





**Учиться можно
только весело...
Чтобы переваривать
знания, надо
поглощать их с
аппетитом.**

**Анатоль Франс
1844 - 1924**



Цели и задачи урока:



Развивающие - развивать логическое мышление, умение анализировать условие математической задачи,

Образовательные - формировать умения и навыки решения уравнений функциональным методом, умение определять тип уравнения и находить несколько способов решения, выбирать из них рациональный.

делать выводы и обобщения.

Воспитательные - воспитывать способность доводить учебное задание до конца, умение анализировать ситуацию.

Мотивация познавательной деятельности учащихся: сообщить учащимся, что на этом уроке они будут продолжать рассматривать общие методы решения уравнений, готовиться к сдаче ЕГЭ.

Функциональные методы решения уравнений:

- Графический метод
- Метод монотонности
- Метод ограничений



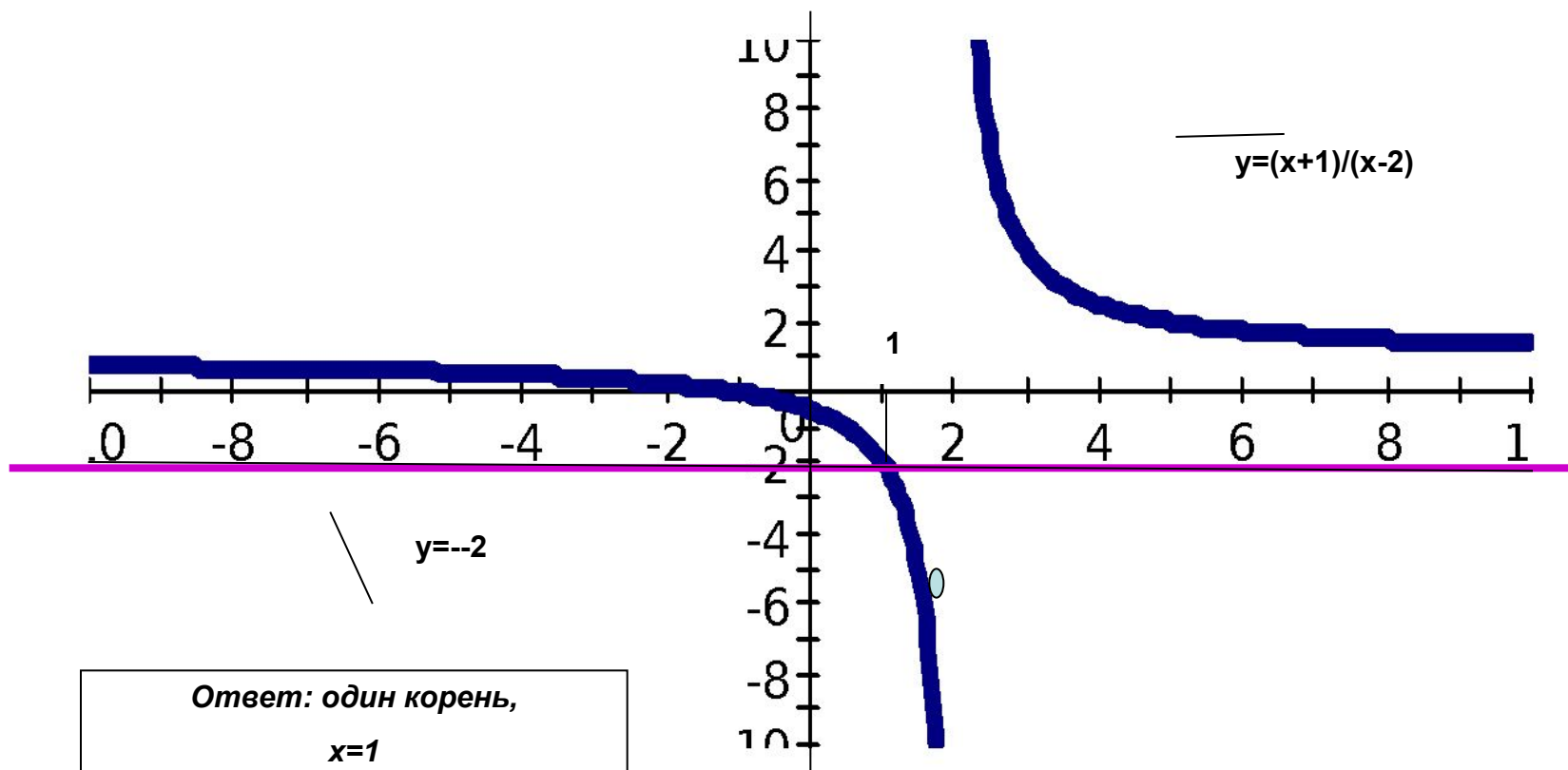


ПОВТОРЕНИЕ

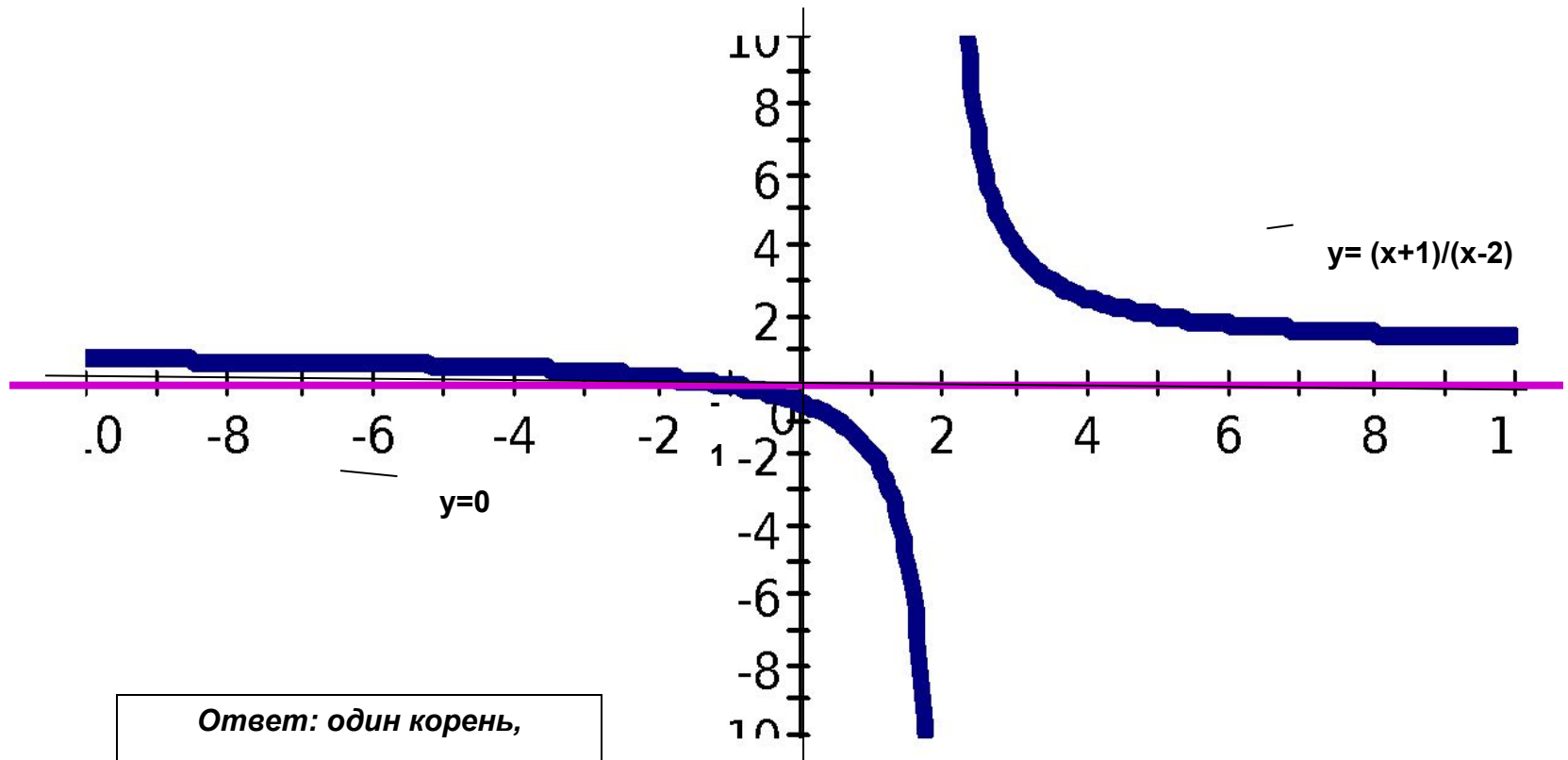
Вперёд! К знаниям!



