

ЭЛЕКТИВНЫЙ КУРС

«Алгебра функций»

Выполнила: Винник Н.А.- учитель математики 435 школы

Конспект занятия.

Учитель Винник Надежда Анатольевна

Предмет: Элективный курс по математике «Алгебра функций»

Тип занятия: занятие-практикум

Тема занятия: «Построение графиков композиции функций».

Цель занятия: Расширение знаний о функциях и их графиках на примере суперпозиции (композиции) функций.

Задачи: а) Закрепление знаний о понятии функции и операций композиции функций; б) построение графиков композиции функций;

в) воспитание у учащихся культуры работы с чертёжными инструментами и аккуратности в выполнении построений, воспитывать волю и настойчивость для достижения конечного результата.

Перечень ТСО: персональный компьютер, видеопроектор, экран, CD с учебным материалом, карточки с заданиями.

Структура занятия: - мотивационная беседа (организационный момент и постановка цели и задач занятия);

- входной контроль:

а) Понятие функции.

Задание 1: Определить какие графики соответствуют графикам функций.

Задание 2: Указать какой график может соответствовать данной ситуации.

б) Понятие суперпозиции функций.

в) Способы преобразований графиков функций.

Задание 3: Определить какие преобразования необходимо совершить с графиком $y = f(x)$, чтобы построить график функции $y = f(|x|)$;

$y = |f(x)|$; $y = f(x) + a$; $y = f(x + a)$; $y = f(kx)$; $y = k \cdot f(x)$; $y = f(-x)$.

- практическая часть:

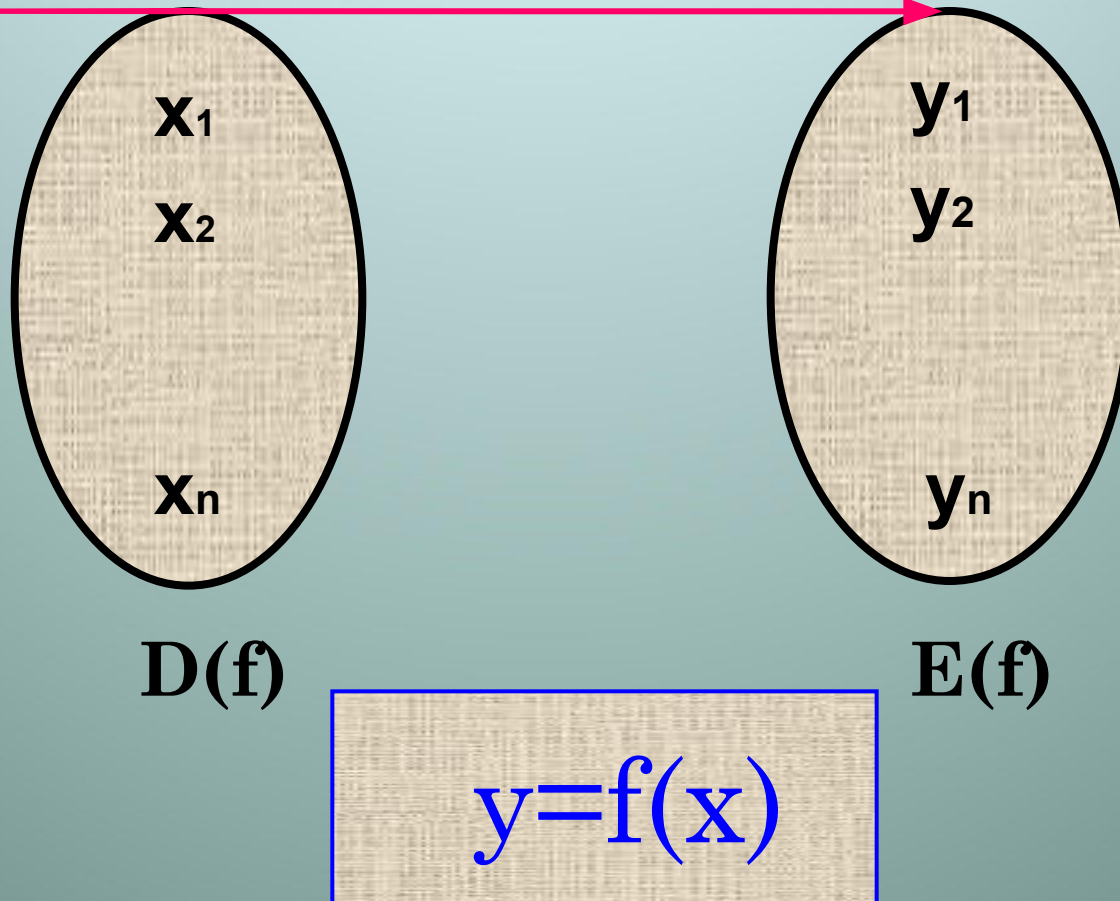
выполнение индивидуальных заданий на карточках с последующей проверкой.

