

ТРИГОНОМЕТРИЯ В
ОКРУЖАЮЩЕМ НАС
МИРЕ И ЖИЗНИ
ЧЕЛОВЕКА"

ПОЧЕМУ ЗНАНИЯ
ТРИГОНОМЕТРИИ
НЕОБХОДИМЫ ДЛЯ
СОВРЕМЕННОГО
ЧЕЛОВЕКА?

Цели исследования:
Связь тригонометрии с
реальной жизнью.

ПРОБЛЕМНЫЙ ВОПРОС

1. КАКИЕ ПОНЯТИЯ

ТРИГОНОМЕТРИИ ЧАЩЕ ВСЕГО
ИСПОЛЬЗУЮТСЯ В РЕАЛЬНОЙ
ЖИЗНИ?

2. КАКУЮ РОЛЬ ИГРАЕТ

ТРИГОНОМЕТРИЯ В АСТРОНОМИИ,
ФИЗИКЕ, БИОЛОГИИ И МЕДИЦИНЕ?

3. КАК СВЯЗАНЫ АРХИТЕКТУРА,
МУЗЫКА И ТРИГОНОМЕТРИЯ?

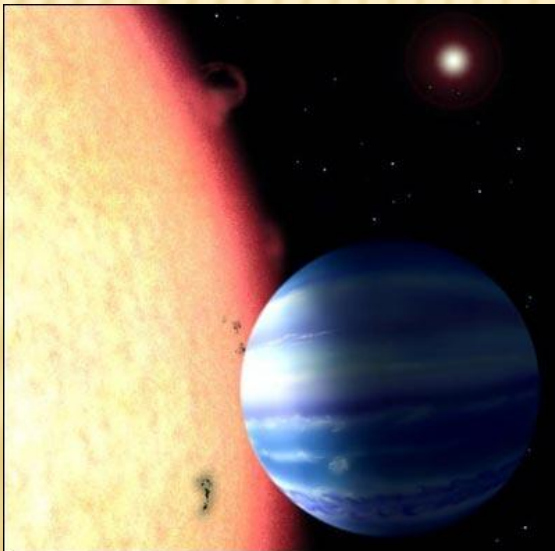
ГИПОТЕЗА

Большинство физических явлений природы, физиологических процессов, закономерностей в музыке и искусстве можно описать с помощью тригонометрии и тригонометрических функций.

Что такое тригонометрия???

Тригонометрия (от греч. *trigonon* – треугольник, *metro* – метрия) – микрораздел математики, в котором изучаются зависимости между величинами углов и длинами сторон треугольников, а также алгебраические тождества тригонометрических функций.

Зачатки тригонометрических познаний зародились в древности. На раннем этапе тригонометрия развивалась в тесной связи с астрономией и являлась ее вспомогательным разделом.



ИСТОРИЯ ТРИГОНОМЕТРИИ

Истоки тригонометрии берут начало в древнем Египте, Вавилонии и долине Инда более 3000 лет назад.

Слово тригонометрия впервые встречается в 1505 году в заглавии книги немецкого математика Питискуса.

Впервые способы решения треугольников, основанные на зависимостях между сторонами и углами треугольника, были найдены древнегреческими астрономами Гиппархом и Птолемеем.

Древние люди вычисляли высоту дерева, сравнивая длину его тени с длиной тени от шеста, высота которого была известна.



По звездам вычисляли местонахождение корабля в море.



Следующий шаг в развитии тригонометрии был сделан индийцами в период с V по XII в.

Сам термин косинус появился значительно позднее в работах европейских ученых впервые в конце XVI в. из так называемого «синуса дополнения», т.е. синуса угла, дополняющего данный угол до 90° . «Синус дополнения» или (по латыни) *sinus complementi* стали сокращенно записывать как *sinus co* или *co-sinus*.

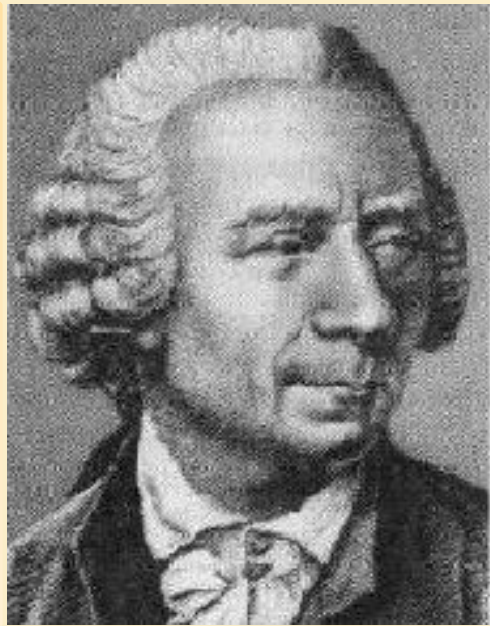


В XVII – XIX вв. тригонометрия становится одной из глав математического анализа. Она находит большое применение в механике, физике и технике, особенно при изучении колебательных движений и других периодических процессов.