1. Решить графически уравнение $(x+1)/(x-2)=-2$

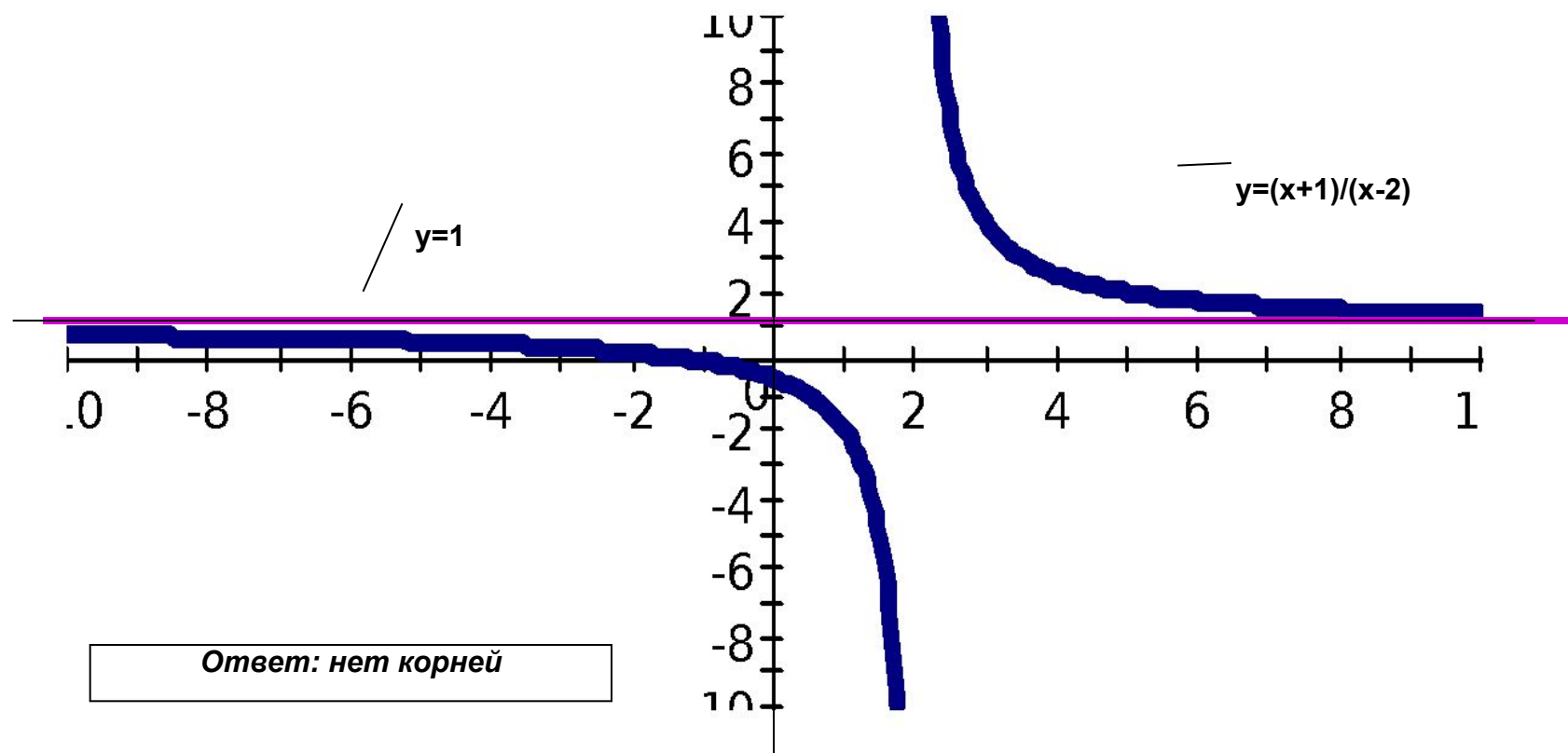


2. Решить графически уравнение $(x+1)/(x-2)=0$

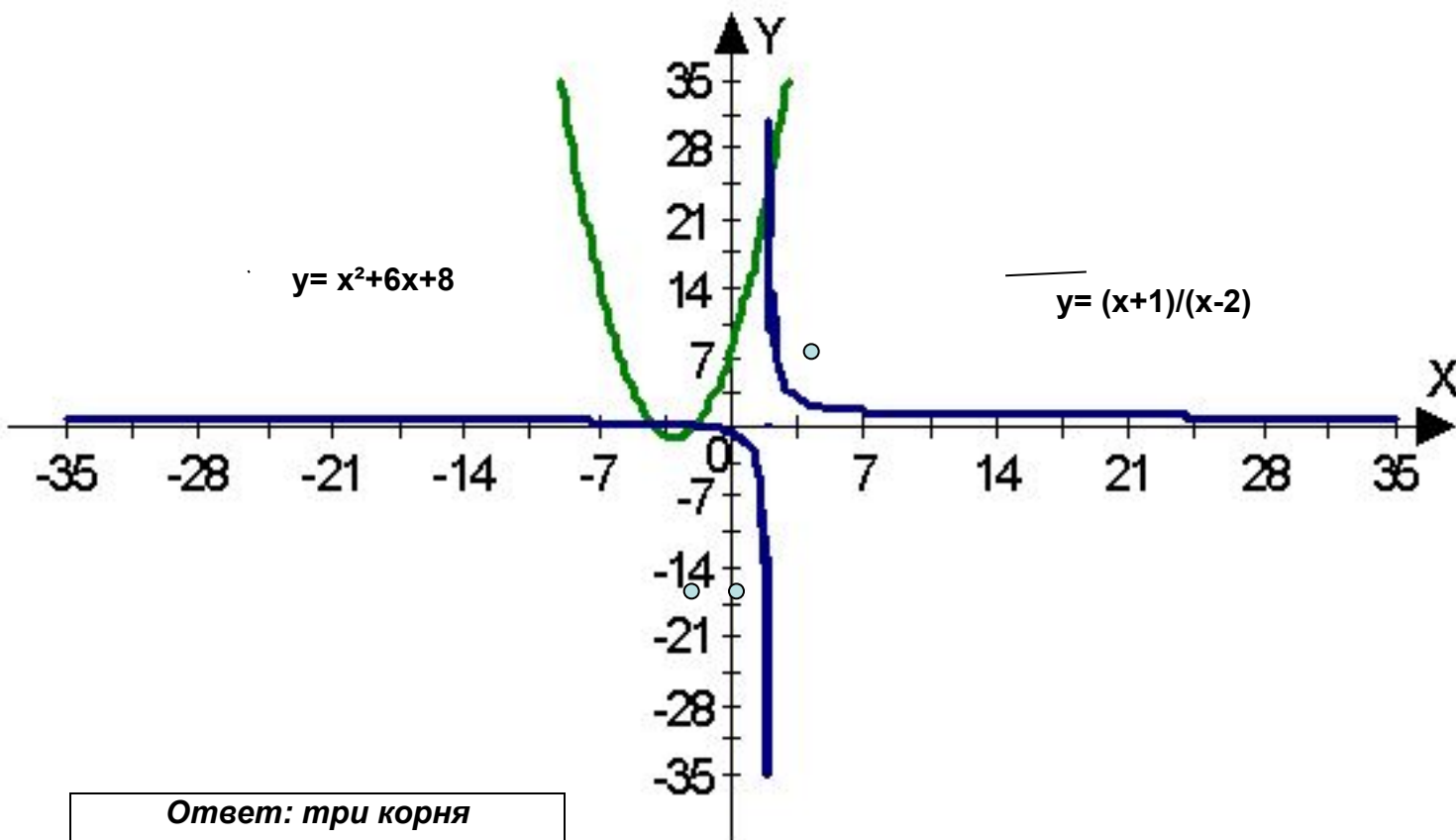


Ответ: один корень,
 $x=-1$

3. Решить графически уравнение $(x+1)/(x-2)=1$