- подведение итогов и постановка домашнего задания;

- рефлексия (самооценка и суждения учащихся о работе класса, своей деятельности на уроке).

Понятие Функции

$f(x)$

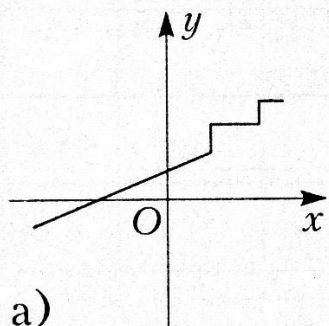


Понятие Функции

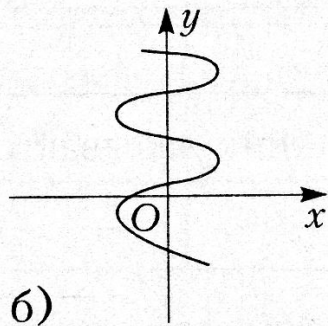
- Пусть D и E – непустые числовые множества, а X и Y – соответственно их элементы.
Если каждому $X \in D$ (X принадлежит множеству D) ставится, в соответствии с некоторым законом, только одно значение $Y \in E$, то говорят, что между переменными X и Y существует функциональная зависимость, и X называют независимой переменной (или аргументом), а Y – зависимой переменной (или функцией).
- Термин «функция» ввёл в математику Готфрид Лейбниц (1646-1716 гг.)- он употреблял его, связывая только с геометрическими образами.
- В развитие понятия функции внесли свой вклад Исаак Ньютон (1643-1727 гг.), Леонард Эйлер (1707-1783 гг.), Ж.-Б. Фурье (1768-1830гг.), Н.И. Лобачевский (1792-1856гг.), Дирихле (1805-1859гг.)



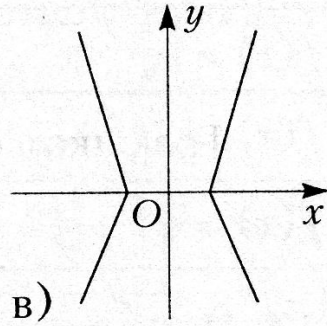
Определите какие графики соответствуют графикам функций



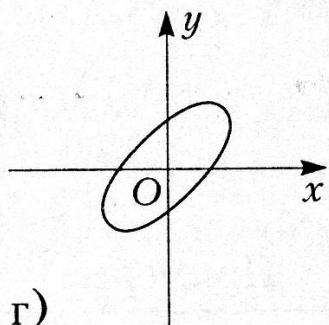
а)



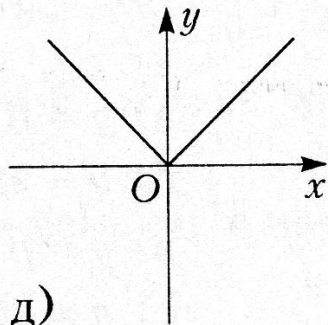
б)



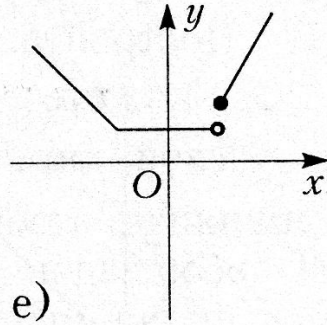
в)



