30 км*** от города. Ответ выразите в минутах.



Данные: $v_0 = 57,$
$a = 12.$

Функция: $S = v_0 t + \frac{at^2}{2}$ $S = 57t + 6t^2$

Найти: $t_{наиб.} > 0 \ при \ S \leq 30.$

Решаем неравенство:

$$30 \geq 57t + 6t^2$$
$$6t^2 + 57t - 30 \leq 0, |:3$$
$$2t^2 + 19t - 10 \leq 0$$
$$-10 \leq t \leq 0{,}5$$

$$D = 19^2 + 4 \cdot 10 \cdot 2 =$$
$$= 361 + 80 = 441 = 21^2.$$
$$t_1 = -10, t_2 = 0{,}5$$

Ответ: 30.

Задание В12 (№ 28125)

Для сматывания кабеля на заводе используют лебёдку, которая равноускоренно наматывает кабель на катушку. Угол, на который поворачивается катушка, изменяется со временем по закону $\varphi = \omega t + \frac{\beta t^2}{2}$, где t — время в минутах, $\omega = 75^0/мин$ — начальная угловая скорость вращения катушки, а $\beta = 10^0/мин^2$ — угловое ускорение, с которым наматывается кабель. Рабочий должен проверить ход его намотки не позже того момента, когда угол намотки φ достигнет 2250^0. Определите время после начала работы лебёдки, не позже которого рабочий должен проверить её работу. Ответ выразите в минутах.

Лебёдка — механизм, тяговое усилие которого передается посредством каната, цепи, троса или иного гибкого элемента от приводного барабана.

Данные: $\omega = 75,$
$\beta = 10.$

Функция: $\varphi = \omega t + \dfrac{\beta t^2}{2}.$

Найти: $t_{наиб.} > 0 \ при \ \varphi \le 2250.$

Решаем неравенство:

$$5t^2 + 75t - 2250 \le 0$$

$$t^2 + 15t - 450 \le 0$$

$$-30 \le t \le 15$$

$$D = 15^2 + 4 \cdot 450 =$$
$$= 3^2 5^2 + 4 \cdot 9 \cdot 25 \cdot 2 =$$
$$= 3^2 5^2 (1 + 4 \cdot 2) =$$
$$= 3^2 5^2 3^2 = 45^2.$$

$t_1 = -30, t_2 = 15 - t_{наиб.}$
(*больший корень*)

Ответ: 15.

Задание B12 (№ 28165)

Деталью некоторого прибора является вращающаяся катушка. Она состоит из трёх однородных соосных цилиндров: центрального массой ***m = 8 кг*** и радиуса ***R = 5 см***, и двух боковых с массами ***M = 2 кг*** и с радиусами ***R + h***. При этом момент инерции катушки относительно оси вращения, выражаемый в ***кг· см***^{2} , даётся формулой

$$I = \frac{(m+2M)R^2}{2} + M(2Rh + h^2).$$

При каком максимальном значении ***h*** момент инерции катушки не превышает предельного значения ***1900 кг· см***^{2} ? Ответ выразите в сантиметрах.

Данные: $m = 8,$
$M = 2,$
$R = 5.$

Функция: $I = \frac{(m + 2M)R^2}{2} + M(2Rh + h^2).$

Найти: $h_{\max} > 0 \;\; при \;\; I \le 1900.$

Решаем неравенство:

$$1900 \ge 2h^2 + 20h + 150.$$

$$2h^2 + 20h - 1750 \le 0, |: 2$$

$$h^2 + 10h - 875 \le 0.$$

$$D = 10^2 + 4 \cdot 875 =$$
$$= 100 + 3500 =$$
$$= 300 = 60^2.$$

$$h_1 = -35, h_2 = 25$$

Ответ: 25.

Задание B12 (№ 28053)

Зависимость объёма спроса q *(тыс. руб.)* на продукцию предприятия-монополиста от цены p *(тыс. руб.)* задаётся формулой $q = 130 - 10p$. Выручка предприятия за месяц r *(в тыс. руб.)* вычисляется по формуле $r(p) = q \cdot p$. Определите наибольшую цену p, при которой месячная выручка составит не менее *360 тыс. руб*. Ответ приведите в тыс. руб.