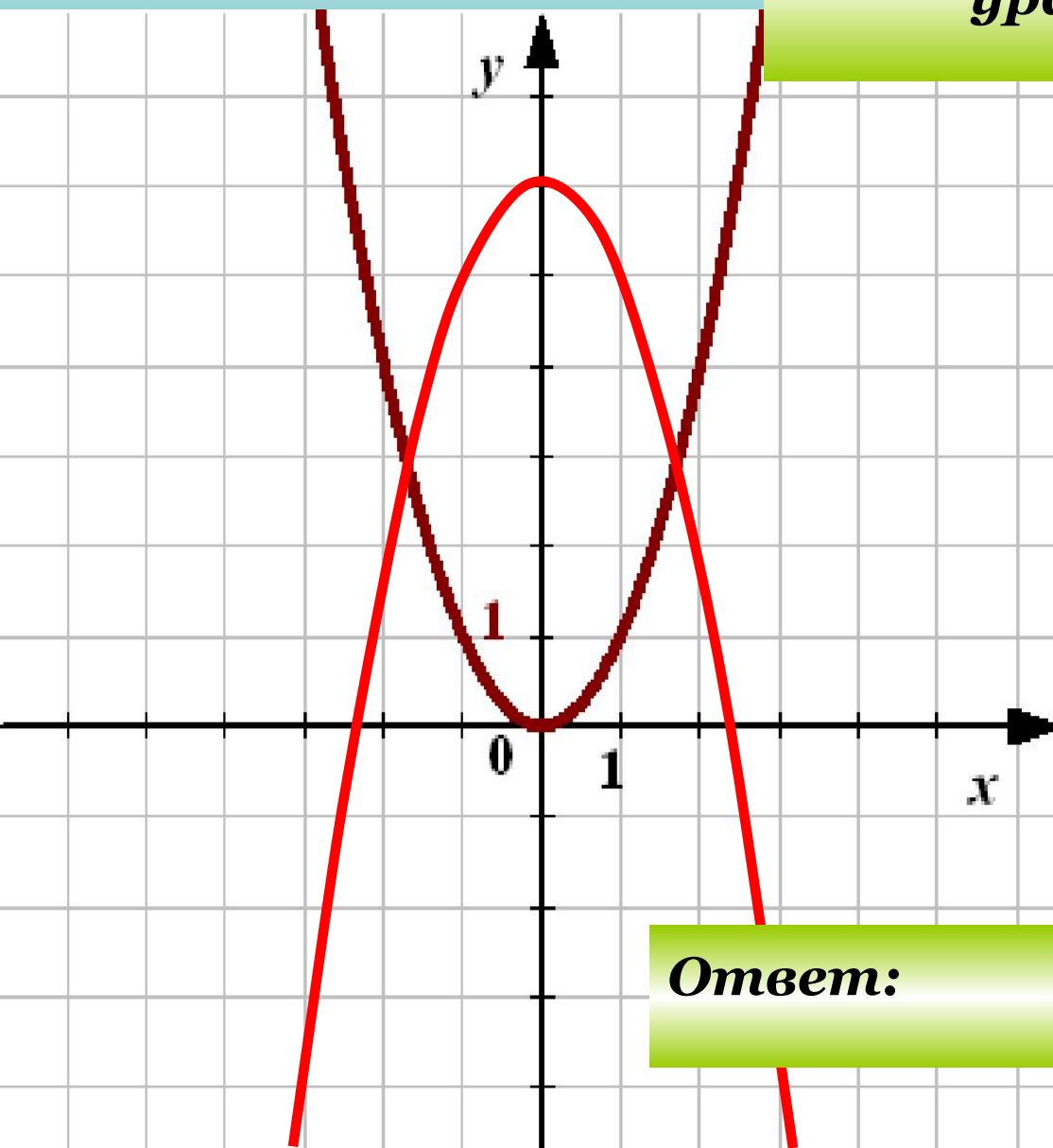


4. Указать количество корней уравнения
 $x^2+6x+8=(x+1)/(x-2)$



5.Задание.

Определите, какое уравнение решено:



$$y = x^2$$

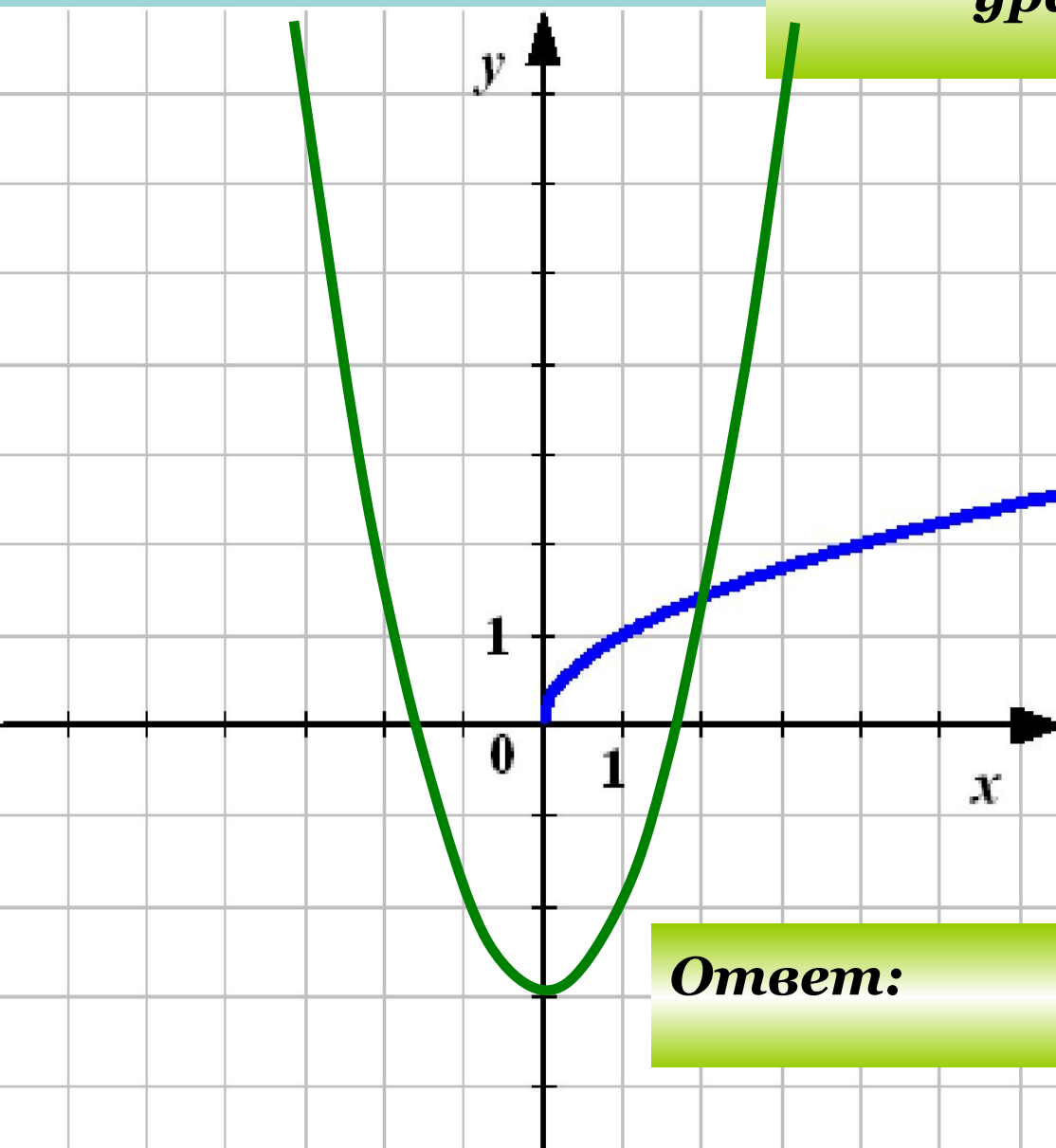
$$y = -x^2 + 6$$

Ответ:

$$x^2 = -x^2 + 6$$

6.Задание.