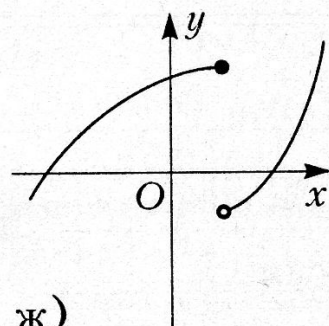
г)



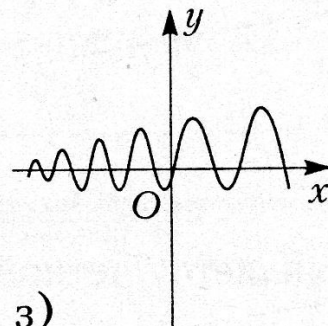
д)



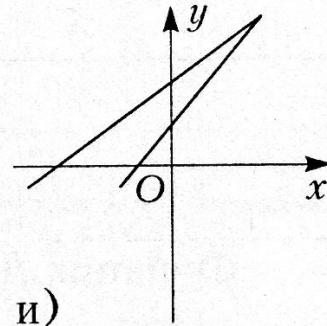
е)



ж)



з)



и)



Укажите какой график может соответствовать данной ситуации

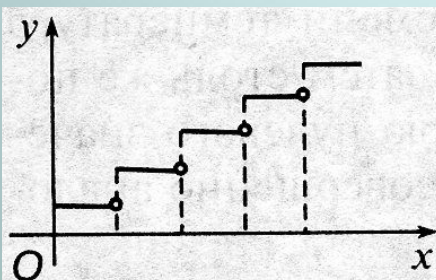


Рис. 1

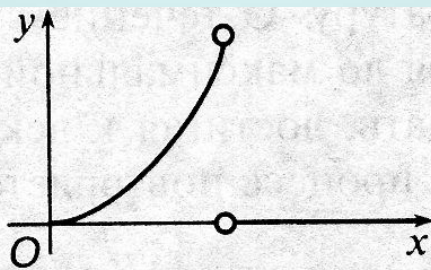


Рис. 2

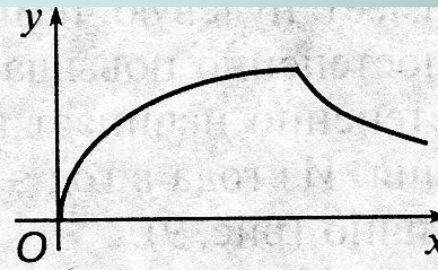


Рис. 3

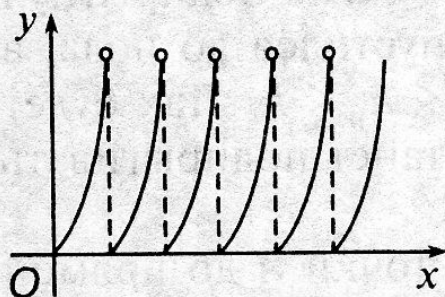


Рис. 4

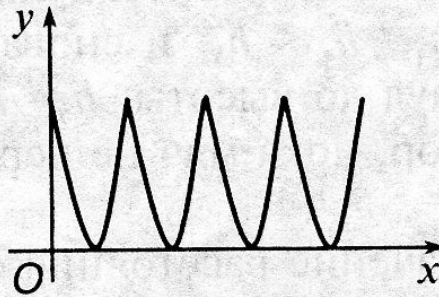


Рис. 5

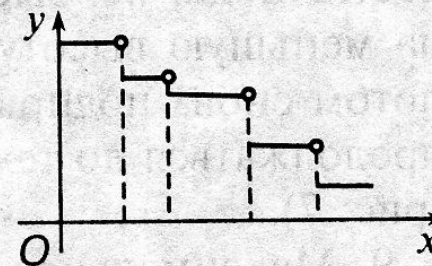


Рис. 6

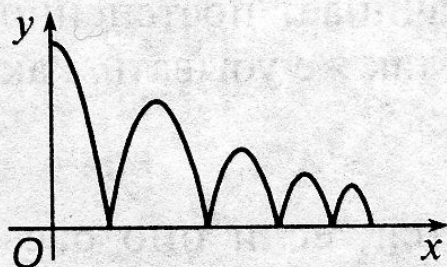


Рис. 7

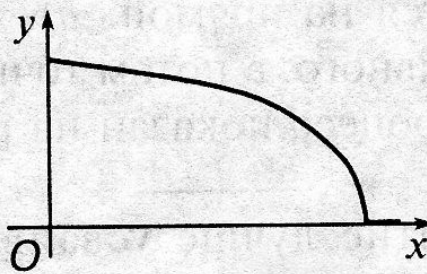


Рис. 8

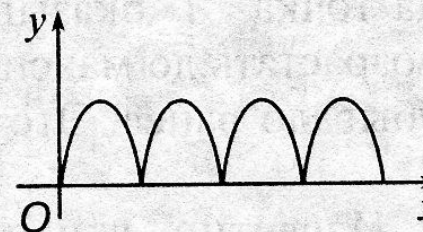
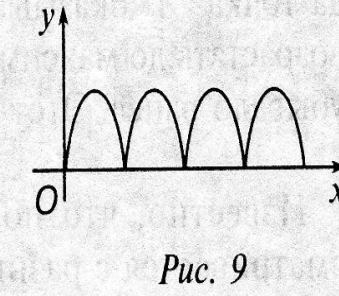