Жан Фурье

Доказал, что всякое периодическое движение может быть представлено (с любой степенью точности) в виде суммы простых гармонических колебаний.

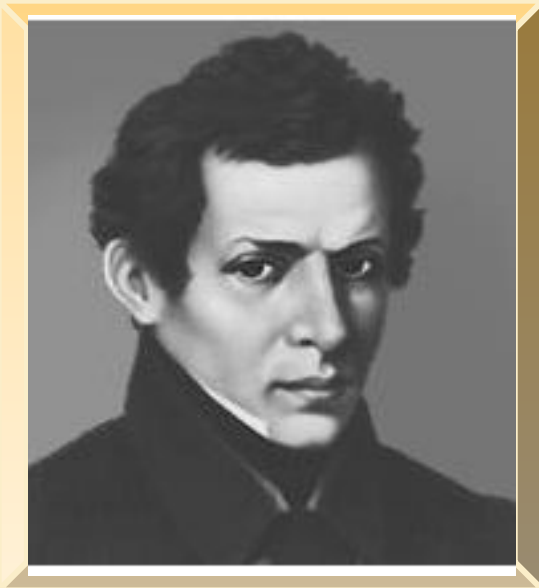


Основоположник аналитической
теории
тригонометрических функций.

Леонард Эйлер

10784.36
5 × 9 = 1
2.719372

Разрабатывает учение
о тригонометрических функциях
любого аргумента.



В XIX веке продолжил развитие теории тригонометрических функций.

Н.И.Лобачевский

« Геометрические рассмотрения,- пишет Лобачевский,- необходимы до тех пор в начале тригонометрии, покуда они не послужат к открытию отличительного свойства тригонометрических функций... Отсюда делается тригонометрия совершенно независимой от геометрии и имеет все достоинства анализа».

Стадии развития тригонометрии:

- Тригонометрия была вызвана к жизни необходимостью производить измерения углов.
- Первыми шагами тригонометрии было установление связей между величиной угла и отношением специально построенных отрезков прямых. Результат - возможность решать плоские треугольники.
- Необходимость табулировать значения вводимых тригонометрических функций.
- Тригонометрические функции превращались в самостоятельные объекты исследований.
- В XVIII в. тригонометрические функции были включены в систему математического анализа.

ГДЕ ПРИМЕНЯЕТСЯ ТРИГОНОМЕТРИЯ

Тригонометрические вычисления применяются практически во всех сферах жизнедеятельности людей. Следует отметить применение в таких областях как: астрономия, физика, природа, биология, музыка, медицина и многие другие.



ТРИГОНОМЕТРИЯ В АСТРОНОМИИ

Потребность в решении треугольников раньше всего обнаружилась в астрономии; поэтому, в течение долгого времени тригонометрия развивалась и изучалась как один из разделов астрономии.

Значительных высот достигла тригонометрия и у индийских средневековых астрономов.

Главным достижением индийских астрономов стала замена хорд синусами, что позволило вводить различные функции, связанные со сторонами и углами прямоугольного треугольника. Таким образом, в Индии было положено начало тригонометрии как учению о тригонометрических величинах.



ТАБЛИЦЫ ПОЛОЖЕНИЙ СОЛНЦА И ЛУНЫ ПОЗВОЛИЛИ ПРЕДВЫЧИСЛЯТЬ МОМЕНТЫ НАСТУПЛЕНИЯ ЗАТМЕНИЙ (С ОШИБКОЙ 1—2 Ч). ГИППАРХ ВПЕРВЫЕ СТАЛ ИСПОЛЬЗОВАТЬ В АСТРОНОМИИ МЕТОДЫ СФЕРИЧЕСКОЙ ТРИГОНОМЕТРИИ. ОН ПОВЫСИЛ ТОЧНОСТЬ НАБЛЮДЕНИЙ, ПРИМЕНИВ ДЛЯ НАВЕДЕНИЯ НА СВЕТИЛО КРЕСТ НИТЕЙ В УГЛОМЕРНЫХ ИНСТРУМЕНТАХ — СЕКСТАНТАХ И КВАДРАНТАХ. УЧЕНЫЙ СОСТАВИЛ ОГРОМНЫЙ ПО ТЕМ ВРЕМЕНАМ КАТАЛОГ ПОЛОЖЕНИЙ 850 ЗВЕЗД, РАЗДЕЛИВ ИХ ПО БЛЕСКУ НА 6 СТЕПЕНЕЙ (ЗВЕЗДНЫХ ВЕЛИЧИН). ГИППАРХ ВВЕЛ ГЕОГРАФИЧЕСКИЕ КООРДИНАТЫ — ШИРОТУ И ДОЛГОТУ, И ЕГО МОЖНО СЧИТАТЬ ОСНОВАТЕЛЕМ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ

Гиппарх



ДОСТИЖЕНИЯ ВИЕТА В ТРИГОНОМЕТРИИ

ПОЛНОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ ВСЕХ ЭЛЕМЕНТОВ ПЛОСКОГО ИЛИ СФЕРИЧЕСКОГО ТРЕУГОЛЬНИКОВ ПО ТРЕМ ДАННЫМ ЭЛЕМЕНТАМ, ВАЖНЫЕ РАЗЛОЖЕНИЯ $\sin px$ И $\cos px$ ПО СТЕПЕНЯМ $\cos x$ И $\sin x$. ЗНАНИЕ ФОРМУЛЫ СИНУСОВ И КОСИНУСОВ КРАТНЫХ ДУГ ДАЛО ВОЗМОЖНОСТЬ ВИЕТУ РЕШИТЬ УРАВНЕНИЕ 45-Й СТЕПЕНИ, ПРЕДЛОЖЕННОЕ МАТЕМАТИКОМ А. РООМЕНОМ; ВИЕТ ПОКАЗАЛ, ЧТО РЕШЕНИЕ ЭТОГО УРАВНЕНИЯ СВОДИТСЯ К РАЗДЕЛЕНИЮ УГЛА НА 45 РАВНЫХ ЧАСТЕЙ И ЧТО СУЩЕСТВУЮТ 23 ПОЛОЖИТЕЛЬНЫХ КОРНЯ ЭТОГО УРАВНЕНИЯ. ВИЕТ РЕШИЛ ЗАДАЧУ АПОЛЛОНИЯ С ПОМОЩЬЮ ЛИНЕЙКИ И ЦИРКУЛЯ.

РЕШЕНИЕ СФЕРИЧЕСКИХ ТРЕУГОЛЬНИКОВ - ОДНА ИЗ ЗАДАЧ АСТРОНОМИИ ВЫЧИСЛЯТЬ СТОРОНЫ И УГЛЫ ЛЮБОГО СФЕРИЧЕСКОГО ТРЕУГОЛЬНИКА ПО ТРЕМ ПОДХОДЯЩИМ ОБРАЗОМ ЗАДАННЫМ СТОРОНАМ ИЛИ УГЛАМ ПОЗВОЛЯЮТ СЛЕДУЮЩИЕ ТЕОРЕМЫ: (ТЕОРЕМА СИНУСОВ) (ТЕОРЕМА КОСИНУСОВ ДЛЯ УГЛОВ) (ТЕОРЕМА КОСИНУСОВ ДЛЯ СТОРОН)

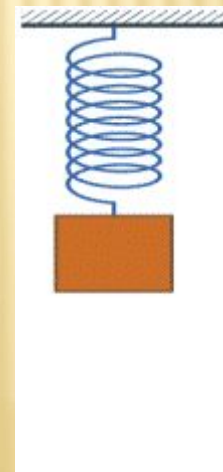


ТРИГОНОМЕТРИЯ В ФИЗИКЕ

В окружающем нас мире приходится сталкиваться с периодическими процессами, которые повторяются через одинаковые промежутки времени. Эти процессы называются колебательными. Колебательные явления различной физической природы подчиняются общим закономерностям и описываются одинаковыми уравнениями. Существуют разные **виды колебательных явлений, например:**



Гармонические колебания



Механические колебания

Гармонические колебания

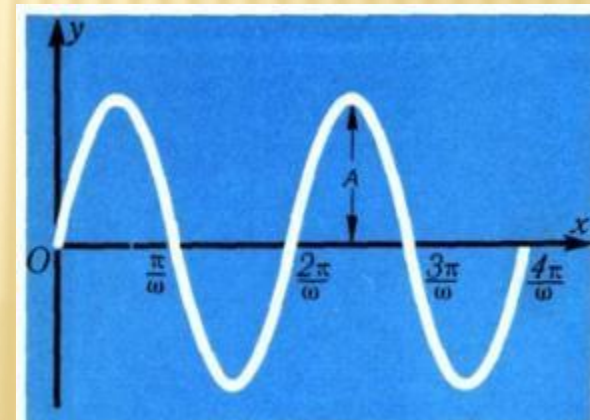
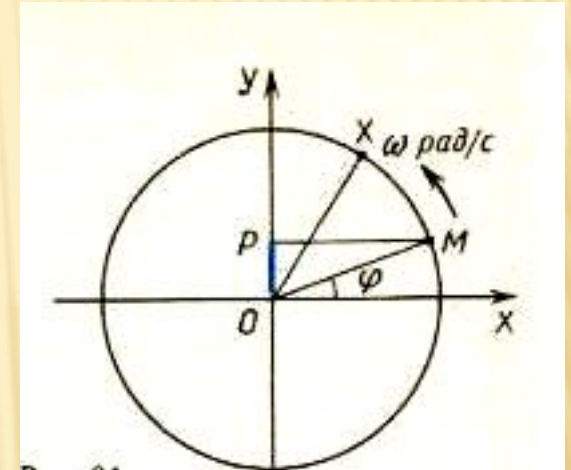
Гармоническое колебание — явление периодического изменения какой-либо величины, при котором зависимость от аргумента имеет характер функции синуса или косинуса. Например, гармонически колеблется величина, изменяющаяся во времени следующим образом:

$$x(t) = A \sin(\omega t + \varphi)$$

или $x(t) = A \cos(\omega t + \varphi)$

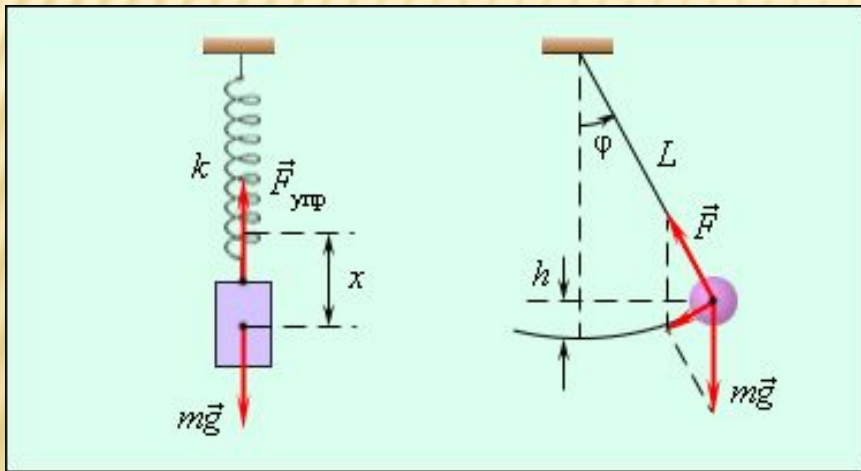
Где x — значение изменяющейся величины, t — время, A — амплитуда колебаний, ω — циклическая частота колебаний, $(\omega t + \varphi)$ — полная фаза колебаний, φ — начальная фаза колебаний.

Обобщенное гармоническое колебание в дифференциальном виде $x'' + \omega^2 x = 0$.



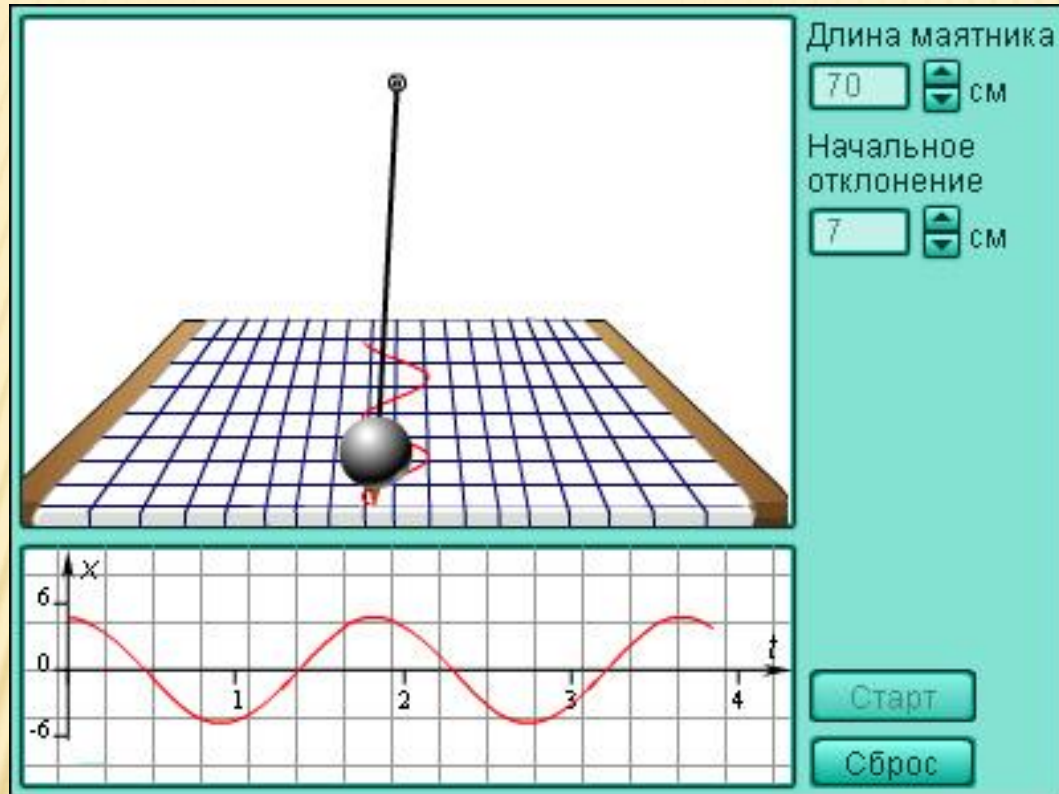
МЕХАНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ

Механическими колебаниями называют движения тел, повторяющиеся точно через одинаковые промежутки времени. Графическое изображение этой функции дает наглядное представление о протекании колебательного процесса во времени.



