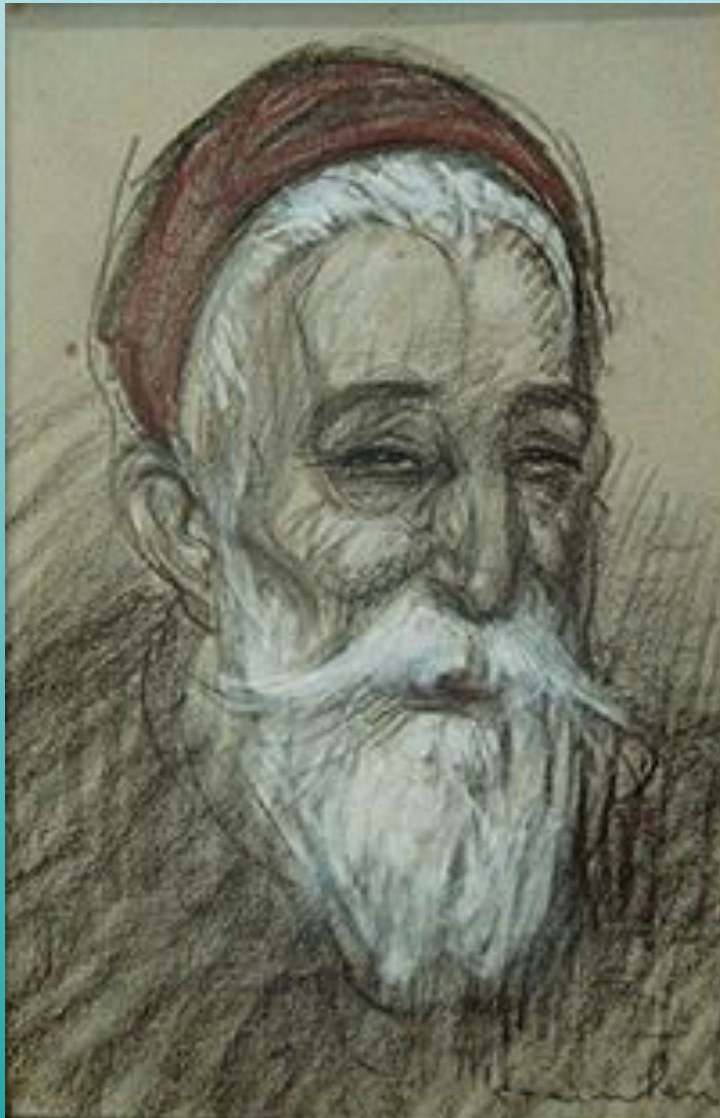
Функционально- графический метод решения уравнений



Учиться можно только весело… Чтобы переваривать знания, надо поглощать их с аппетитом.

Анатоль Франс

1844 - 1924

Цели и задачи урока:

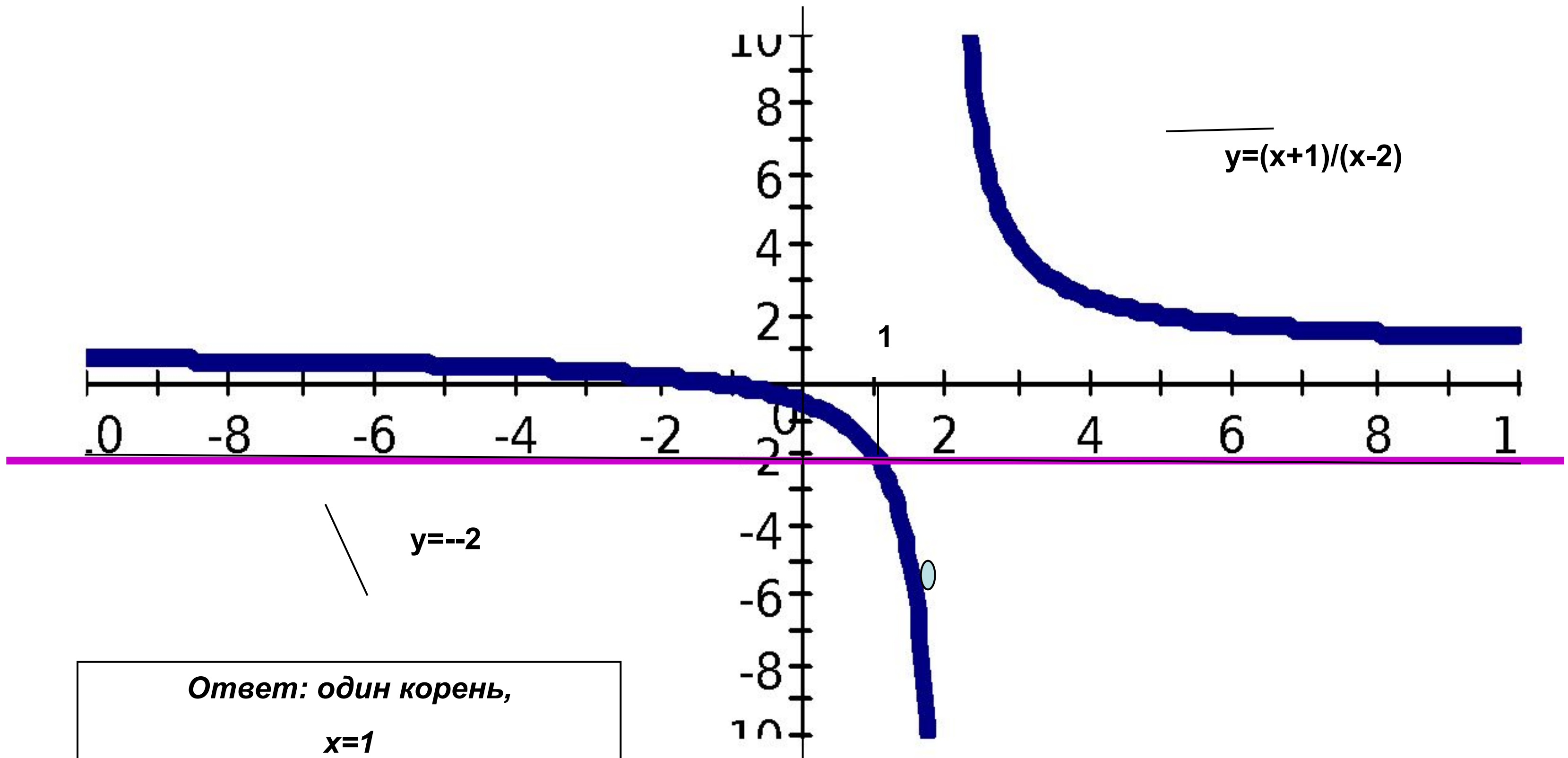
- *Развивающие* - развивать логическое мышление, умение анализировать условие математической задачи,
- *Образовательные* - формировать умения и навыки решения уравнений функциональным методом, умение определять тип уравнения и находить несколько способов решения, выбирать из них рациональный.
- делать выводы и обобщения.
- *Воспитательные* - воспитывать способность доводить учебное задание до конца, умение анализировать ситуацию.
- *Мотивация познавательной деятельности учащихся:* сообщить учащимся, что на этом уроке они будут продолжать рассматривать общие методы решения уравнений, готовиться к сдаче ЕГЭ.