Данные: $q = 130 - 10p, \; r(p) = q \cdot p$

Функция: $r(p) = (130 - 10p) \cdot p$

Найти: $p_{наиб.}$ *при* $r(p) \geq 360.$

Получаем неравенство:

$$-10p^2 + 130p \geq 360,$$

$$p^2 - 13p + 36 \leq 0$$

$$4 \leq p \leq 9$$

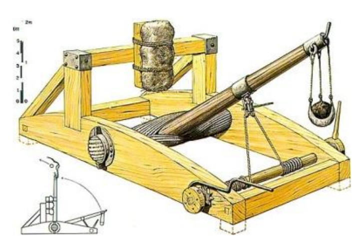
Ответ: 9.

Задание B12 (№ 28105)

Камнеметательная машина выстреливает камни под некоторым острым углом к горизонту. Траектория полёта камня описывается формулой $y = ax^2 + bx$,

где $a = \frac{-1}{60}$ $м^{-1}$, $b = \frac{7}{6}$ — постоянные параметры,

x *(м)* — смещение камня по горизонтали, y *(м)* — высота камня над землёй. На каком наибольшем расстоянии (в метрах) от
крепостной стены высотой *9 м* нужно расположить машину, чтобы камни пролетали над стеной на высоте **не менее *1* метра**?



Данные: $a = -\frac{1}{60},$
$b = \frac{7}{6}.$

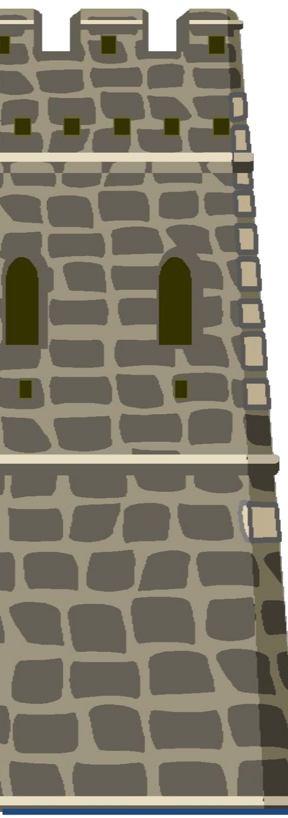
Функция: $y(x) = ax^2 + bx.$ Найти: x при $y(x) \geq 10.$

Решаем неравенство:

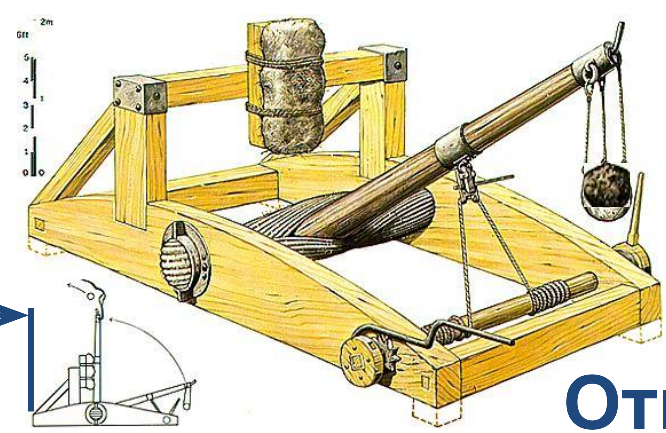
$$-\frac{1}{60}x^2 + \frac{7}{6}x \geq 10.$$