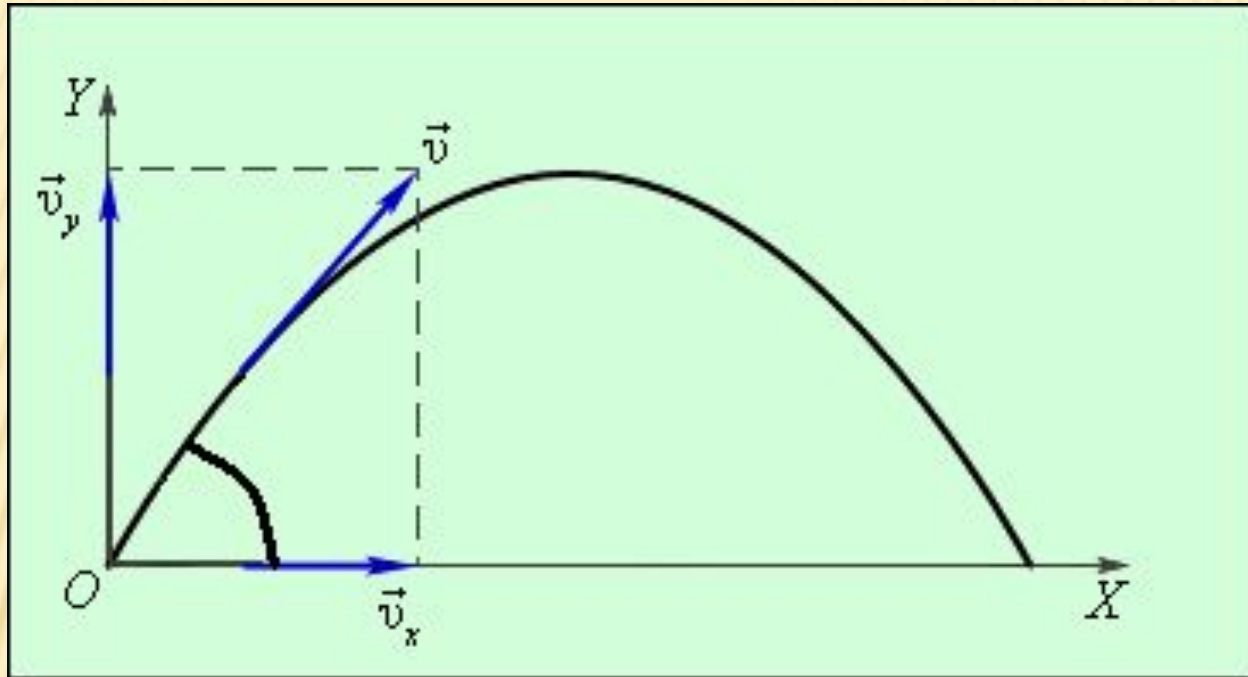
Примерами простых механических колебательных систем могут служить груз на пружине или математический маятник.

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ МАЯТНИК



На рисунке изображены колебания маятника, он движется по кривой, называемой косинусом.

ТРАЕКТОРИЯ ПУЛИ И ПРОЕКЦИИ ВЕКТОРОВ НА ОСИ X И Y



Из рисунка видно, что проекции векторов на оси X и Y соответственно равны

$$v_x = v_0 \cos \alpha$$

$$v_y = v_0 \sin \alpha$$

Тригонометрия в природе

Мы часто задаем вопрос «Почему мы иногда видим то, чего нет на самом деле?». Для исследования предложены следующие вопросы: «Как возникает радуга? Северное сияние?», «Что такое оптические иллюзии?» , «Как тригонометрия может помочь найти ответы на эти вопросы?».



ОПТИЧЕСКИЕ ИЛЛЮЗИИ

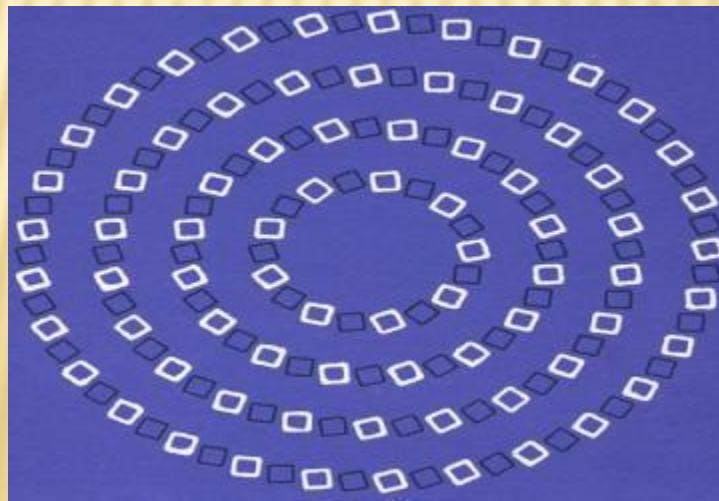
искусственные



естественные



смешанные



ТЕОРИЯ РАДУГИ



Впервые теория радуги была дана в 1637 году Рене Декартом. Он объяснил радугу, как явление, связанное с отражением и преломлением света в дождевых каплях.