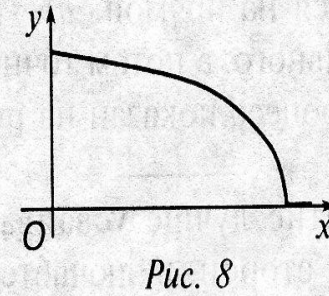
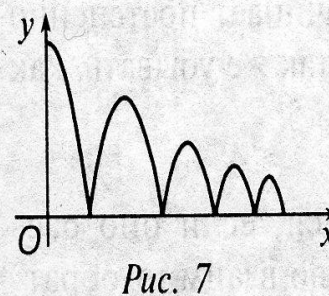
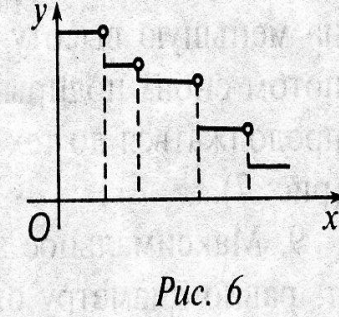
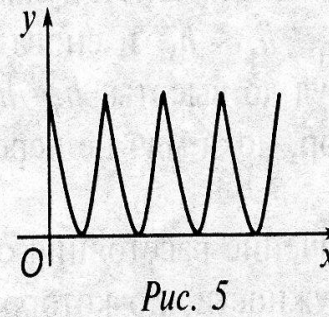
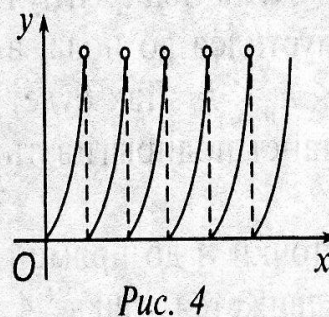
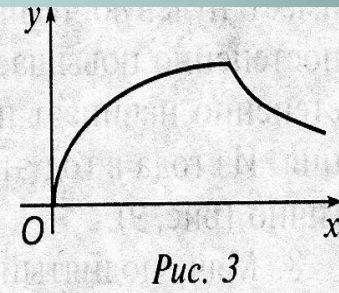
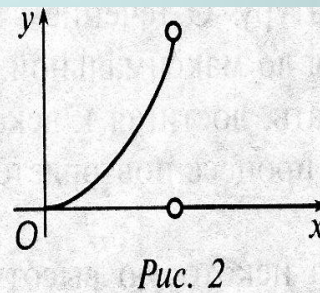
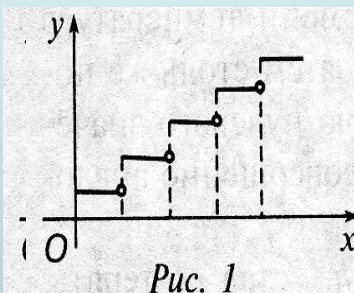


Рис. 9



Покажите какой график может соответствовать данной ситуации

- На голове человека растут волосы, которые тот регулярно стрижёт, когда они достигнут какой-то определённой длины (всегда одной и той же). Покажите, какой график может соответствовать зависимости длины Y определённого волоса от времени X , прошедшего после одной из стрижек.