$$x^2 - 70x + 600 \geq 0,$$

$x_1 = 10,\ x_2 = 60 = x_{наиб.}$



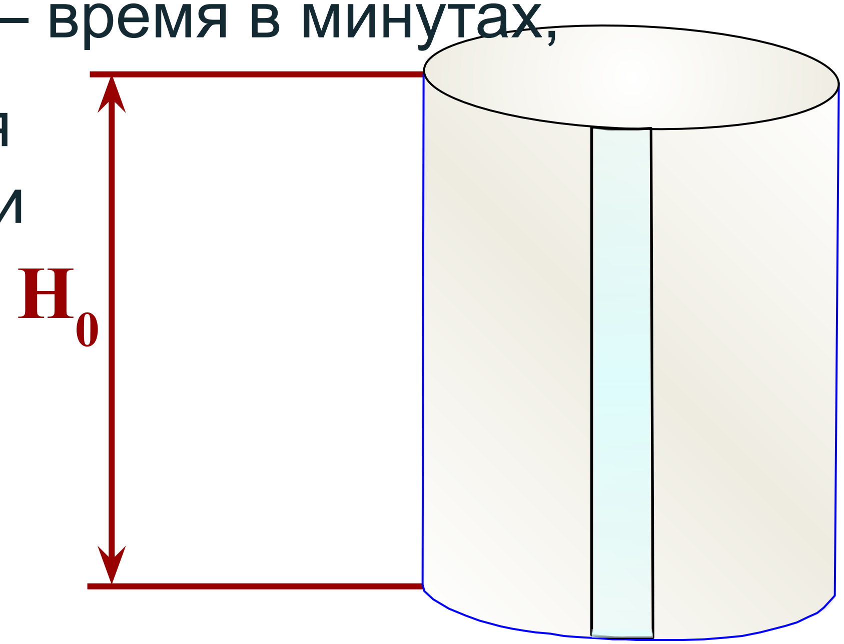
y = 10



Ответ: 60.

Задание В12 (№ 28091)

В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплён кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нём, выраженная в метрах, меняется по закону $H(t) = H_0 + bt + at^2$, где $H_0 = 2$ *м* — начальный уровень воды, $a = \dfrac{1}{50}$ *м/мин*^{2}, $b = \dfrac{-2}{5}$ *м/мин*, t — время в минутах, прошедшее с момента открытия крана. В течение какого времени вода будет вытекать из бака? Ответ приведите в минутах.



Данные: $H_0 = 2\ \text{м},$ $a = \dfrac{1}{50},$ $b = -\dfrac{2}{5}.$

Функция: $H(t) = H_0 + bt + at^2$

Найти: $t\ \text{при}\ H(t) = 0.$

Решаем уравнение:

$$2 - \frac{2}{5}t + \frac{1}{50}t^2 = 0,$$

$$100 - 20t + t^2 = 0,$$

$$(t - 10)^2 = 0 \Rightarrow t = 10.$$

Ответ: 10.

Задание В12 (№ 28081)

В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплён кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нём, выраженная в метрах, меняется по закону

$H(t) = H_0 - \sqrt{2gH_0}kt + \frac{g}{2}k^2t^2$, где t — время в секундах, прошедшее с момента открытия крана, $k = \frac{1}{200}$ — отношение площадей поперечных сечений крана и бака, $H_0 = 5$ *м* — начальная высота столба воды, а g — ускорение свободного падения (считайте $g = 10$ *м/с*^{2}). Через сколько секунд после открытия крана в баке останется четверть первоначального объёма воды?

Данные: $g = 10 \ м/с^2,$
$k = \dfrac{1}{200},$
$H_0 = 5 \ м$

Функция: $H(t) = H_0 - \sqrt{2gH_0}kt + \dfrac{g}{2}k^2t^2$

Найти: $t \ при \ H(t) = \dfrac{1}{4}H_0 = \dfrac{5}{4}.$

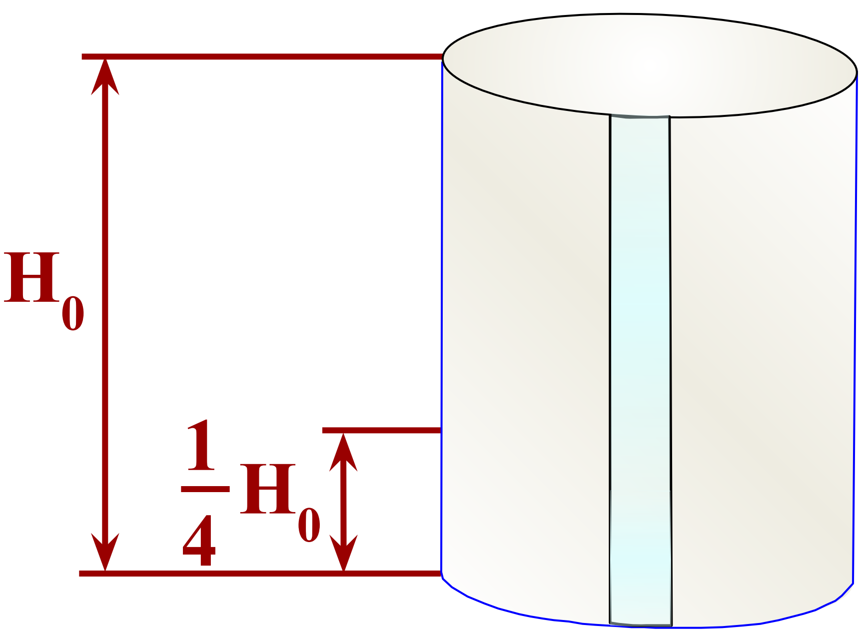
Решаем уравнение:

$$5 - \frac{1}{20}t + \frac{1}{8000}t^2 = \frac{5}{4}.$$

$$40000 - 400t + t^2 = 10000.$$

$$t^2 - 400t + 30000 = 0.$$

$$t_1 = 300, \ t_2 = 100 = t_{наим.}$$



Ответ: 100.

Задание B12 (№ 28115)

Зависимость температуры (в градусах Кельвина) от времени для нагревательного элемента некоторого прибора была получена экспериментально и на исследуемом интервале температур определяется выражением $T(t) = T_0 + bt + at^2$, где t — время в минутах, $T_0 = 1450$ *К*, $a = -12{,}5$ *К/мин*^{2}, $b = 175$ *К/мин*. Известно, что при температуре нагревателя **свыше** ***1750 К*** прибор может испортиться, поэтому его нужно отключать. Определите, через какое наибольшее время после начала работы нужно отключать прибор. Ответ выразите в минутах.

Пирометр — прибор для бесконтактного измерения температуры тел.

Данные: $T_0 = 1450,$
$a = -12{,}5,$
$b = 175.$

Функция: $T(t) = T_0 + bt + at^2$ $T(t) = 1450 + 175t - 12{,}5t^2$

Найти: $t_{наиб.} > 0 \;\; при \;\; T(t) \le 1750.$

$$1750 = 1450 + 175t - 12{,}5t^2$$

$$12{,}5t^2 - 175t + 300 = 0, \;\; |\times 2$$

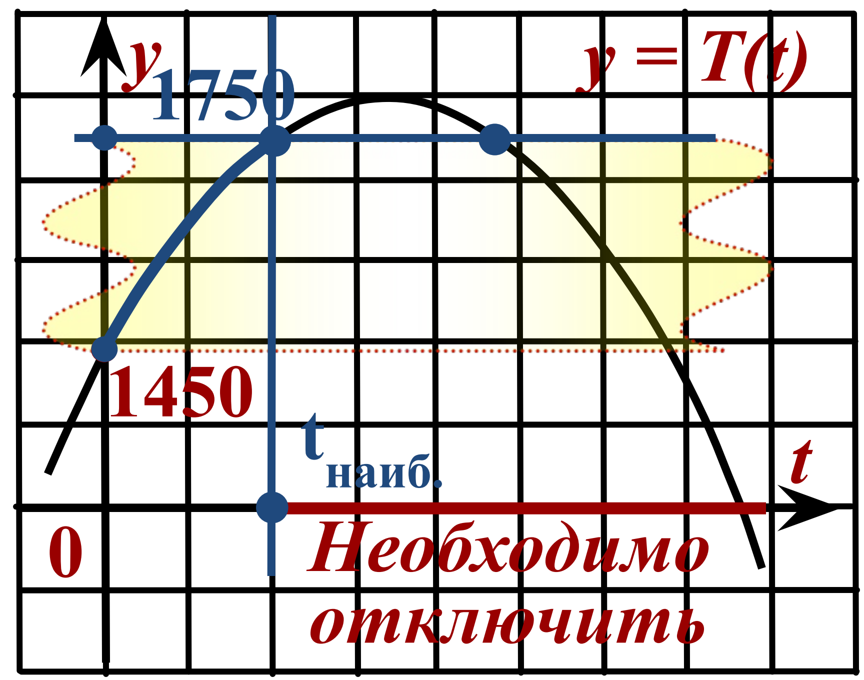
$$25t^2 - 350t + 600 = 0, \;\; |:25$$

$$t^2 - 14t + 24 = 0,$$

$$t = 2, t = 12$$

Ответ: 2.