Радуга возникает из-за того, что солнечный свет испытывает преломление в капельках воды, взвешенных в воздухе по закону преломления:

$$\sin \alpha / \sin \beta = n_1 / n_2$$

где $n_1 = 1$, $n_2 \approx 1,33$ – соответственно показатели преломления воздуха и воды, α – угол падения, а β – угол преломления света.

СЕВЕРНОЕ СИЯНИЕ

Проникновение в верхние слои атмосферы планет заряженных частиц солнечного ветра определяется взаимодействием магнитного поля планеты с солнечным ветром.

Сила, действующая на движущуюся в магнитном поле заряженную частицу называется силой Лоренца. Она пропорциональна заряду частицы и векторному произведению поля и скорости движения частицы.

$$F = q [\mathbf{v} \times \mathbf{B}] = qvB \sin \alpha$$



МНОГОФУНКЦИОНАЛЬНАЯ ТРИГОНОМЕТРИЯ

- Американские ученые утверждают, что мозг оценивает расстояние до объектов, измеряя угол между плоскостью земли и плоскостью зрения.
- К тому же в биологии используется такое понятие как синус сонный, синус каротидный и венозный или пещеристый синус.
- Тригонометрия играет важную роль в медицине. С ее помощью иранские ученые открыли формулу сердца - комплексное алгебраически-тригонометрическое равенство, состоящее из 8 выражений, 32 коэффициентов и 33 основных параметров, включая несколько дополнительных для расчетов в случаях аритмии.

ТРИГОНОМЕТРИЯ И ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ В МЕДИЦИНЕ И БИОЛОГИИ.

- Одно из **фундаментальных свойств** живой природы - это цикличность большинства происходящих в ней процессов.
- **Биологические ритмы, биоритмы** – это более или менее регулярные изменения характера и интенсивности биологических процессов.
- **Основной земной ритм** – суточный.
- Модель биоритмов можно построить с помощью тригонометрических функций.

ТРИГОНОМЕТРИЯ В БИОЛОГИИ

Какие биологические процессы связаны с тригонометрией?

- **Тригонометрия играет важную роль в медицине. С ее помощью иранские ученые открыли формулу сердца - комплексное алгебраически-тригонометрическое равенство, состоящее из 8 выражений, 32 коэффициентов и 33 основных параметров, включая несколько дополнительных для расчетов в случаях аритмии.**
- **Биологические ритмы, биоритмы связаны с тригонометрией.**

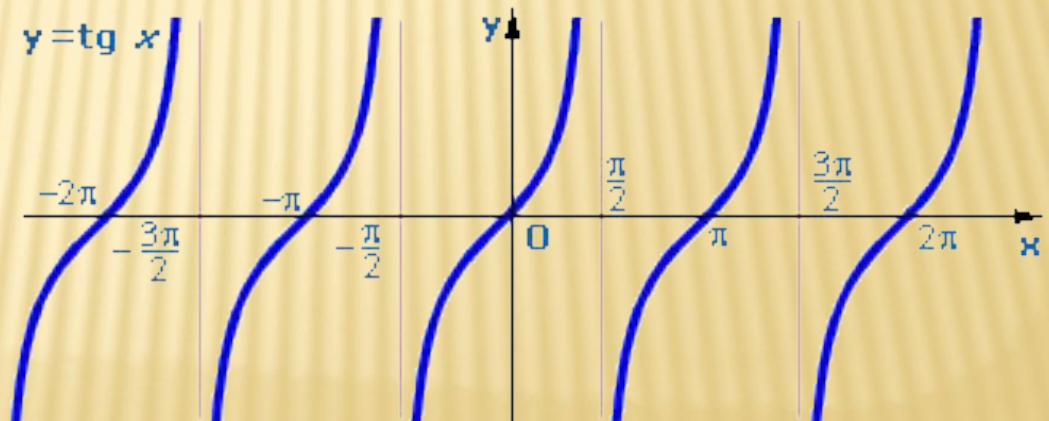
СВЯЗЬ БИОРИТМОВ С ТРИГОНОМЕТРИЕЙ

- Модель биоритмов можно построить с помощью графиков тригонометрических функций.
- Для этого необходимо ввести дату рождения человека (день, месяц, год) и длительность прогноза.

Тригонометрия в биологии



Движение рыб в воде происходит по закону синуса или косинуса, если зафиксировать точку на хвосте, а потом рассмотреть траекторию движения. При плавании тело рыбы принимает форму кривой, которая напоминает график функции $y = \text{tg} x$.



При полёте птицы траектория взмаха крыльев образует синусоиду.