Функциональные методы решения уравнений:

- Графический метод
- Метод монотонности
- Метод ограничений

ПОВТОРЕНИЕ

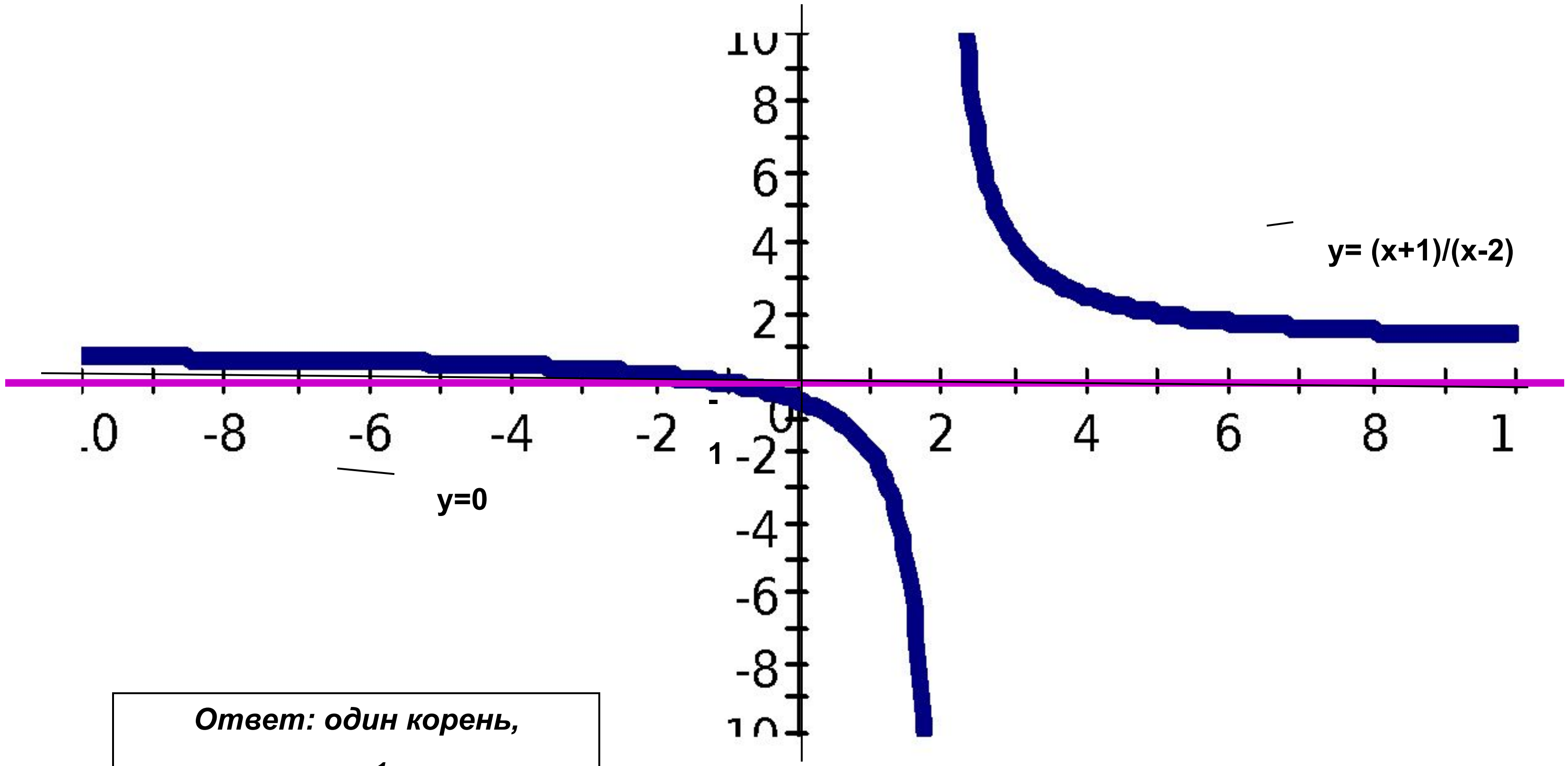
1.Решить графически уравнение (x+1)/(x-2)=-2



Ответ: один корень,

x=1

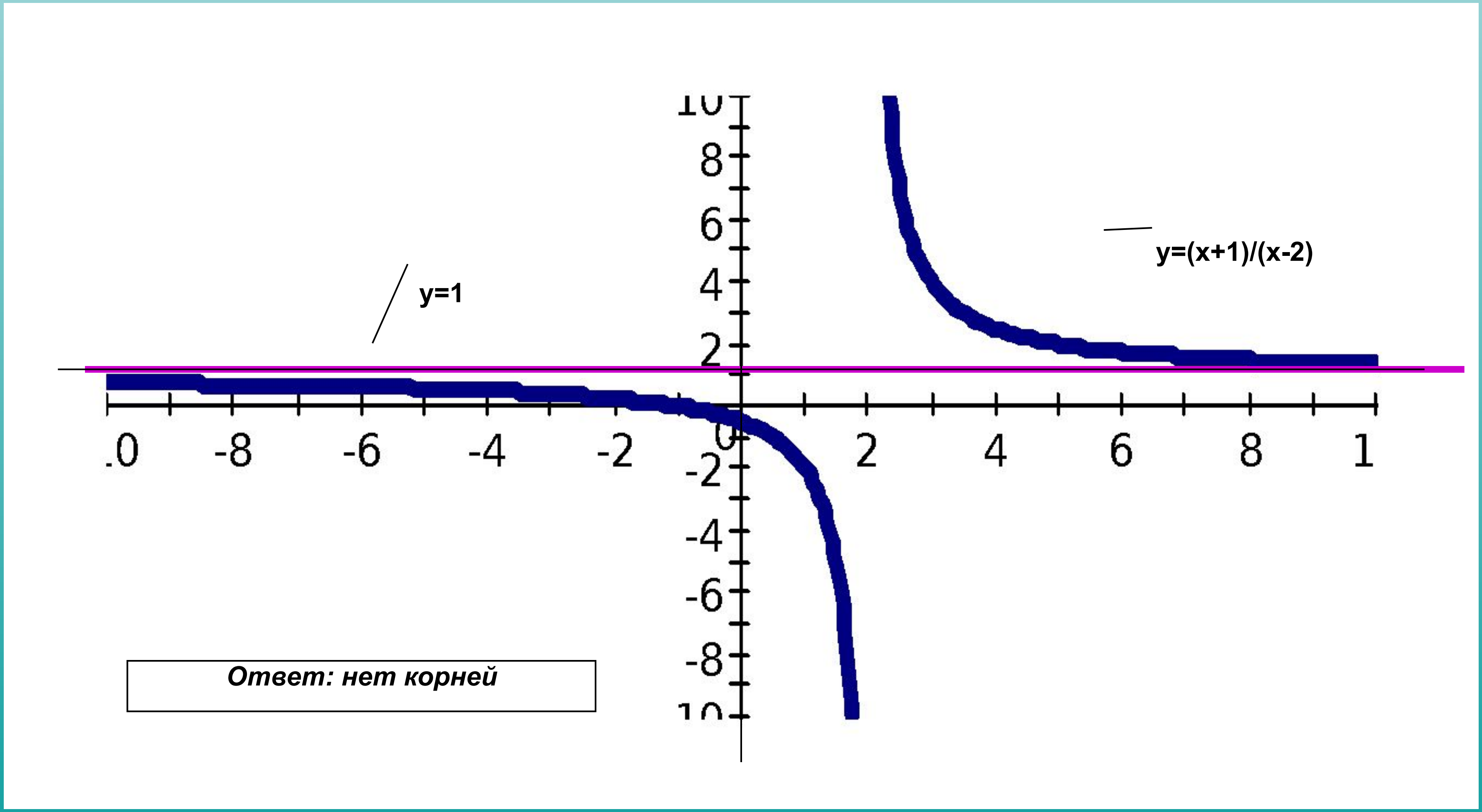
2.Решить графически уравнение (x+1)/(x-2)=0