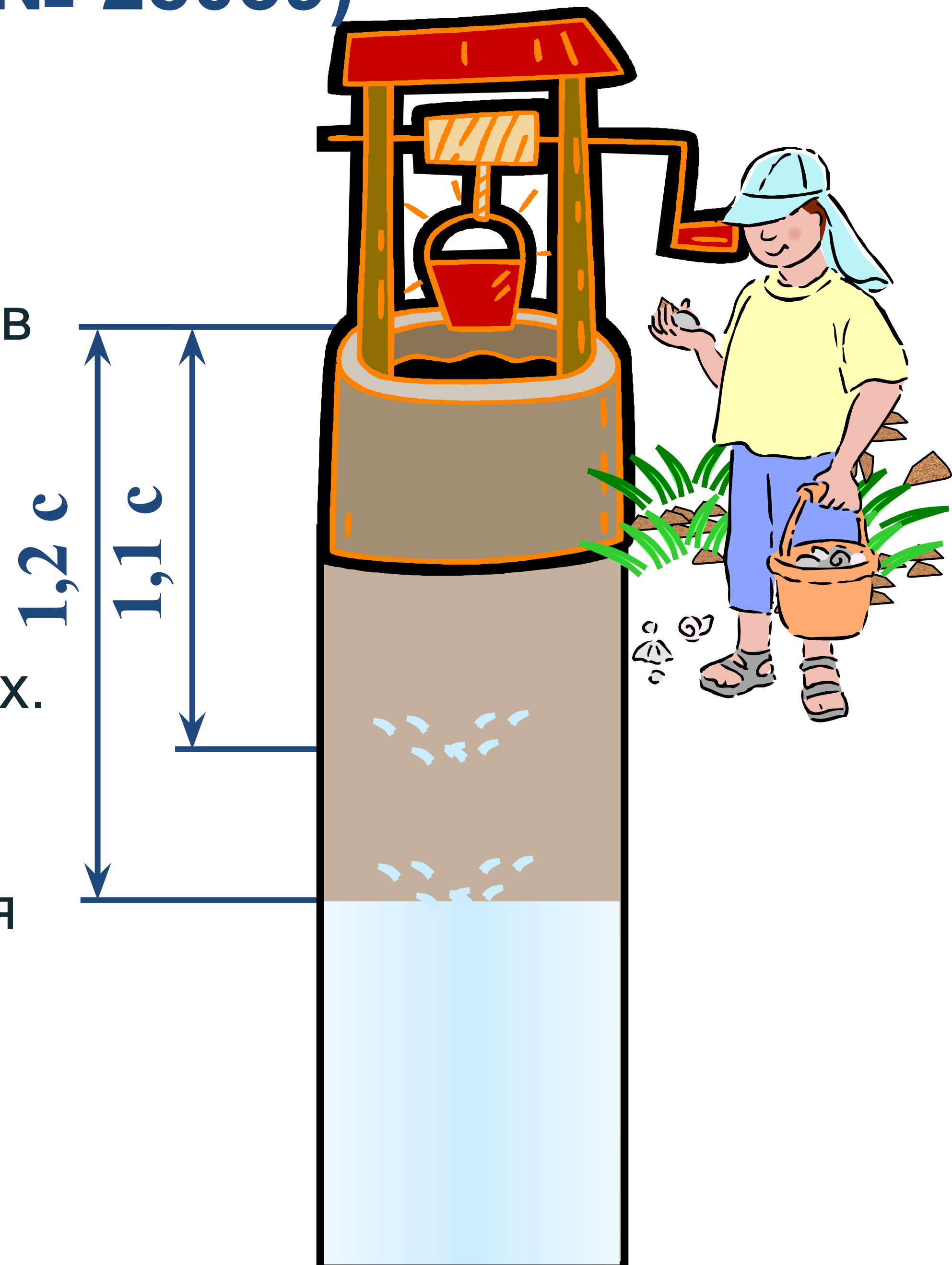
Схематичный график:



Задачи, в которых необходимо найти длину промежутка.

Задание B12 (№ 28039)

После дождя уровень воды в колодце может повыситься. Мальчик измеряет время t падения небольших камешков в колодец и рассчитывает расстояние до воды по формуле $h = 5t^2$, где
h — расстояние в метрах,
t — время падения в секундах.
До дождя время падения камешков составляло $1{,}2$ *с*.
На сколько должен подняться уровень воды после дождя, чтобы измеряемое время изменилось на $0{,}1$ *с*?