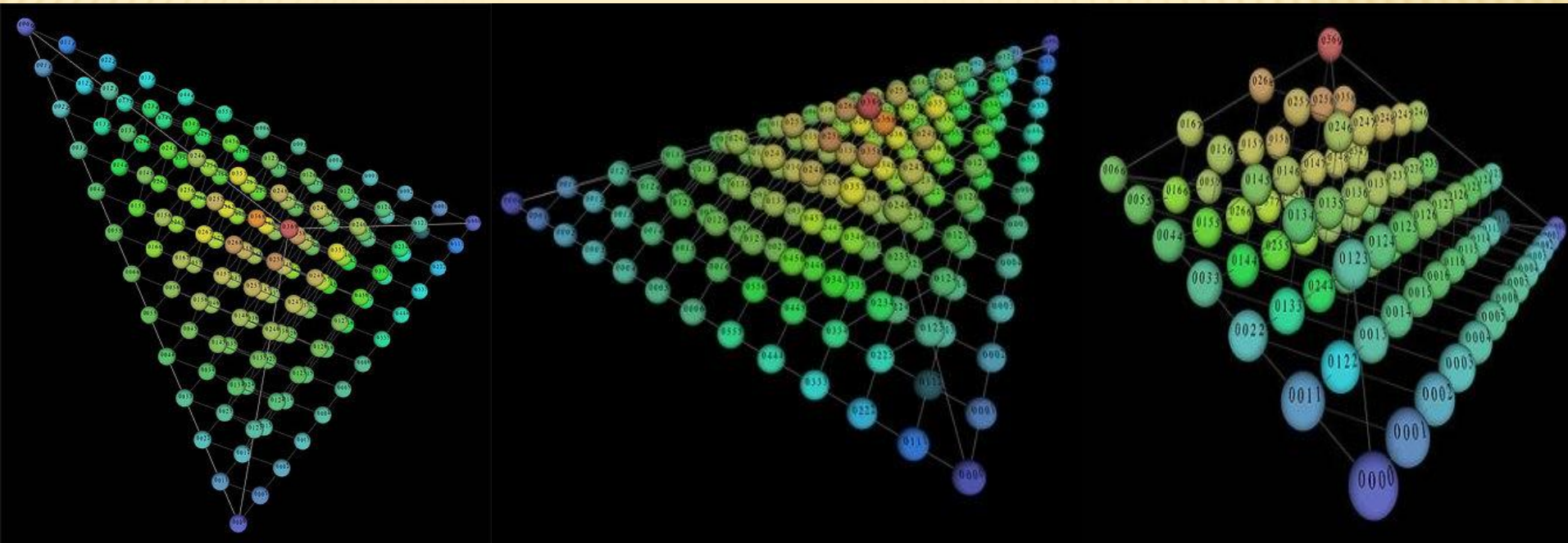


ВОЗНИКНОВЕНИЕ МУЗЫКАЛЬНОЙ ГАРМОНИИ

- Согласно дошедшим из древности преданиям, первыми, кто попытался сделать это, были Пифагор и его ученики.
- Частоты, соответствующие одной и той же ноте в первой, второй и т.д. октавах, относятся, как 1:2:4:8...
- диатоническая гамма 2:3:5



У МУЗЫКИ ЕСТЬ СВОЯ ГЕОМЕТРИЯ



Тетраэдр из различных типов аккордов четырех звуков:

синий – малые интервалы;

более теплые тона - более «разряженные» звуки аккорда;

красная сфера- наиболее гармоничный аккорд с равными интервалами между нотами.

$$\cos^2 C + \sin^2 C = 1$$

AC – расстояние от верха статуи до глаз человека,

AH – высота статуи,

sin C - синус угла падения взгляда.