Укажите какой график может соответствовать данной ситуации

- Конус погружают в воду вниз вершиной. Как зависит Y – масса вытесненной воды – от величины X , выражающей глубину погружения? Найдите соответствующий график.

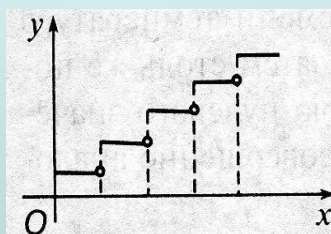


Рис. 1

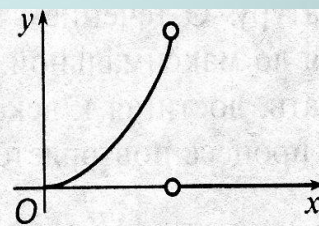


Рис. 2

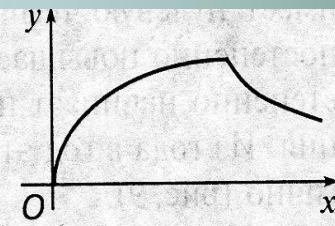


Рис. 3

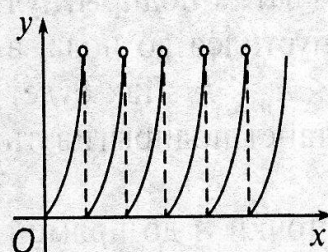


Рис. 4

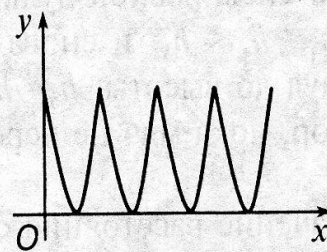


Рис. 5

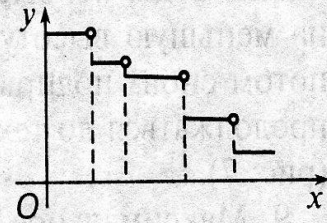


Рис. 6

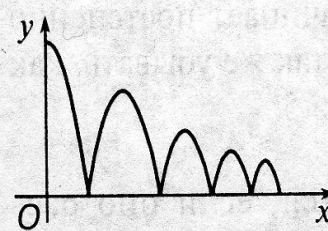


Рис. 7

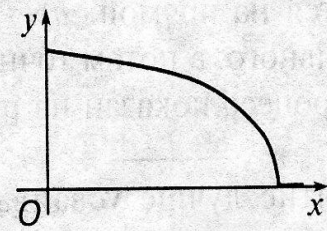


Рис. 8

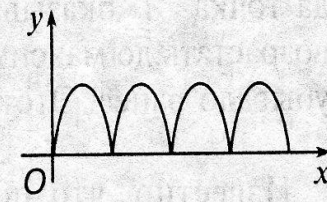


Рис. 9



Укажите какой график может соответствовать данной ситуации

- Конус погружают в воду вниз основанием. Найдите график, который может выразить зависимость Y (масса вытесненной воды) от X (глубина погружения).