Данные: $t_{до} = 1{,}2\ \ c,\ \ \Delta t = 0{,}1, t_{изм.} = 1{,}1\ \ c.$ 

Функция: $h = 5t^2$

Найти: $\Delta h = h(1{,}2) - h(1{,}1)$

Решение:

$$\Delta h = 5\cdot 1{,}2^2 - 5\cdot 1{,}1^2 =$$
$$= 5\cdot(1{,}2^2 - 1{,}1^2) =$$
$$= 5\cdot(1{,}2 - 1{,}1)\cdot(1{,}2 + 1{,}1) =$$
$$= 5\cdot 0{,}1\cdot 2{,}3 = 1{,}15(м)$$

Ответ: 1,15.

Задание В12 (№ 28059)

Высота над землёй подброшенного вверх мяча меняется по закону $h(t) = 1{,}4 + 9t - 5t^2$, где ***h*** — высота в метрах, ***t*** — время в секундах, прошедшее с момента броска. Сколько секунд мяч будет находиться на высоте **не менее *3 метров***?

Данные: $h(t) \geq 3$

Функция: $h(t) = -5t^2 + 9t + 1{,}4$

Найти: $\Delta t = t_2 - t_1$

Получаем неравенство:

$$-5t^2 + 9t + 1{,}4 \geq 3.$$

$$0{,}2 \leq t \leq 1{,}6$$

$$5t^2 - 9t + 1{,}6 = 0,$$

$$D = 81 - 32 = 49,$$

$$t_1 = 0{,}2, \quad t_1 = 1{,}6.$$

$$\Delta t = 1{,}6 - 0{,}2 = 1{,}4$$

Ответ: **1,4**

Задачи, в которых присутствуют несколько переменных

Задание B12 (№ 28071)

Если достаточно быстро вращать ведёрко с водой на верёвке в вертикальной плоскости, то вода не будет выливаться. При вращении ведёрка сила давления воды на дно не остаётся постоянной: она максимальна в нижней точке и минимальна в верхней. Вода не будет выливаться, если сила её давления на дно будет положительной во всех точках траектории кроме верхней, где она может быть равной нулю. В верхней точке сила давления, выраженная в ньютонах, равна $P = m\left(\frac{v^2}{L} - g\right)$, где m — масса воды в килограммах, v — скорость движения ведёрка в м/с, L — длина верёвки в метрах, g — ускорение свободного падения (считайте, $g = 10$ м/с^2). С какой наименьшей скоростью надо вращать ведёрко, чтобы вода не выливалась, если длина верёвки равна **62,5 см**? Ответ выразите в *м/с*.

Данные: $g = 10\ м/с^2, L = 0,625\ м$

$L = 62,5\ см = 0,625\ м$

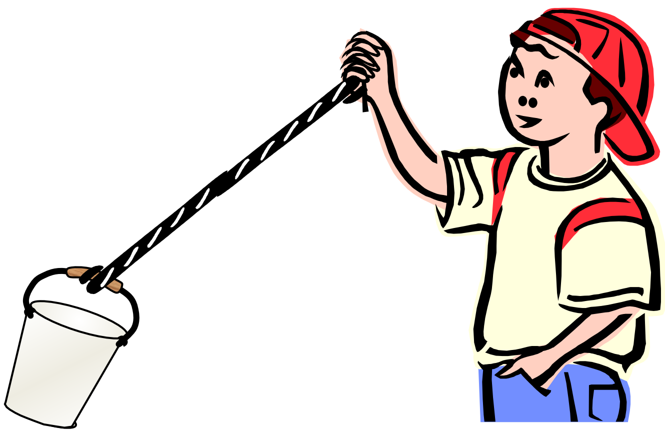
Функция: $P = m \cdot \left(\frac{v^2}{L} - g \right)$ $P = m \cdot \left(\frac{v^2}{0,625} - 10 \right), m > 0, v > 0.$

Найти: $v_{наим.} > 0\ при\ P \geq 0.$

Решаем неравенство:

$$m \cdot \left(\frac{v^2}{0,625} - 10 \right) \geq 0, v > 0.$$

$Так\ как\ v > 0, то\ v = 2,5.$



Ответ: 2,5

В презентации использованы задачи из открытого банка заданий ЕГЭ по математике.