Ответ: один корень,

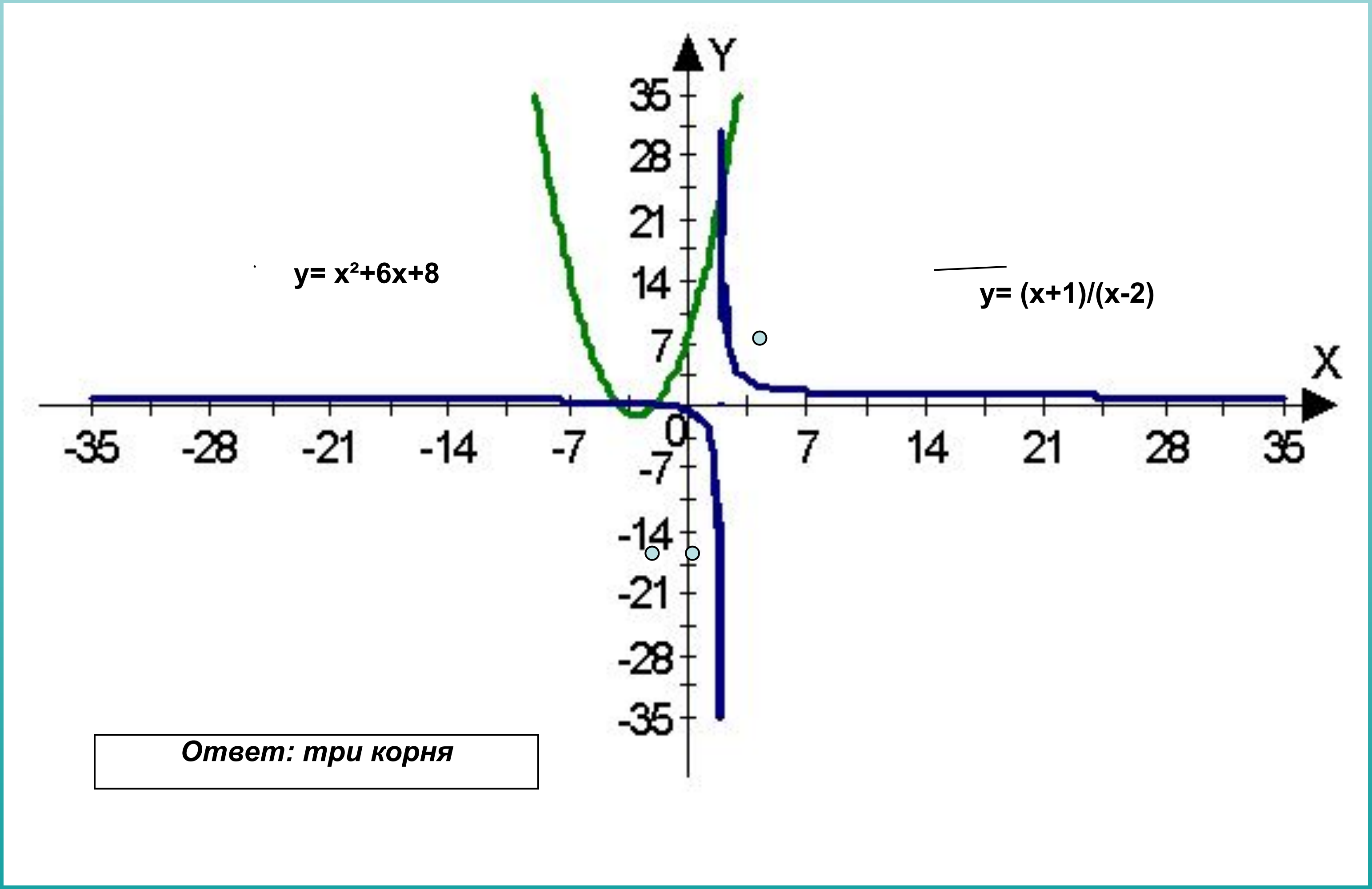
x=-1

3.Решить графически уравнение (x+1)/(x-2)=1



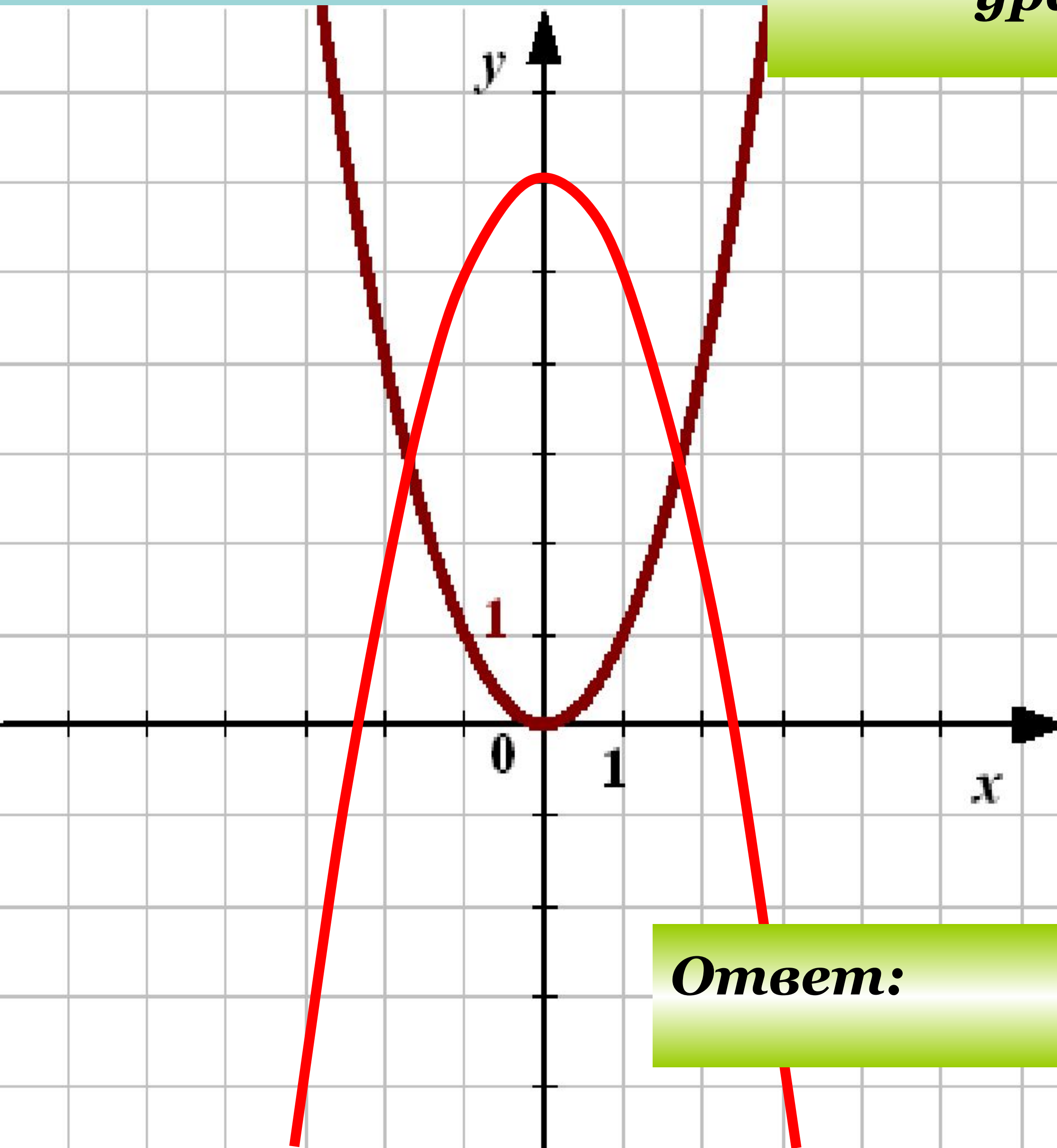
4. Указать количество корней уравнения

$$x^2+6x+8=(x+1)/(x-2)$$



5.Задание.

Определите, какое уравнение решено:



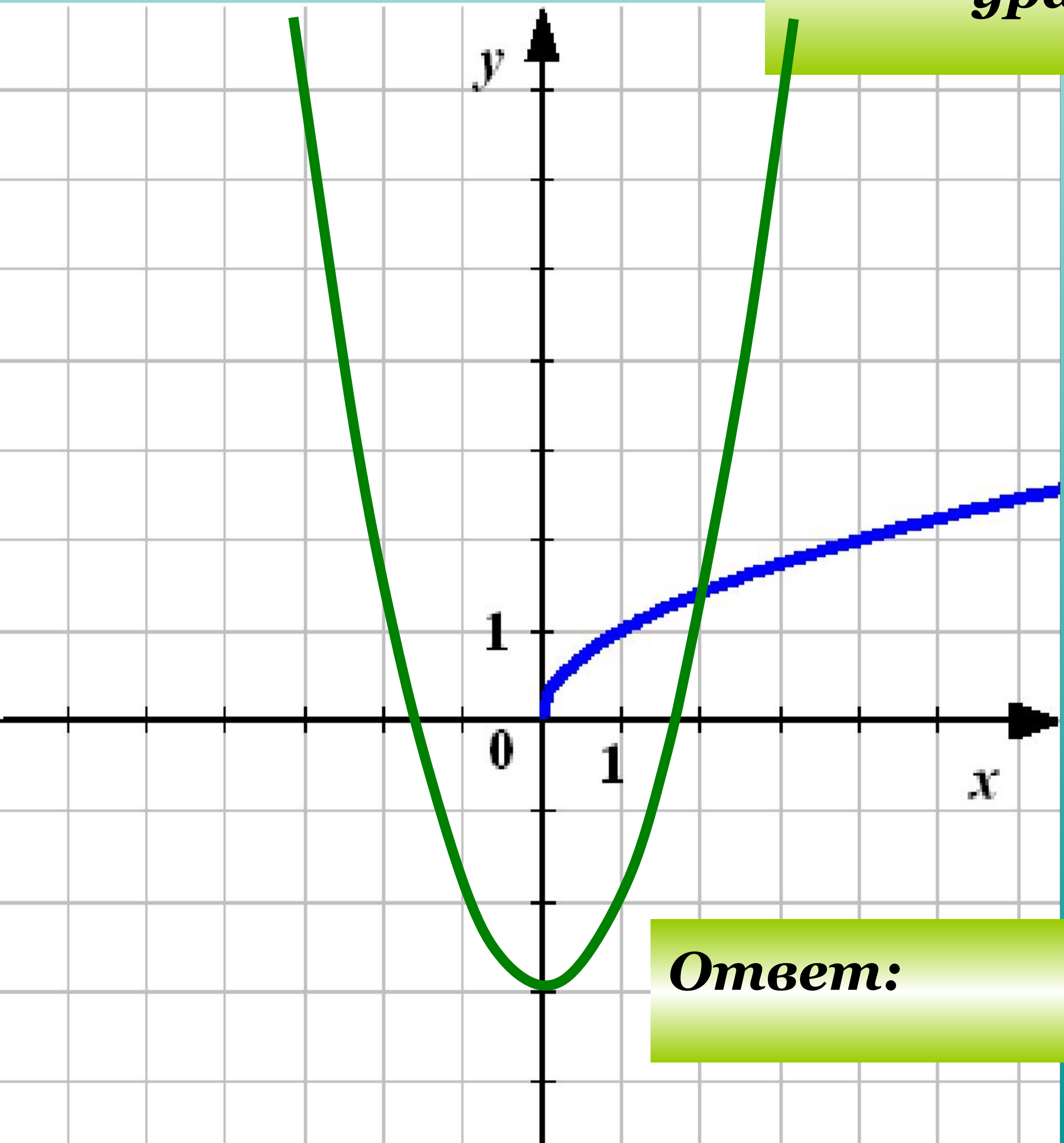
$$y = x^2$$

$$y = -x^2 + 6$$

Ответ: $x^2 = -x^2 + 6$

6.Задание.

Определите, какое уравнение решено:



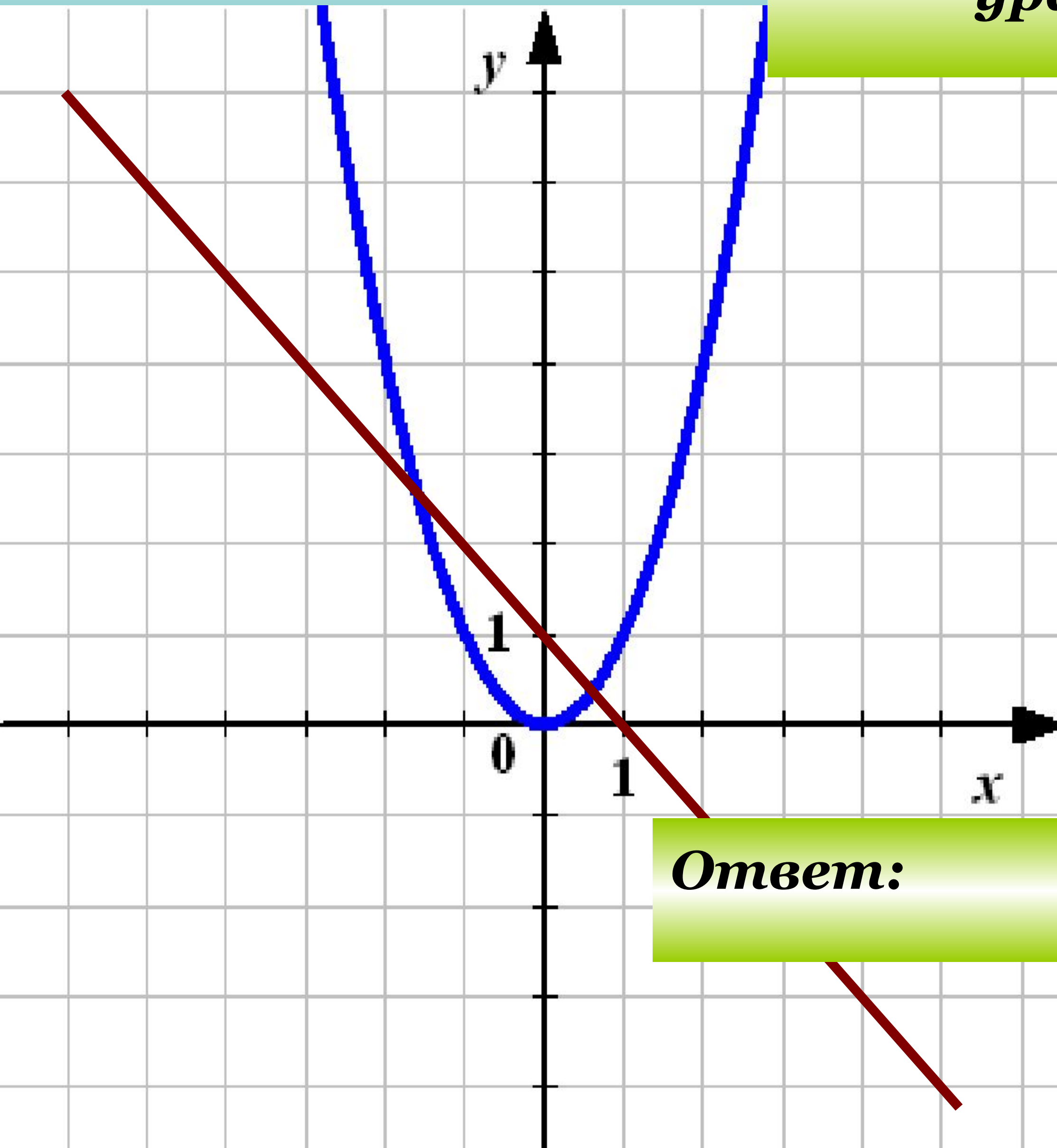
$$y = \sqrt{x}$$

$$y = x^2 - 3$$

Ответ: $\sqrt{x} = x^2 - 3$

7.Задание.

Определите, какое уравнение решено:



$$y = x^2$$

$$y = -x + 1$$

Ответ: $x^2 = -x + 1$

$$x^2 + x - 1 = 0$$

8. Решим графически уравнение:

$$2x^2 + 3x - 2 = 0$$

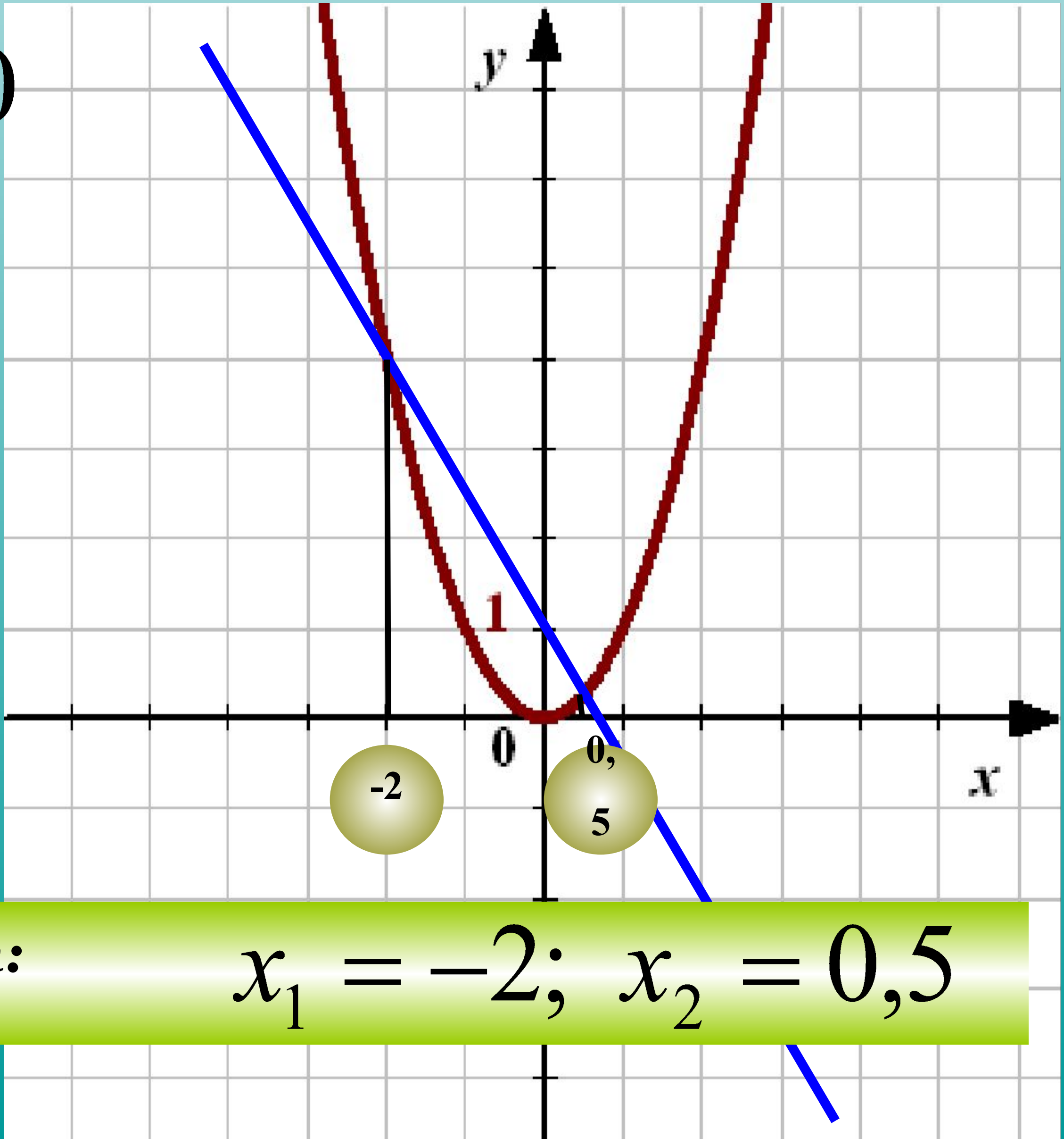
$$x^2 = -1{,}5x + 1$$

1. $y = x2$

Парабола. **Ветви вверх.**

2. $y = -1{,}5x + 1$

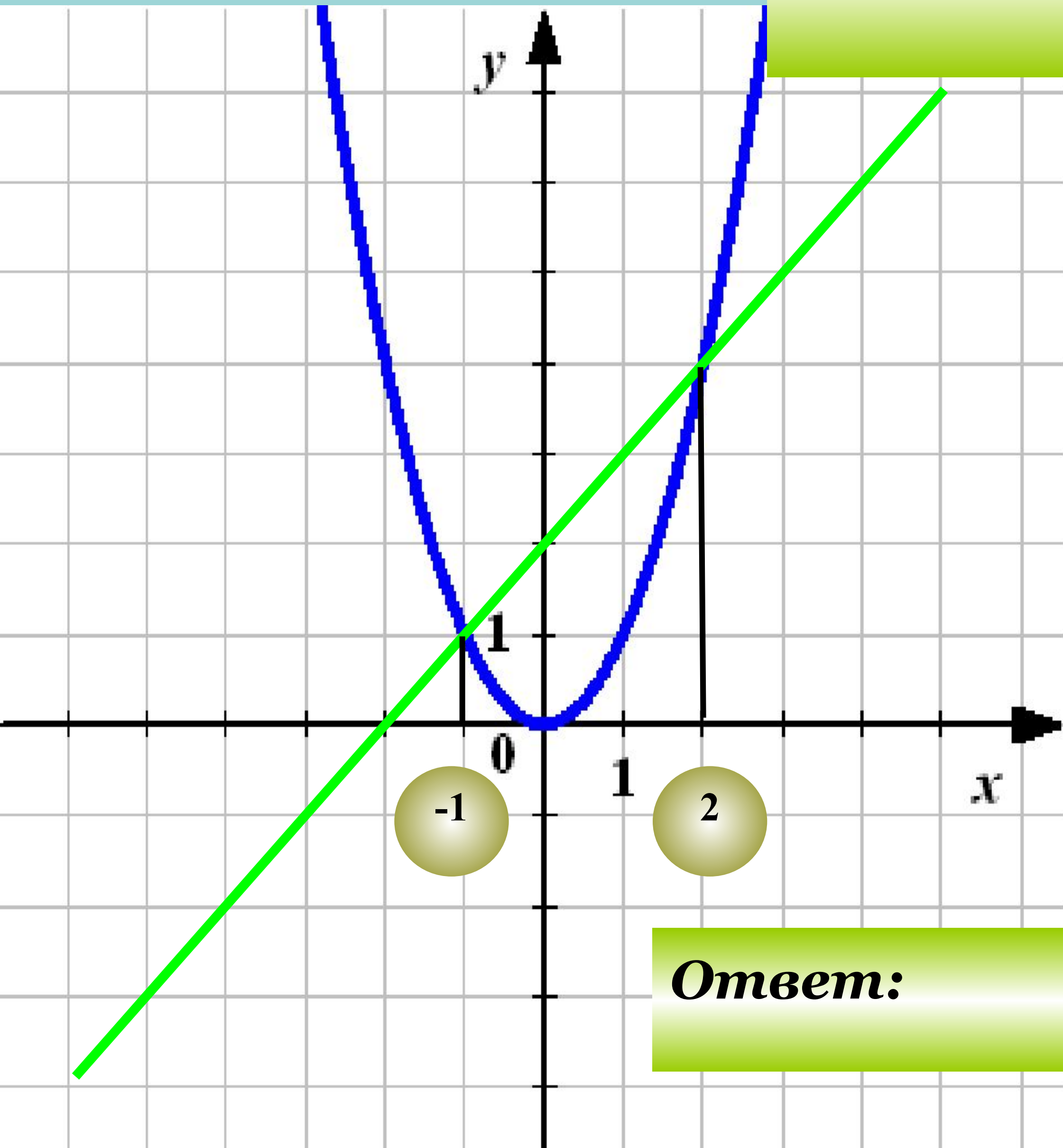
x	y
0	1
2	- 2



Ответ: $x_1 = -2; \; x_2 = 0{,}5$

9. Задание.

Решите графически уравнение:



$$x^2 - x - 2 = 0$$

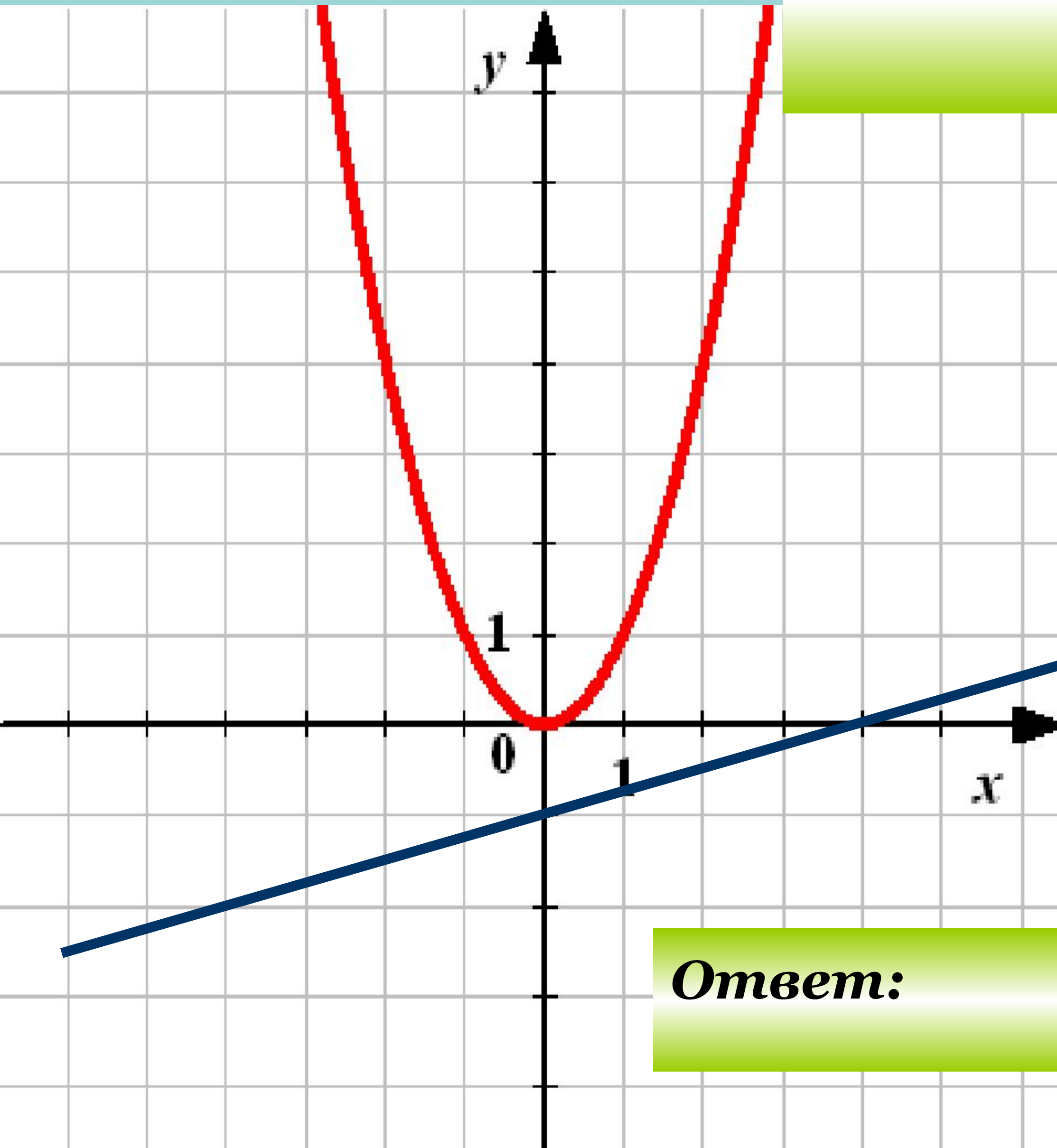
$y = x2$

$y = x + 2$

Ответ: $x_1 = -1;\ x_2 = 2$

10.Задание.

Решите графически уравнение:



$$4x^2 - x + 4 = 0$$

***y* = *x*2**

***y* = 0,25*x* - 1**

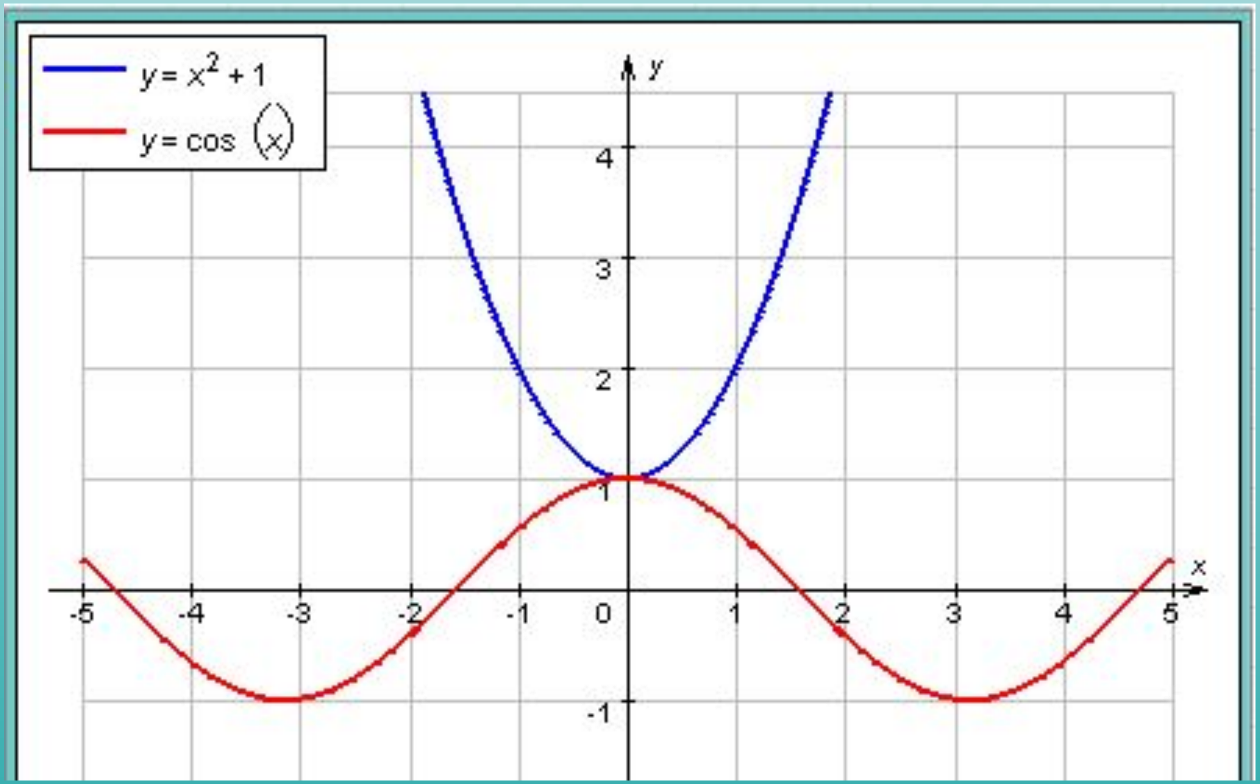
Ответ: *решения нет*

Графический метод

- *Построить графики функций y=f(x)и y=g(x) и найти точки их пересечения. Абсциссы точек пересечения и будут корнями уравнения.*
- **Пример 1.** *Решить уравнение:*

$$X^2 + 1 = COS(X)$$

РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЯ:



$$X^2 + 1 = COS(X), X = 0.$$

Пример 2. **Решить уравнение:** $x^4 - 8x + 63 = 0$

- Большинство учащихся будут пытаться разложить левую часть на множители:

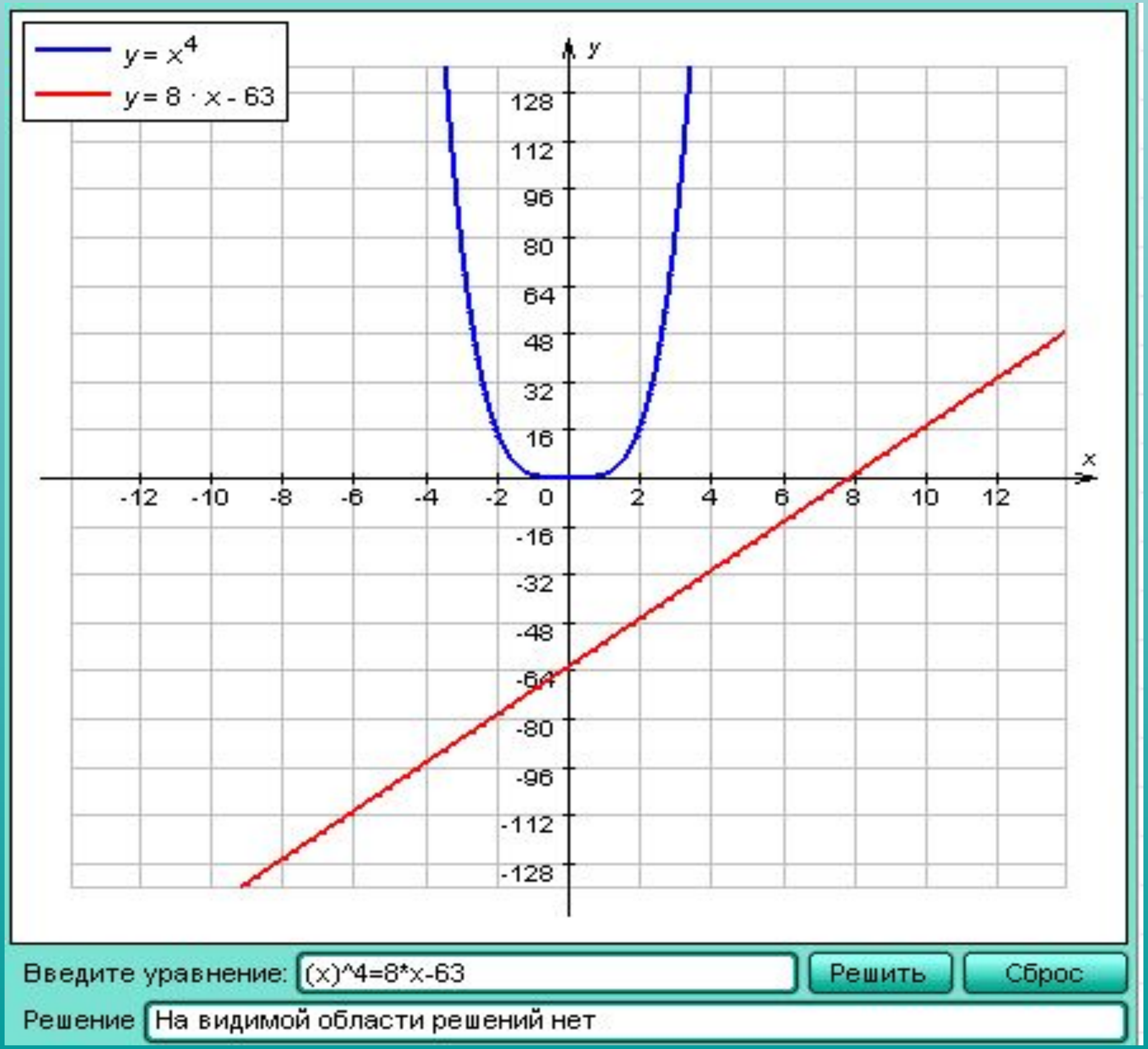
$$(x^2 - 4x + 7)(x^2 + 4x + 9) = 0$$

- Уравнения не имеют корней, значит , заданное уравнение не имеет корней.

