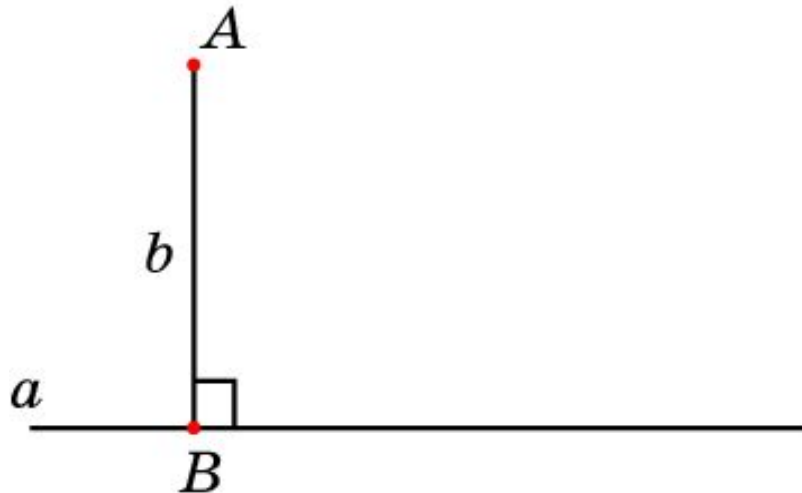


# Перпендикуляр

**Перпендикуляром**, опущенным из точки  $A$  на прямую  $a$ , называется отрезок  $AB$ , соединяющий точку  $A$  с точкой  $B$  прямой  $a$ , перпендикулярный прямой  $a$ .

Точка  $B$  называется **основанием перпендикуляра**.

Длина перпендикуляра  $AB$  называется **расстоянием** от точки  $A$  до прямой  $a$ .

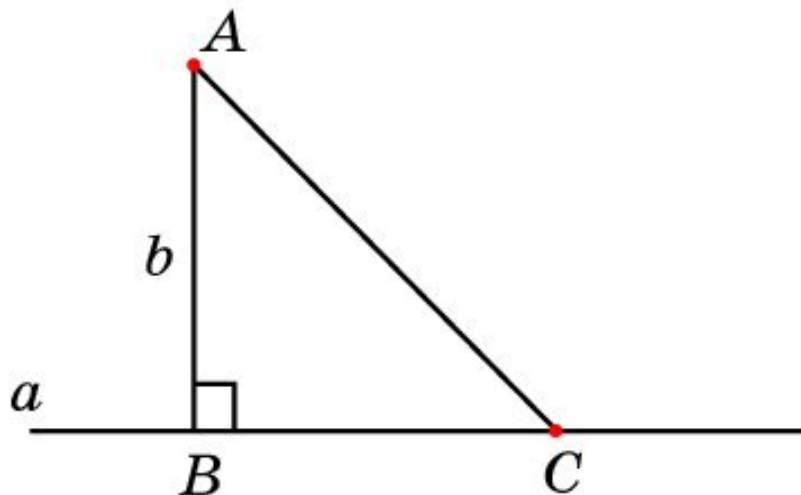


# Наклонные

Для произвольной точки  $C$  прямой  $a$ , отличной от основания перпендикуляра  $B$ , отрезок  $AC$  называется **наклонной**, проведенной из точки  $A$  к прямой  $a$ .