Определите, какое уравнение решено:



$$y = \sqrt{x}$$

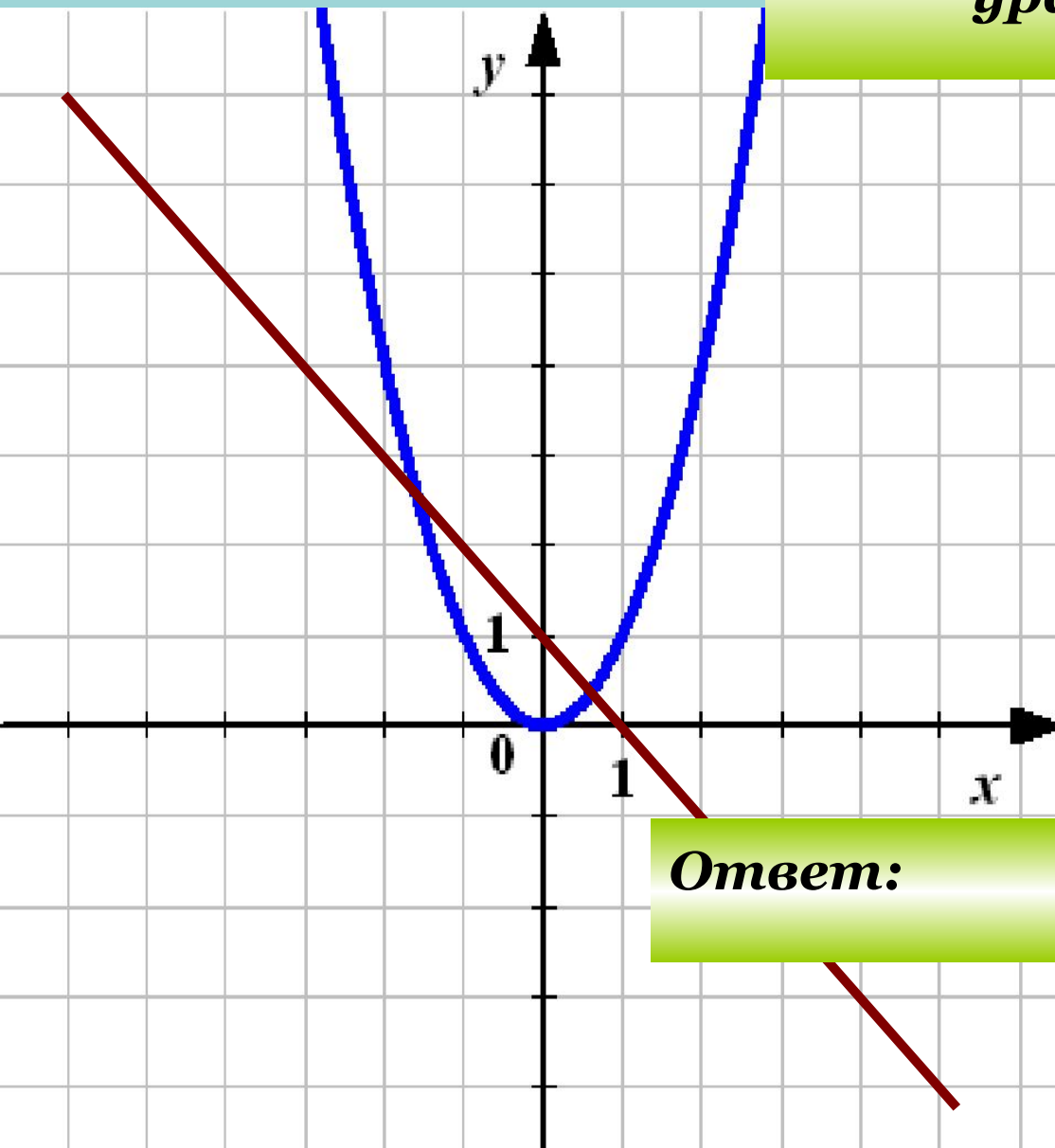
$$y = x^2 - 3$$

Ответ:

$$\sqrt{x} = x^2 - 3$$

7.Задание.

Определите, какое уравнение решено:



$$y = x^2$$

$$y = -x + 1$$

Ответ:

$$x^2 = -x + 1$$

$$x^2 + x - 1 = 0$$

8. Решим графически уравнение:

$$2x^2 + 3x - 2 = 0$$

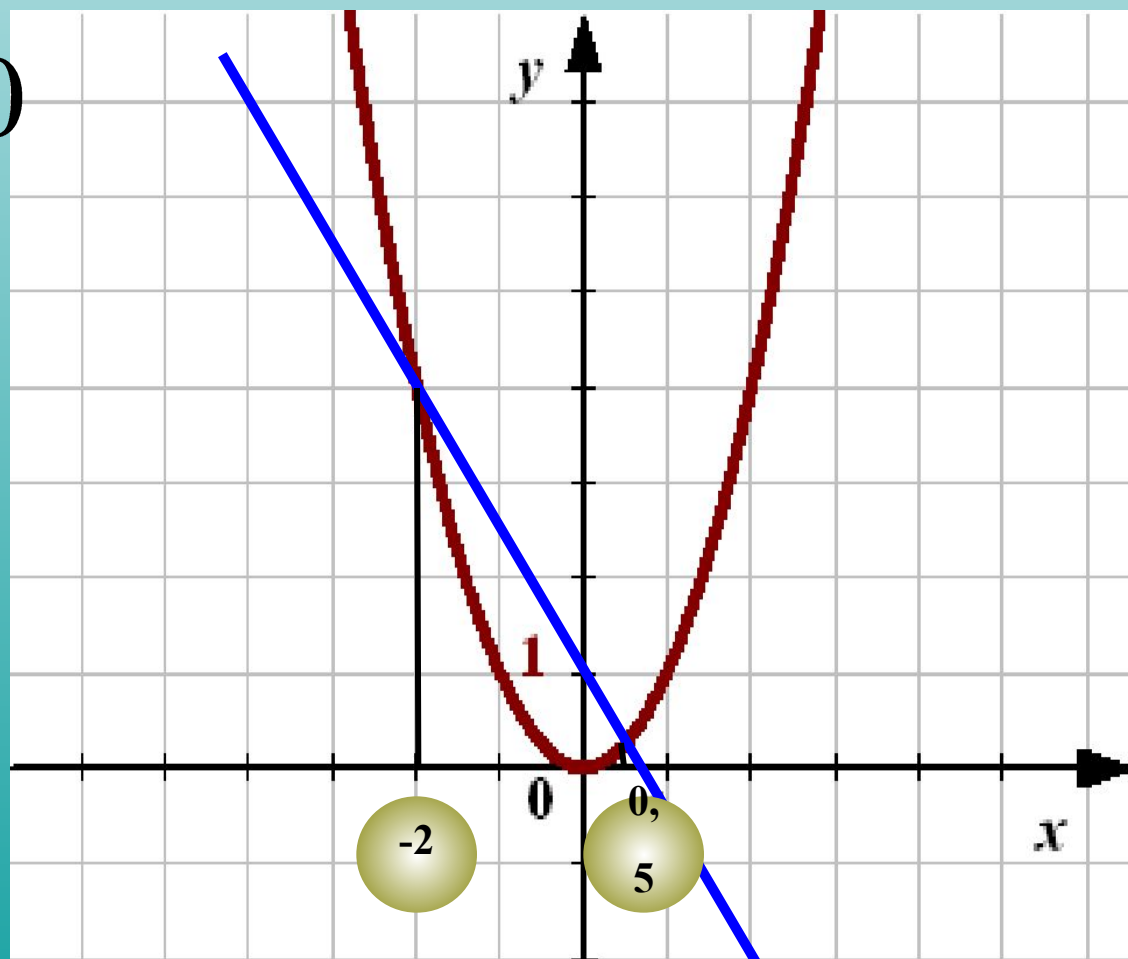
$$x^2 = -1,5x + 1$$

1. $y = x^2$

Парабола. Ветви вверх.