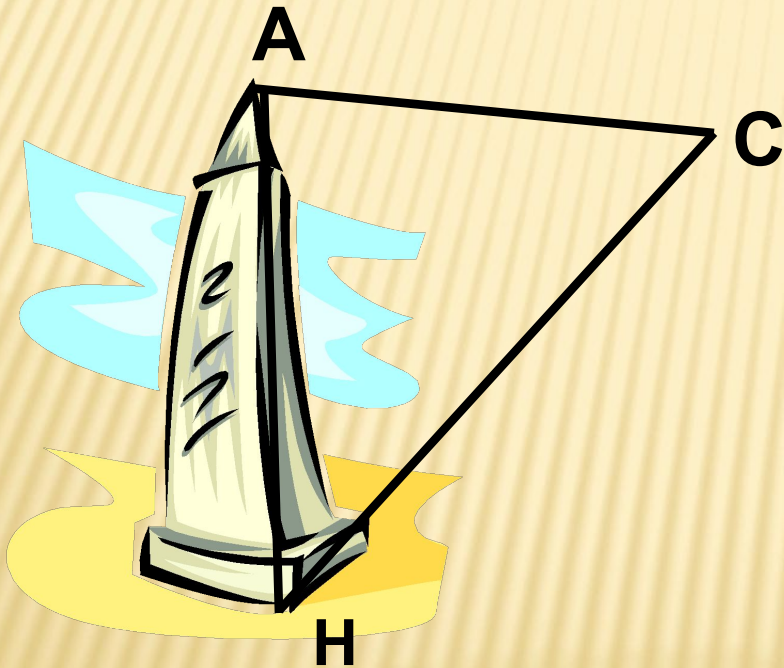


РИС. 1

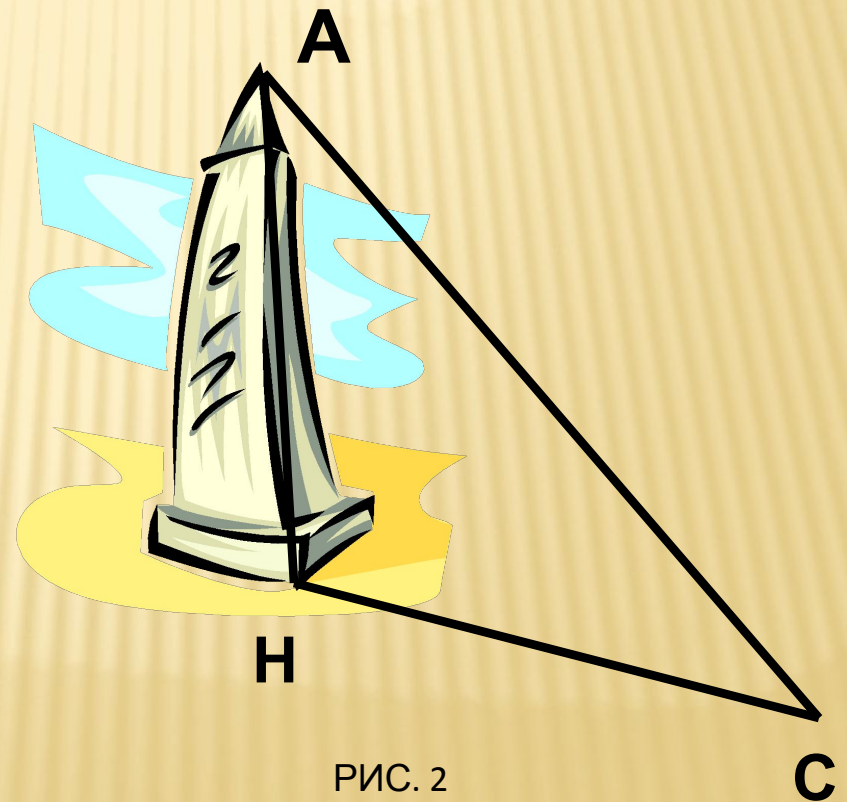


РИС. 2

Тригонометрия в архитектуре

ДЕТСКАЯ ШКОЛА ГАУДИ В

БАРСЕЛОНЕ

$$z = kx \sin \frac{y}{a}$$



СТРАХОВАЯ КОРПОРАЦИЯ SWISS RE В ЛОНДОНЕ



$$x = \lambda$$

$$y = f(\lambda) \cos \theta$$

$$z = f(\lambda) \sin \theta$$

ФЕЛИКС КАНДЕЛІА РЕСТОРАН В ЛОС- МАНАНТИАЛЕСЕ

$$[a_d \cos(t) + d_d t, b_d \sin(t), c_d t + e_d t^2]$$



ЗАКЛЮЧЕНИЕ

- **Выяснили**, что тригонометрия была вызвана к жизни необходимостью производить измерения углов, но со временем развилась и в науку о тригонометрических функциях.
- **Доказали**, что тригонометрия тесно связана с физикой, встречается в природе, музыке, астрономии и медицине.
- **Думаем**, что тригонометрия нашла отражение в нашей жизни, и сферы, в которых она играет важную роль, будут расширяться.

Заключение

Тригонометрия прошла длинный путь развития. И теперь, мы можем с уверенностью сказать, что тригонометрия не зависит от других наук, а другие науки зависят от тригонометрии.

ИСПОЛЬЗОВАННЫЕ МАТЕРИАЛЫ

1. Маслова Т.Н. «Справочник школьника по математике»
2. Программа Maple6, реализующий изображение графиков
3. «Википедия»
4. Учеба.ru
5. Math.ru «библиотека»
6. История математики с Древнейших времен до начала XIX столетия в 3-х томах// под ред. А. П. Юшкевича. Москва, 1970г. – том 1-3 Э. Т. Бэлл Творцы математики.
7. Предшественники современной математики// под ред. С. Н. Ниро. Москва,1983г. А. Н. Тихонов, Д. П. Костомаров.
8. Рассказы о прикладной математике//Москва, 1979г. А. В. Волошинов. Математика и искусство// Москва, 1992г. Газета Математика. Приложение к газете от 1.09.98г.