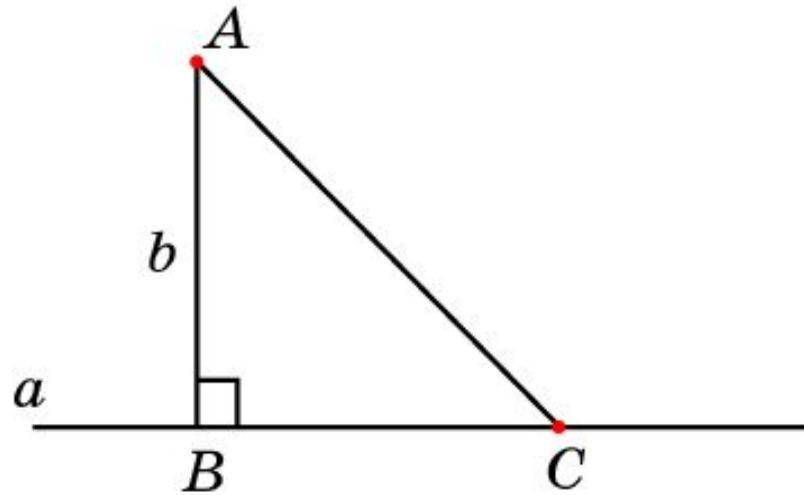
Точка  $C$  называется **основанием наклонной**.

Отрезок  $BC$  называется **проекцией наклонной**.



# Теорема

Перпендикуляр, опущенный из данной точки на данную прямую, короче всякой наклонной, проведенной из этой точки к этой прямой.



**Доказательство.** Пусть точка  $A$  не принадлежит прямой  $a$ ,  $AB$  – перпендикуляр,  $AC$  – наклонная. В прямоугольном треугольнике  $ABC$  сторона  $AB$  – катет, а  $AC$  – гипотенуза. Следовательно,  $AB < AC$ .

# Вопрос 1

Что называется перпендикуляром, опущенным из данной точки на данную прямую?

**Ответ:** Перпендикуляром, опущенным из данной точки  $A$  на данную прямую  $a$ , называется отрезок  $AB$ , соединяющий точку  $A$  с точкой  $B$  прямой  $a$ , перпендикулярный прямой  $a$ .

## Вопрос 2

Что называется наклонной, проведенной из данной точки к данной прямой?

**Ответ:** Наклонной, проведенной из точки  $A$  к прямой  $a$ , называется отрезок  $AC$ , соединяющей точку  $A$  с произвольной точкой  $C$  прямой  $a$ , отличной от основания перпендикуляра  $B$ .

## Вопрос 3

Что называется расстоянием от точки до прямой?

**Ответ:** Длина перпендикуляра, опущенного из данной точки на данную прямую.

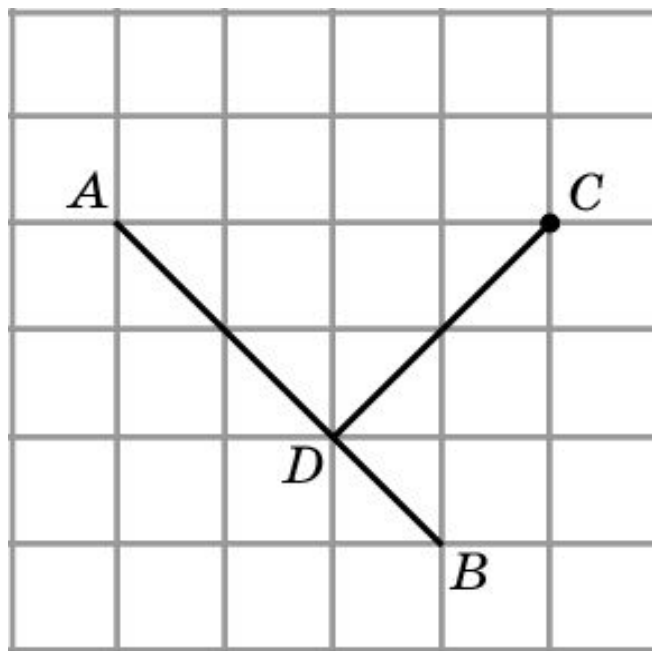
## Вопрос 4

Что больше, перпендикуляр или наклонная, проведенные из одной точки к данной прямой?

**Ответ:** Наклонная.

# Упражнение 1

Из точки  $C$  опустите перпендикуляр  $CD$  на прямую  $AB$ .