2. $y = -1,5x + 1$

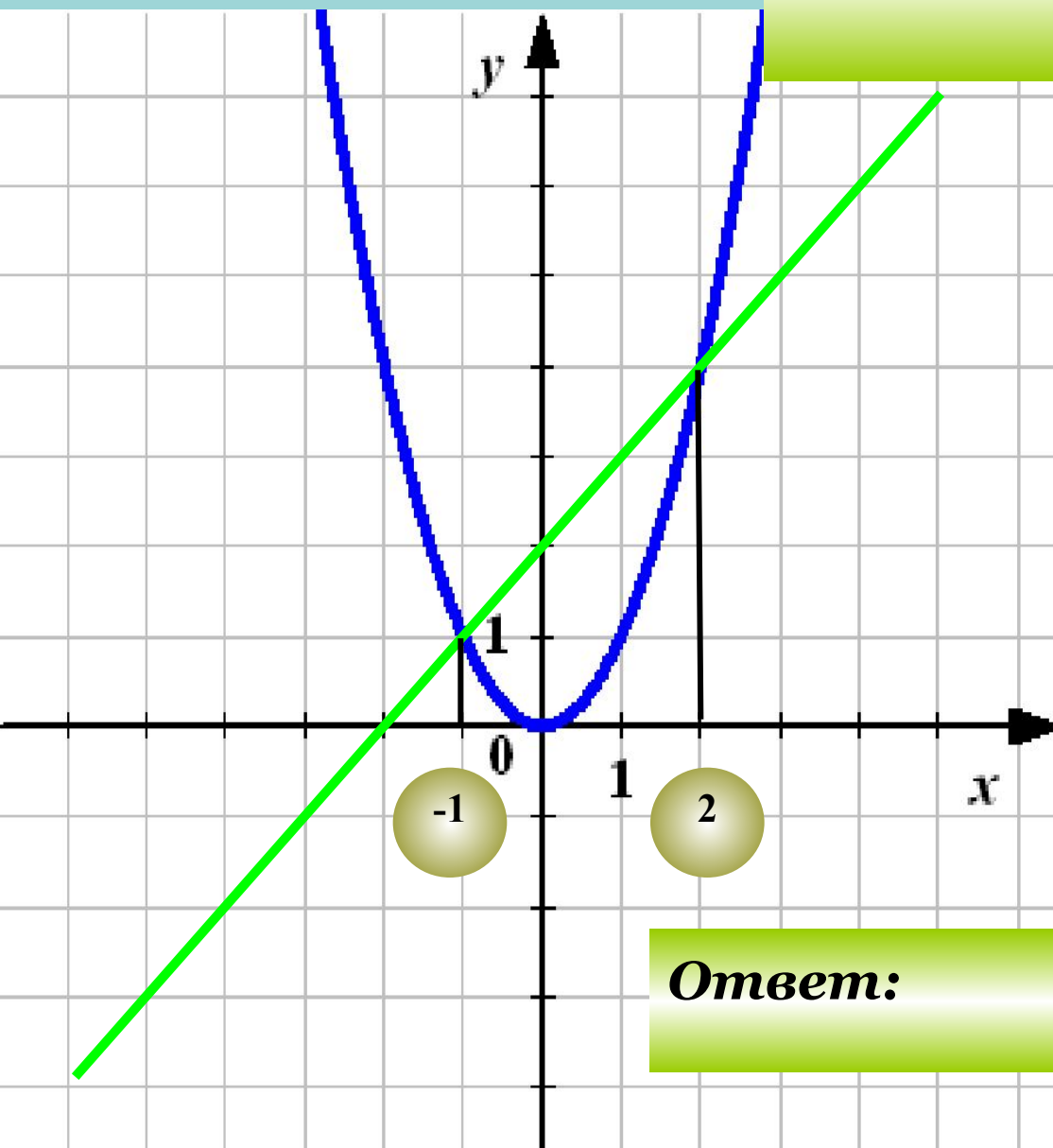
x	y
0	1
2	-2



Ответ: $x_1 = -2; x_2 = 0,5$

9. Задание.

**Решите графически
уравнение:**



$$x^2 - x - 2 = 0$$

$$y = x^2$$

$$y = x + 2$$

Ответ:

$$x_1 = -1; x_2 = 2$$

10.Задание.

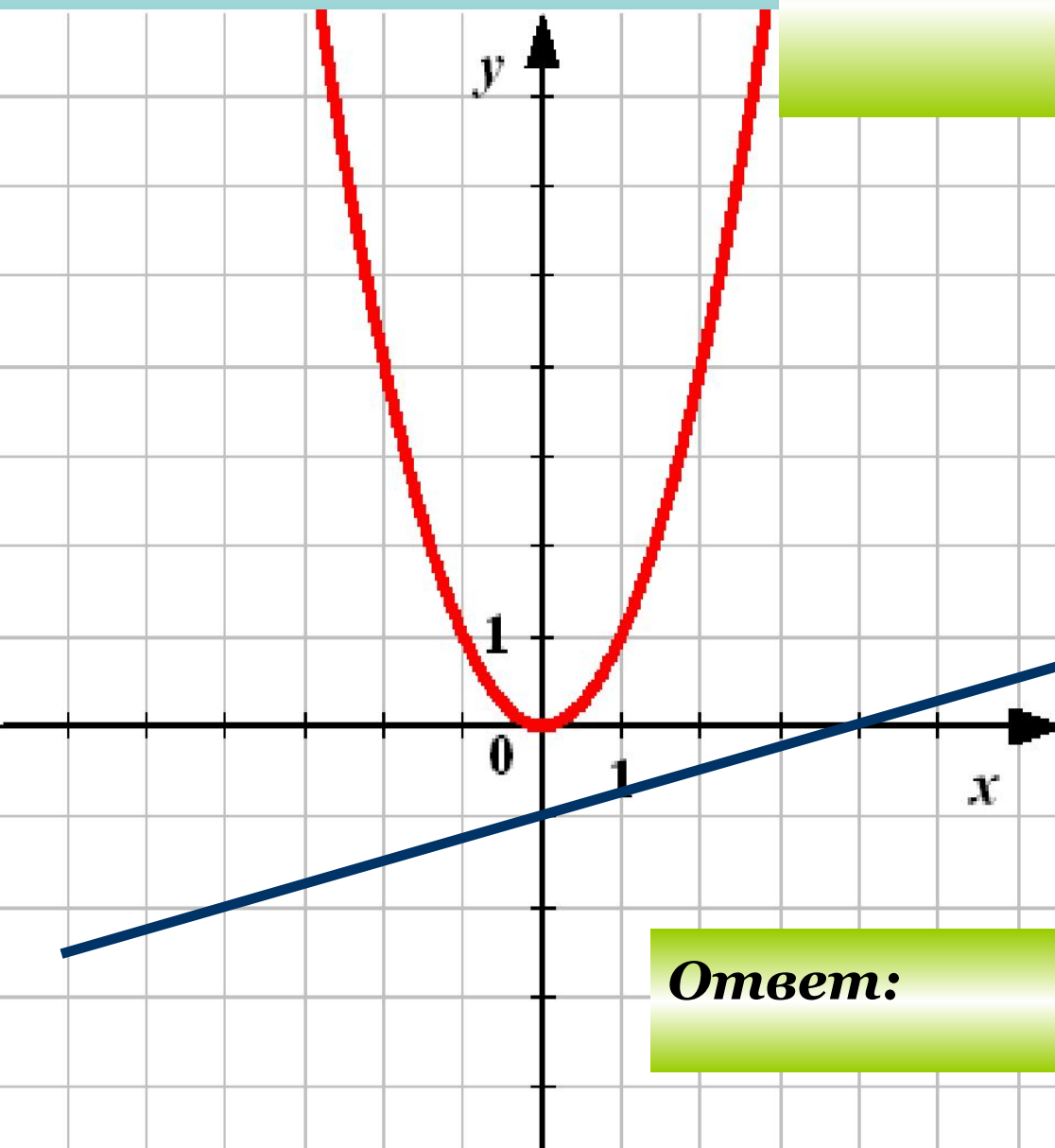
Решите графически

уравнение:

$$4x^2 - x + 4 = 0$$

$$y = x^2$$

$$y = 0,25x - 1$$



Ответ:

решения нет

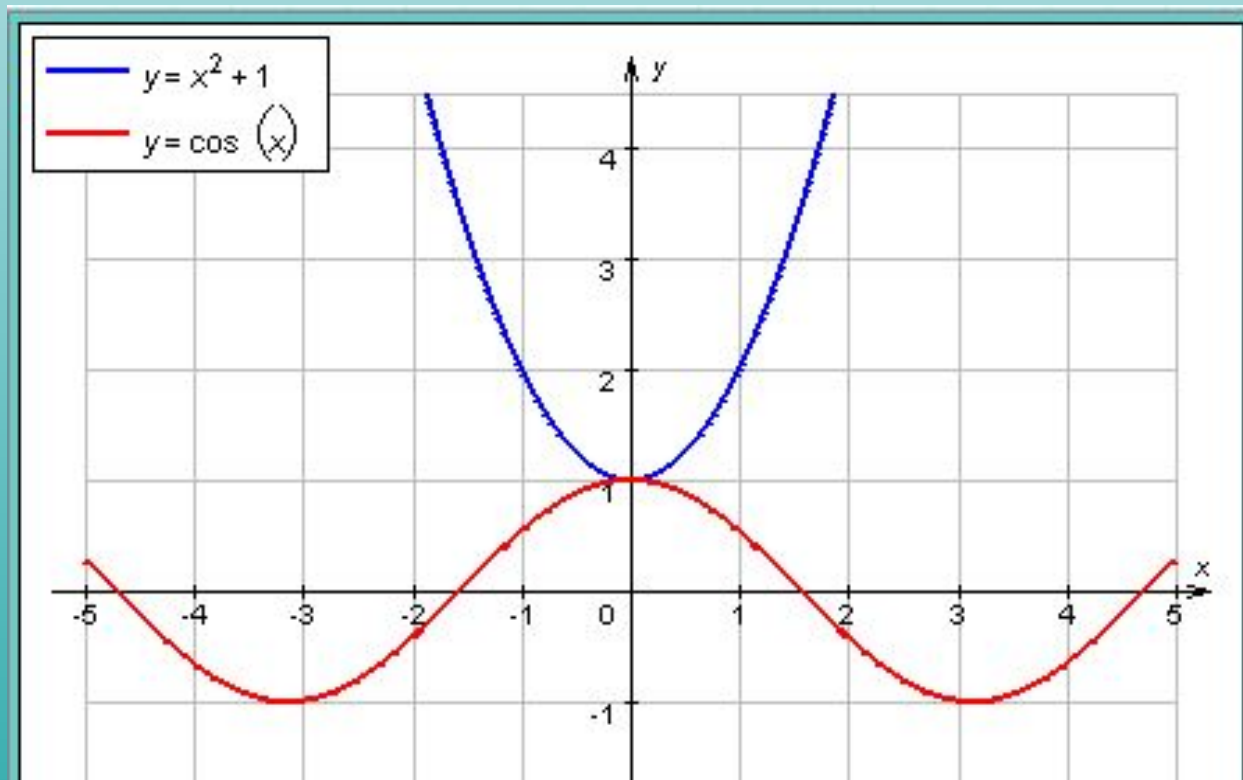
Графический метод



- *Построить графики функций $y=f(x)$ и $y=g(x)$ и найти точки их пересечения. Абсциссы точек пересечения и будут корнями уравнения.*
- **Пример 1.** *Решить уравнение:*

$$X^2 + 1 = \text{COS}(X)$$

РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЯ:



$$X^2 + 1 = \cos(X), X = 0.$$

Пример 2. Решить уравнение: $x^4 - 8x + 63 = 0$

- Большинство учащихся будут пытаться разложить левую часть на множители:

$$(x^2 - 4x + 7)(x^2 + 4x + 9) = 0$$

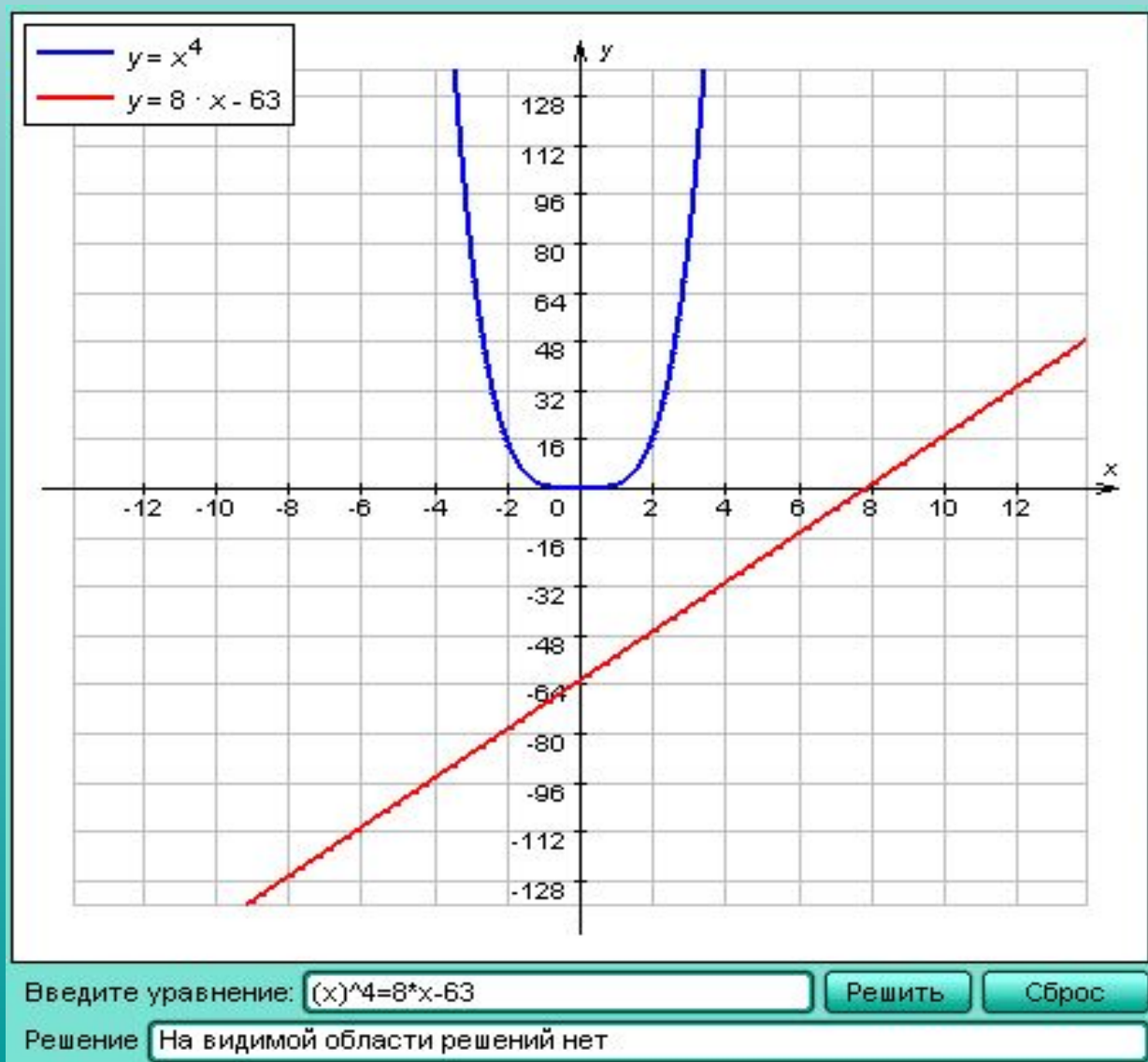
- Уравнения не имеют корней, значит, заданное уравнение не имеет корней.

$$x^2 - 4x + 7 = 0$$

$$x^2 + 4x + 9 = 0$$



Сделаем графическую прикидку:



Метод монотонности

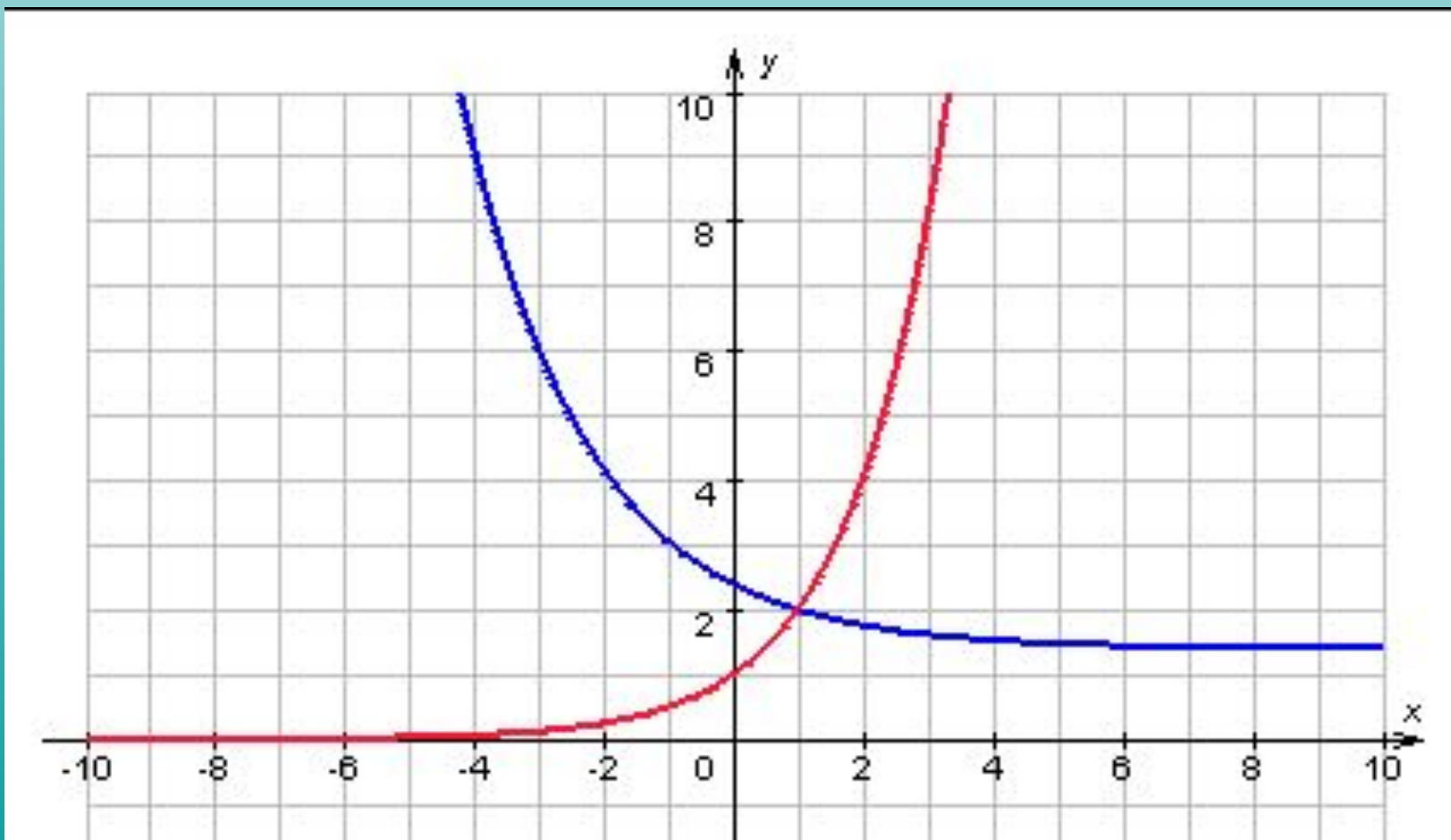


- Если одна из функций $y=f(x)$, $y=g(x)$ убывает, а другая возрастает на промежутке X , то на этом промежутке уравнение имеет не более одного корня.
- Пример 3.

$$\left(\frac{3}{5}\right)^x + \frac{7}{5} = 2^x$$



Графики функций $y=2^x$ и $y=(3/5)^x+7/5$ пересекаются в точке $x=1$





Пример 4. Решить уравнение

$$5^x + 12^x = 13^x$$

- Несложно заметить, что $x=2$ -корень уравнения. Но рассуждать также, как в предыдущем примере мы не можем: все составляющие $(5^x, 12^x, 13^x)$ имеют одинаковый характер монотонности-возрастают.

Разделим обе части уравнения на 12^x

- $(5/12)^x + 1 = (13/12)^x$
- $y = (5/12)^x + 1$ - функция убывающая
- $Y = (13/12)^x$ - функция возрастающая
- Уравнение имеет не более одного корня. $X = 2$
- Проверка: $5^2 + 12^2 = 13^2$ $25 + 144 = 169$
- Ответ: 2.



Метод ограничений



- Если на некотором промежутке наибольшее значение функции $f(x)$ равно числу A , а наименьшее значение функции $g(x)$ тоже равно A , то равенство $f(x)=g(x)$ возможно при их одновременном равенстве A .
- **Пример 5.** Решить уравнение:

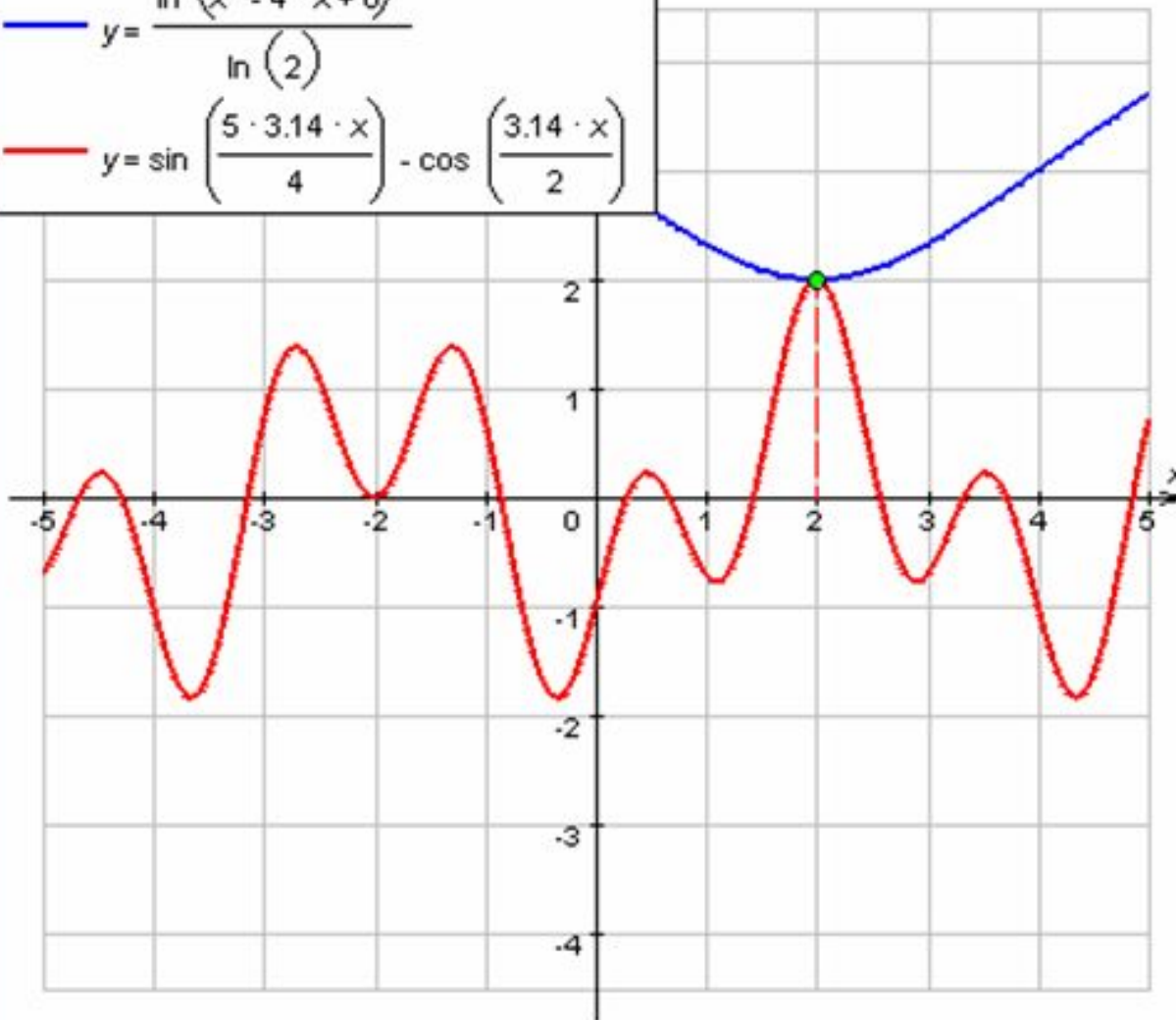
$$\log_2(x^2 - 4x + 8) = \sin \frac{5\pi x}{4} - \cos \frac{\pi x}{2}$$



РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЯ:

$$y = \frac{\ln(x^2 - 4 \cdot x + 8)}{\ln(2)}$$

$$y = \sin\left(\frac{5 \cdot 3.14 \cdot x}{4}\right) - \cos\left(\frac{3.14 \cdot x}{2}\right)$$



Введите уравнение:

Решить

Сброс

Решение

$$\log_2(x^2 - 4x + 8) = \sin \frac{5\pi x}{4} - \cos \frac{\pi x}{2}$$

- $Y = \log_2 p$ - функция непрерывная монотонно возрастающая, принимает наименьшее значение при наименьшем значении p ;
- $p = x^2 - 4x + 8$ принимает наименьшее значение в вершине $x_0 = 4/2 = 2$; $y_0 = 4 - 8 + 8 = 4$; $y_{\text{наим}} = \log_2 4 = 2$ $y \geq 2$
- $g = \sin \frac{5\pi x}{4} - \cos \frac{\pi x}{2}$
- $g_{\text{наиб}} = 2$
- Равенство левой и правой части возможно при их одновременном равенстве 2, т.е. при $x = 2$
- Проверка: $\log_2(4 - 8 + 8) = \sin(10\pi/4) - \cos(\pi) = 2$





Решить уравнения:

• №1742,а) $\sin\left(\frac{5\pi x}{4}\right) = x^2 - 4x + 5$

• №1740,а) $1 + x^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^{|x|}$

ДОП.1. На рисунке изображён график производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-1; 7)$.

Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции $y = f(x)$ параллельна прямой $y = 3x - 5$

или совпадает с ней.

Решение:

$$f'(x) = k = 3.$$

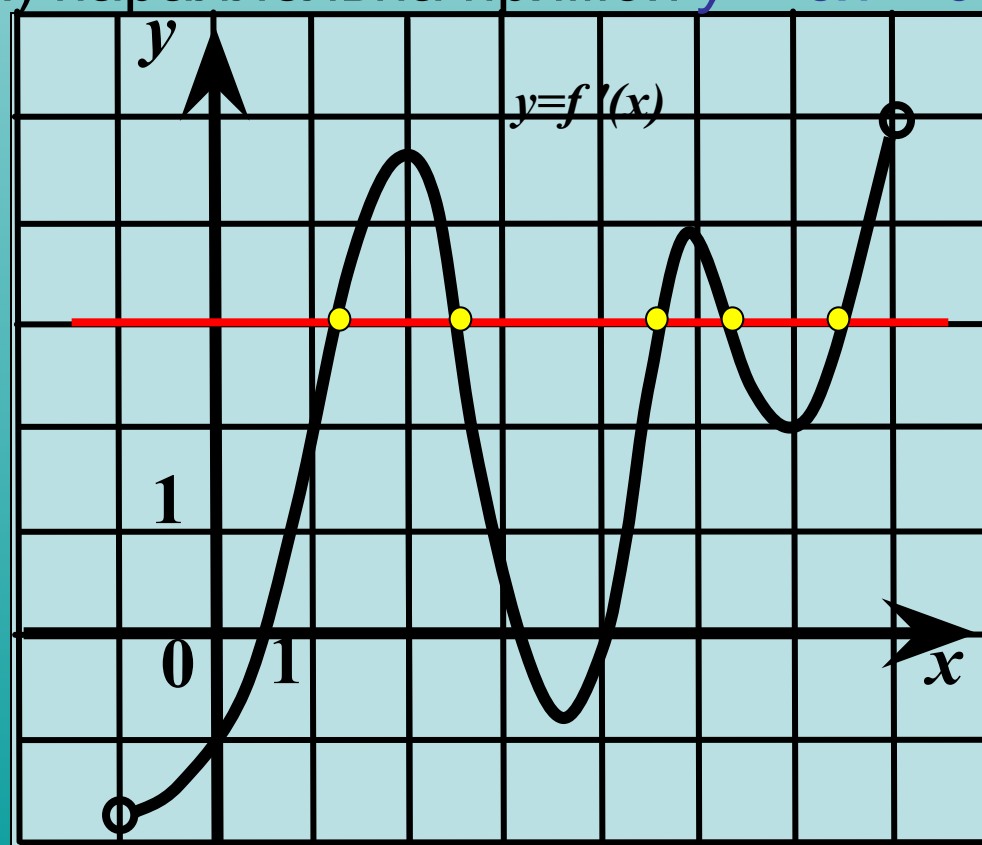
Проводим прямую

$$y = 3$$

и находим

точки пересечения с

Ответ: 5 точек.



ДОП.2. Найдите все значения p , при каждом из которых найдётся q такое, что система имеет единственное

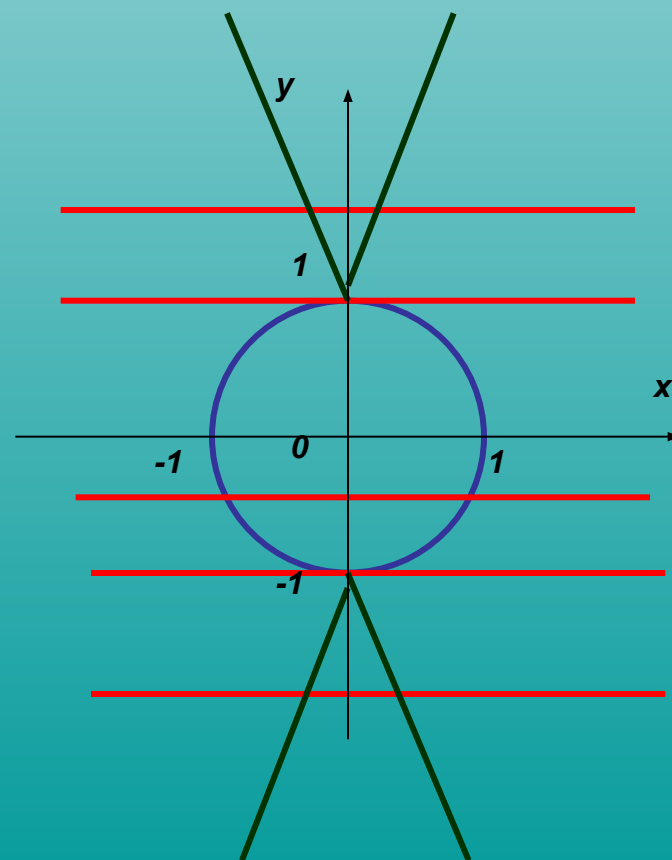
решение:
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ y = q|x| + p \end{cases}$$



Решение:

Графиком функции $x^2 + y^2 = 1$ является окружность с центром $(0; 0)$ и $R = 1$.

- 1) $q = 0, y = p; p = 1$ или $p = -1$.
- 2) $q > 0, y = q|x| + p; p = 1$.



3) $q \leq 0, y = q|x| + p; p = -1$

Литература:



- УМК Алгебра и начала анализа 10-11кл /А.Г.Мордкович/
- Журнал «Математика для школьников №4, 2005г.»
- Журнал «Математика в школе №7, 2004г.»
- ЦОР «Открытая математика»(модель 2.17; Графёр)



Спасибо за внимание!