$$x^2 - 4x + 7 = 0$$

$$x^2 + 4x + 9 = 0$$

Сделаем графическую прикидку:

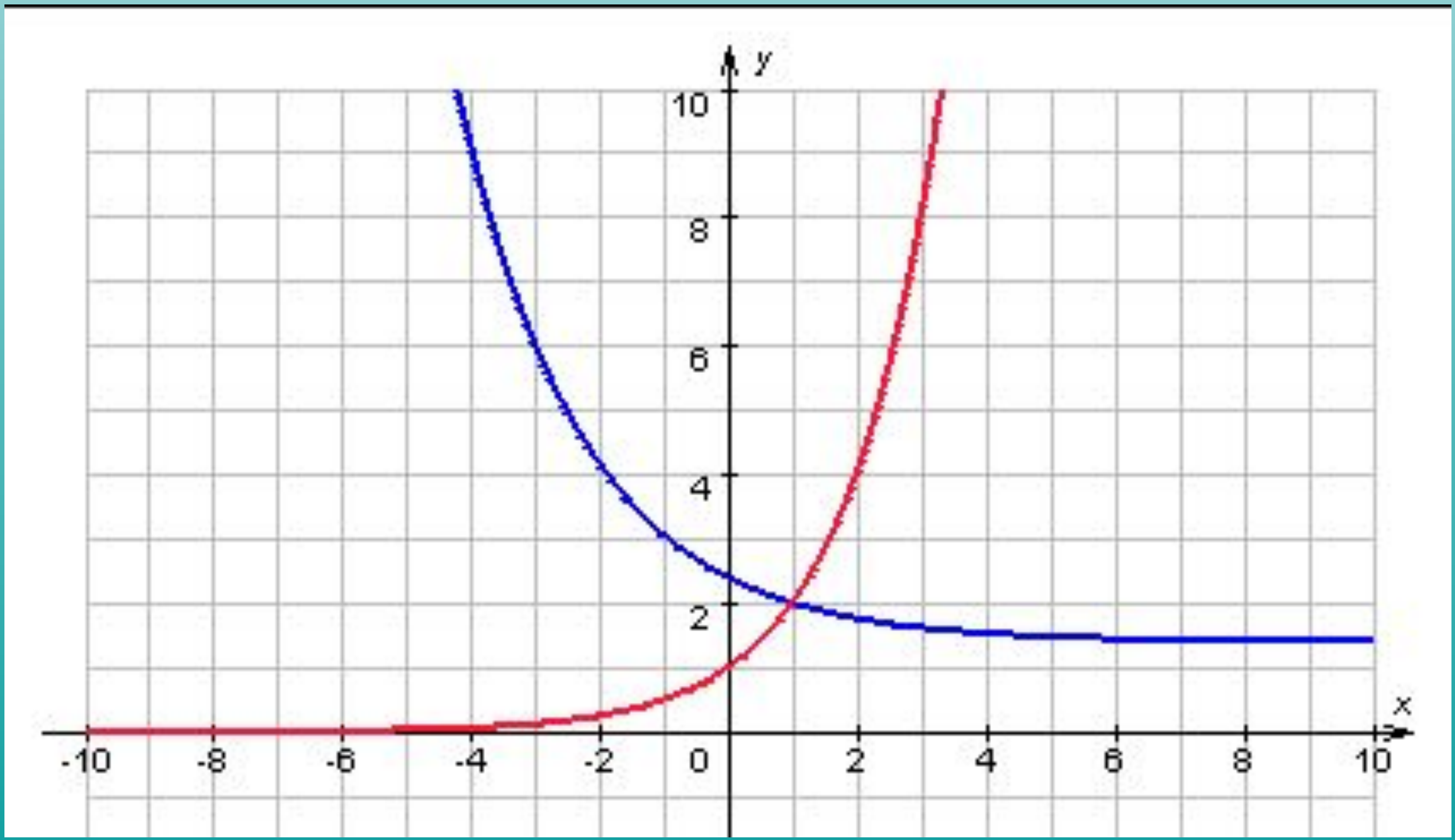


Метод монотонности

- Если одна из функций y=f(x), y=g(x) убывает, а другая возрастает на промежутке X,то на этом промежутке уравнение имеет не более одного корня.
- ***Пример 3.***

$$\left(\frac{3}{5}\right)^{x}+\frac{7}{5}=2^{x}$$

Графики функций $y=2^x$ и $y=(3/5)^x+7/5$ пересекаются в точке $x= 1$



Пример 4. Решить уравнение $5^x+12^x=13^x$

- Несложно заметить, что $x=2$-корень уравнения. Но рассуждать также, как в предыдущем примере мы не можем: все составляющие (5^x,12^x,13^x)имеют одинаковый характер монотонности-возрастают.

Разделим обе части уравнения на 12^x

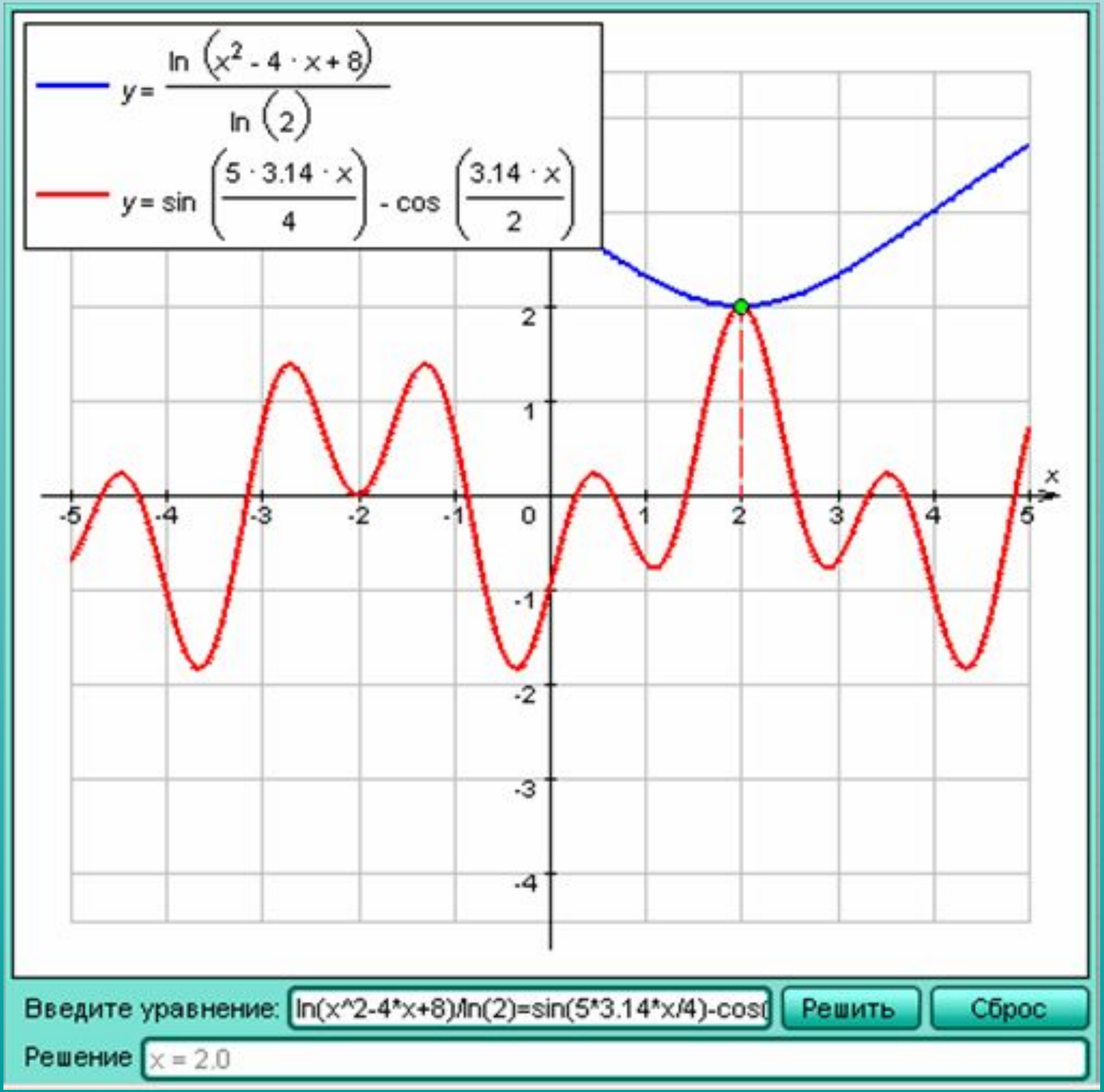
- $(5/12)^x+1=(13/12)^x$
- $y=(5/12)^x+1$-функция убывающая
- $У=(13/12)^x$- функция возрастающая
- Уравнение имеет не более одного корня. $X=2$
- <u>Проверка:</u> $5^2+12^2=13^2$ $25+144=169$
- Ответ: 2.