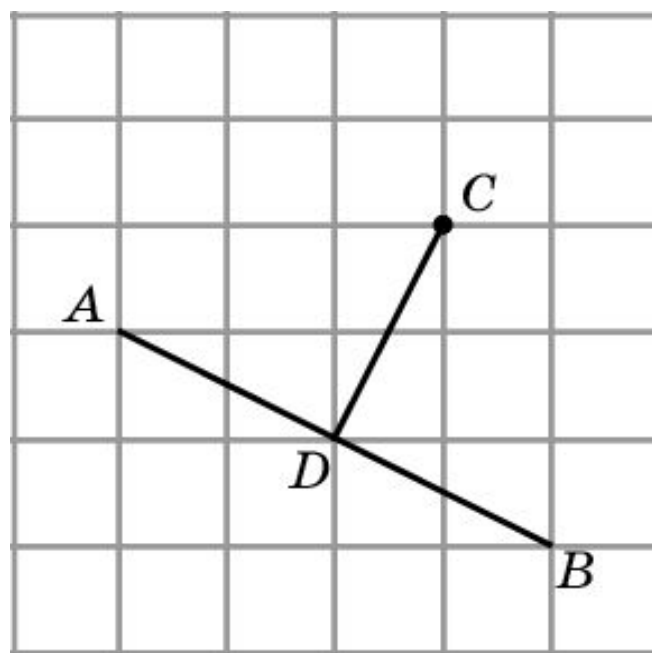


Ответ.



## Упражнение 2

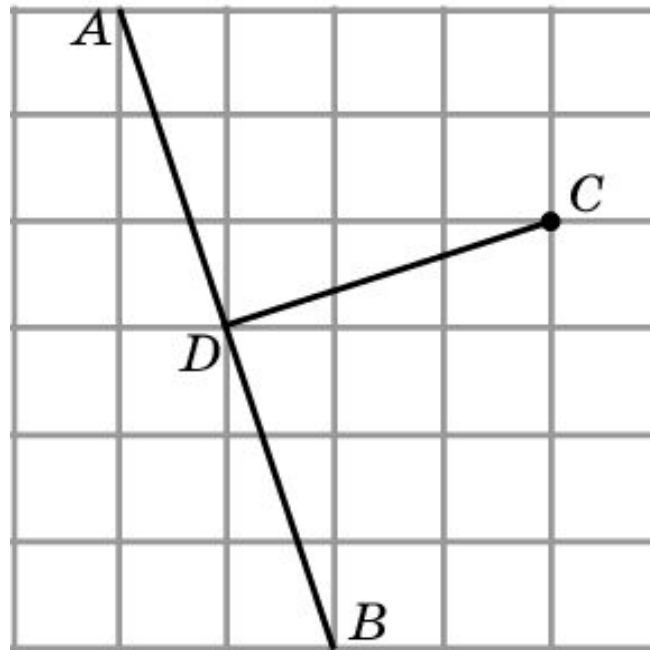
Из точки  $C$  опустите перпендикуляр  $CD$  на прямую  $AB$ .



Ответ.

## Упражнение 3

Из точки  $C$  опустите перпендикуляр  $CD$  на прямую  $AB$ .



Ответ.

## Упражнение 4

Сколько перпендикуляров можно опустить из данной точки на данную прямую?

Ответ: Один.

## Упражнение 5

Сколько наклонных можно провести из данной точки к данной прямой?

**Ответ:** Бесконечно много.

## Упражнение 6

Длина какого отрезка является расстоянием от вершины треугольника до его противоположной стороны?

**Ответ:** Высоты.

## Упражнение 7

Могут ли неравные наклонные, проведенные из одной точки к одной прямой, иметь равные проекции?

Ответ: Нет.

## Упражнение 8

Могут ли равные наклонные, проведенные из одной точки к одной прямой, иметь неравные проекции?

Ответ: Нет.

## Упражнение 9

Чему равна проекция одной стороны равностороннего треугольника на прямую, содержащую другую его сторону?

**Ответ:** Половине стороны треугольника.



## Упражнение 10

Чему равна проекция гипотенузы  
прямоугольного треугольника на прямую,  
содержащую его катет?

**Ответ:** Этому катету.

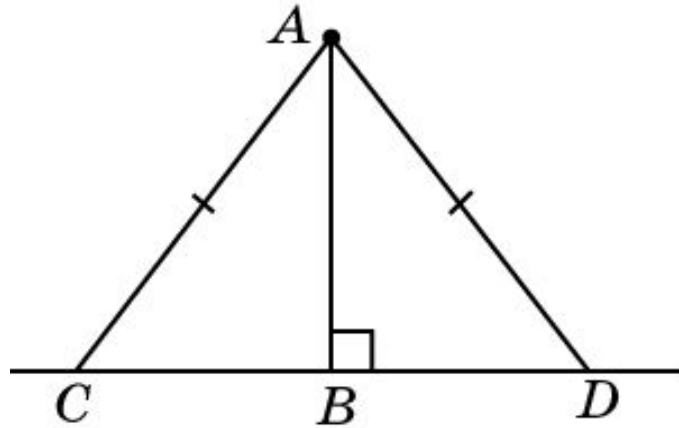
# Упражнение 11

Чему равна проекция боковой стороны равнобедренного треугольника на прямую, содержащую его основание?

**Ответ:** Половине основания.

## Упражнение 12

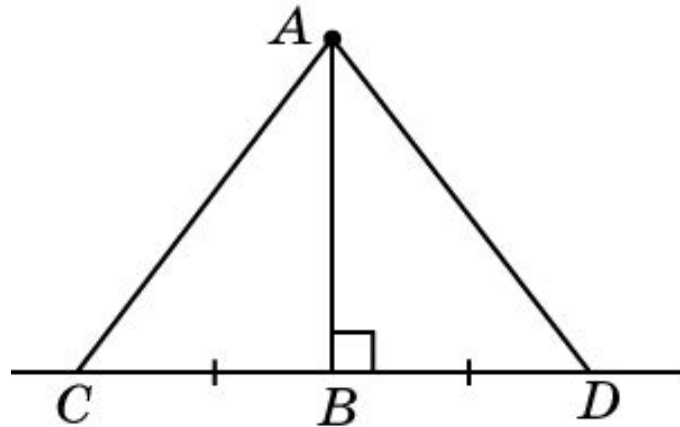
Докажите, что две равные наклонные, проведенные из данной точки к данной прямой, имеют равные проекции.



**Доказательство.** Пусть  $AC$  и  $AD$  – равные наклонные, проведенные к данной прямой,  $AB$  – перпендикуляр. Прямоугольные треугольники  $ABC$  и  $ABD$  равны по катету и гипотенузе. Следовательно,  $BC = BD$ , т.е. равны проекции наклонных.

## Упражнение 13

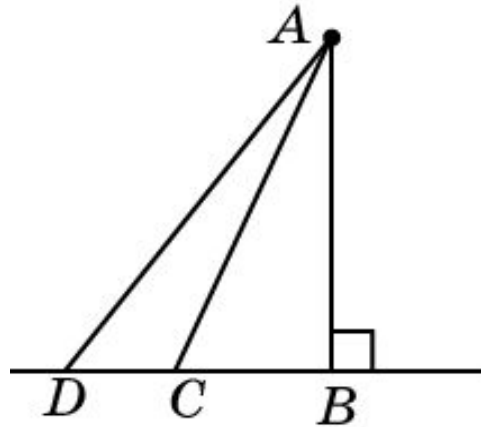
Докажите, что если две наклонные, проведенные из данной точки к данной прямой, имеют равные проекции, то они равны.