Метод ограничений

- Если на некотором промежутке наибольшее значение функции f(x) равно числу A, а наименьшее значение функции g(x) тоже равно A, то равенство f(x)=g(x) возможно при их одновременном равенстве A.
- ***Пример 5.*** Решить уравнение:

$$\log_2(x^2-4x+8)=\sin\frac{5\pi x}{4}-\cos\frac{\pi x}{2}$$

РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЯ:



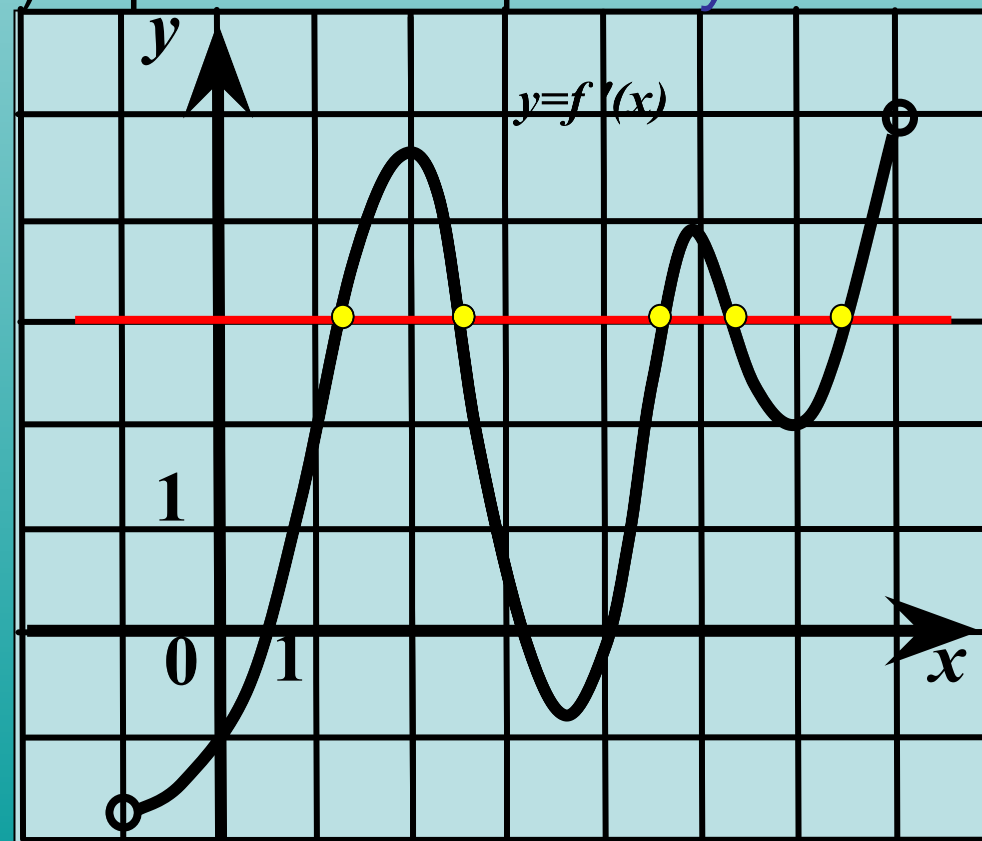
$$\log_2\left(x^2-4x+8\right)=\sin\frac{5\pi x}{4}-\cos\frac{\pi x}{2}$$

- $У=\log_2 p$- функция непрерывная монотонно возрастающая, принимает наименьшее значение при наименьшем значении р;
- $p=x^2-4x+8$ принимает наименьшее значение в вершине $x_0=4/2=2$; $y_0=4-8+8=4$; $y_{наим}=\log_2 4=2$ $y\geq 2$
- g= $\sin\frac{5\pi x}{4}-\cos\frac{\pi x}{2}$
- $g_{наиб}=2$
- Равенство левой и правой части возможно при их одновременном равенстве 2, т.е.при х=2
- Проверка: $\log_2(4-8+8)=\sin(10\pi/4)-\cos(\pi)=2$

Решить уравнения:

- №1742,а) $$\sin\left(\frac{5\pi x}{4}\right) = x^2 - 4x + 5$$
- №1740,а) $$1 + x^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^{|x|}$$

ДОП.1. На рисунке изображён график производной функции *f(x)*, определённой на интервале (-1; 7). Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции *y = f(x)* параллельна прямой *y = 3x – 5* или совпадает с ней.



Решение:

$f'(x_0) = к = 3.$

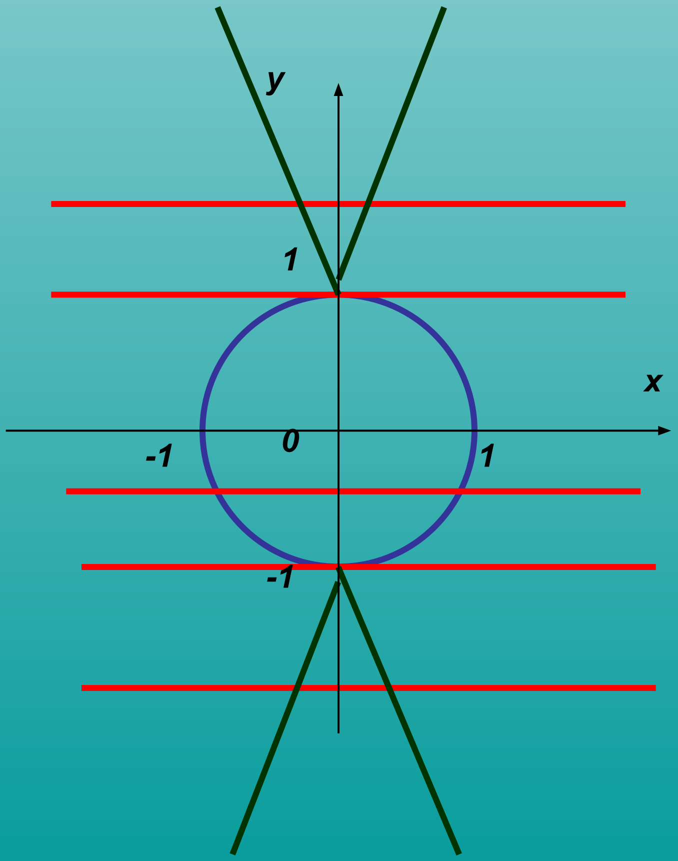
Проводим прямую **y = 3** и находим точки пересечения с графиком.

Ответ: 5 точек.

ДОП.2. Найдите все значения p, при каждом из которых найдётся q такое, что система имеет единственное решение:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ y = q\,|\,x\,| + p \end{cases}$$

Решение:



Графиком функции x2 + y2 = 0 является окружность с центром (0; 0) и R = 1.

1) **q = 0, y = p; p = 1 или p = -1.**

2) **q > 0, y = q | x | + p; p = 1.**

3) **q < 0, y = q | x | + p; p = -1.**

Литература:

- УМК Алгебра и начала анализа 10-11кл /А.Г.Мордкович/
- Журнал «Математика для школьников №4, 2005г.»
- Журнал «Математика в школе №7, 2004г.»
- ЦОР «Открытая математика»(модель 2.17; Графёр)

Спасибо за внимание!