**Доказательство.** Пусть  $AC$  и  $AD$  – наклонные, проведенные к данной прямой,  $AB$  – перпендикуляр. Прямоугольные треугольники  $ABC$  и  $ABD$  равны по двум катетам. Следовательно,  $AC = AD$ , т.е. равны наклонные.

## Упражнение 14

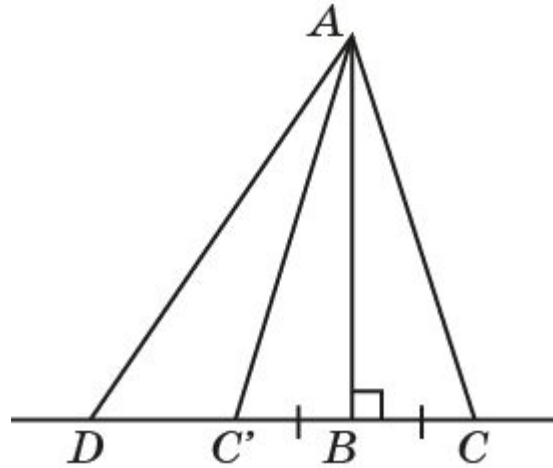
Докажите, что из двух наклонных, проведенных из данной точки к данной прямой, больше та, проекция которой больше.



**Доказательство.** Пусть  $AC$  и  $AD$  – наклонные, проведенные к данной прямой,  $AB$  – перпендикуляр,  $BD > BC$  (точки  $C$  и  $D$  лежат по разные стороны от точки  $B$ ). Тогда угол  $ACD$  – тупой, угол  $ADC$  – острый. Так как против большего угла треугольника лежит большая сторона, то  $AD > AC$ .

## Упражнение 14 (продолжение)

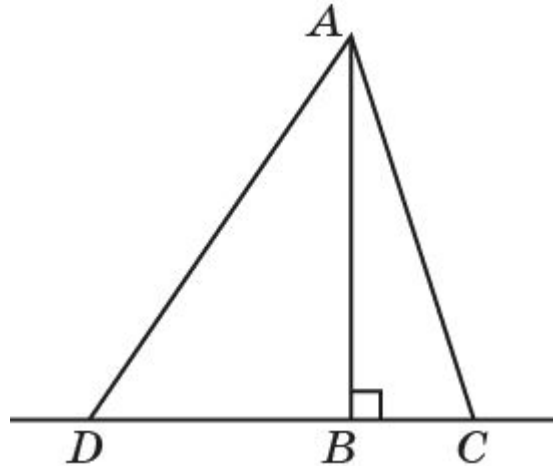
Рассмотрим случай, когда точки  $C$  и  $D$  лежат по разные стороны от точки  $B$ .)



**Доказательство.** Отложим  $BC' = BC$  так, чтобы  $D$  и  $C'$  лежали по одну сторону от точки  $B$ . Треугольники  $ABC$  и  $ABC'$  равны по двум сторонам и углу между ними. Следовательно,  $AC = AC'$ . По доказанному,  $AC' < AD$ . Значит,  $AC < AD$ .

## Упражнение 15

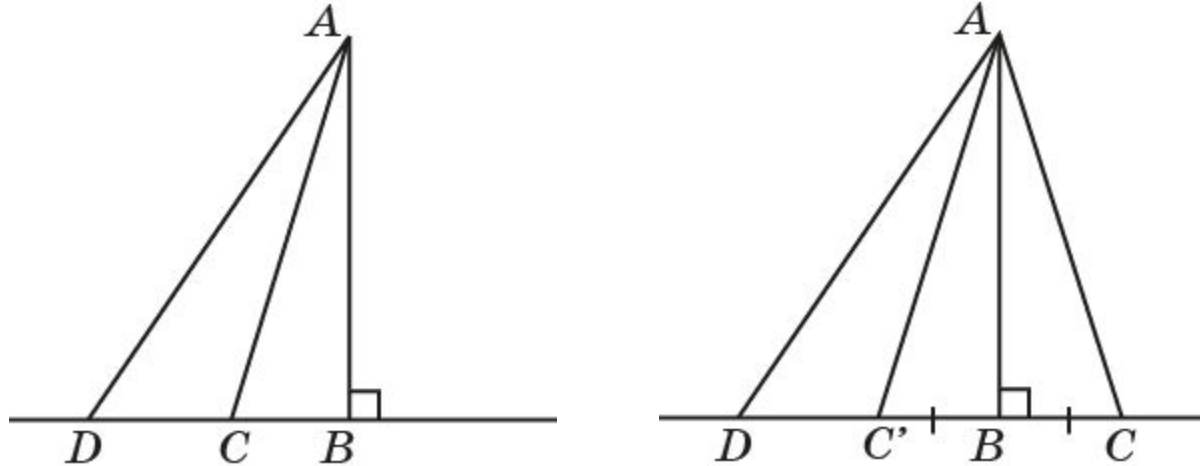
Докажите, что из двух наклонных, проведенных из данной точки к данной прямой, проекция большей наклонной больше проекции меньшей наклонной.



**Доказательство.** Пусть  $AC$  и  $AD$  – наклонные,  $AD > AC$ ,  $BC$ ,  $BD$  – их проекции. Если бы  $BC$  было больше  $BD$ , то  $AC$  было бы больше  $AD$ . Если бы  $BC$  равнялось  $AD$ , то и  $AC$  равнялось бы  $AD$ . Следовательно, остается единственная возможность  $AD > AC$ .

## Упражнение 16

Докажите, что если наклонная  $AD$  больше наклонной  $BC$ , проведенной к той же прямой,  $AB$  – перпендикуляр, то угол  $DAB$  больше угла  $CAB$ .

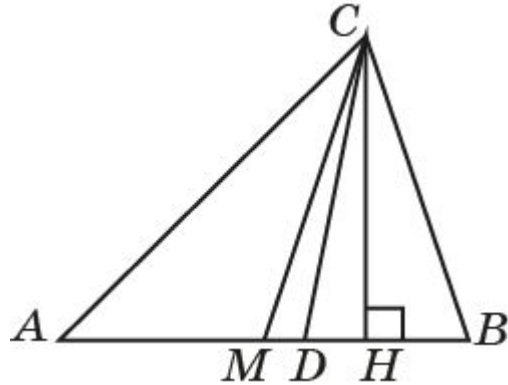


**Доказательство.** По доказанному ранее  $BD > BC$ . Если точки  $C$  и  $D$  лежат по одну сторону от точки  $B$ , то луч  $AC$  лежит внутри угла  $DAB$ . Следовательно,  $\angle DAB > \angle CAB$ . Если точки  $C$  и  $D$  лежат по разные стороны от точки  $B$ , то отложим отрезок  $BC' = BC$  так, чтобы точка  $C'$  лежала между точками  $B$  и  $D$ . Тогда  $\angle DAB > \angle C'AB = \angle CAB$ .



## Упражнение 17

Докажите, что биссектриса треугольника лежит между его медианой и высотой, проведенных из той же вершины.



**Доказательство.** Если треугольник  $ABC$  равнобедренный ( $AC = BC$ ), то биссектриса, медиана и высота, проведенные из вершины  $C$ , совпадают. Если  $AC > BC$ , то, по доказанному ранее,  $AD > DB$  и  $\angle ACH > \angle BCH$ . Следовательно, биссектриса  $CD$  лежит между медианой  $CM$  и высотой  $CH$ .

## Упражнение 18

1. Может ли биссектриса треугольника быть больше медианы, проведенной из той же вершины?
2. Может ли медиана треугольника быть в 10 раз больше биссектрисы, проведенной из той же вершины?

**Ответ.** 1. Нет.

2. Да.