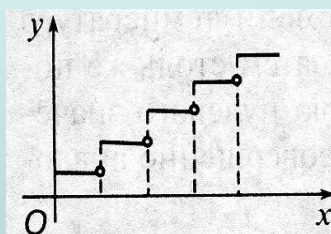


Рис. 1

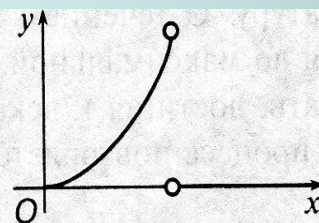


Рис. 2

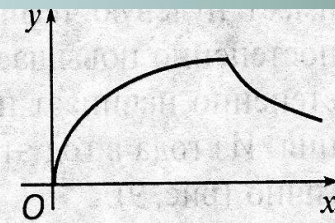


Рис. 3

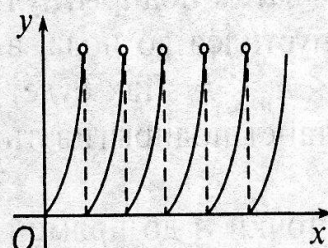


Рис. 4

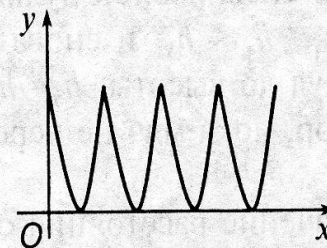


Рис. 5

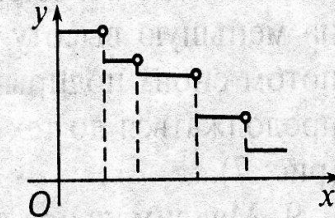


Рис. 6

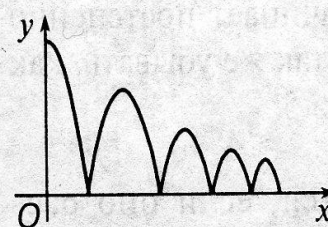


Рис. 7

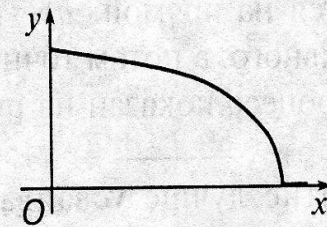


Рис. 8

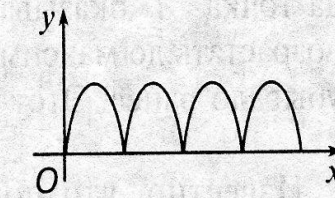


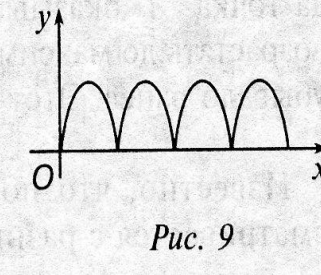
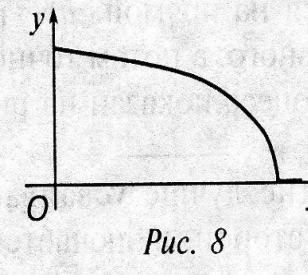
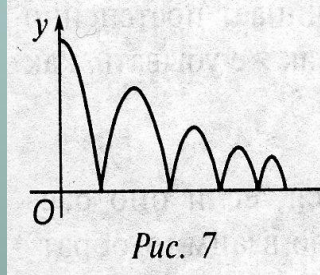
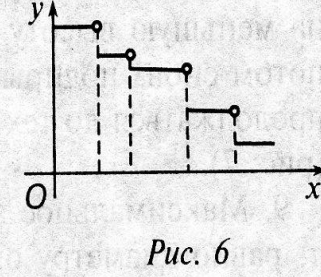
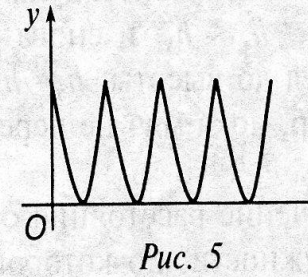
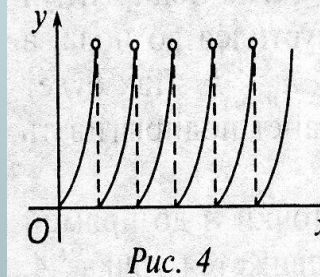
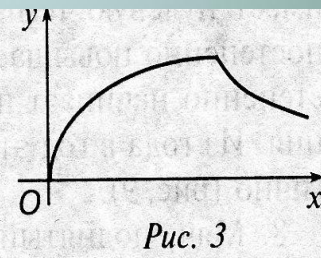
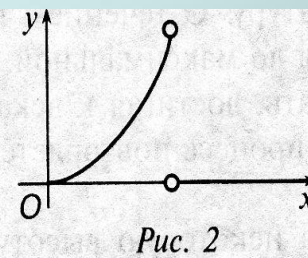
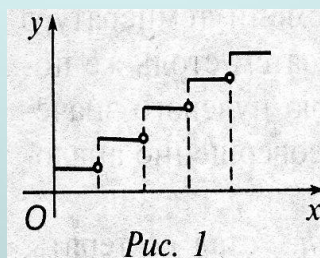
Рис. 9



Укажите какой график может соответствовать данной ситуации

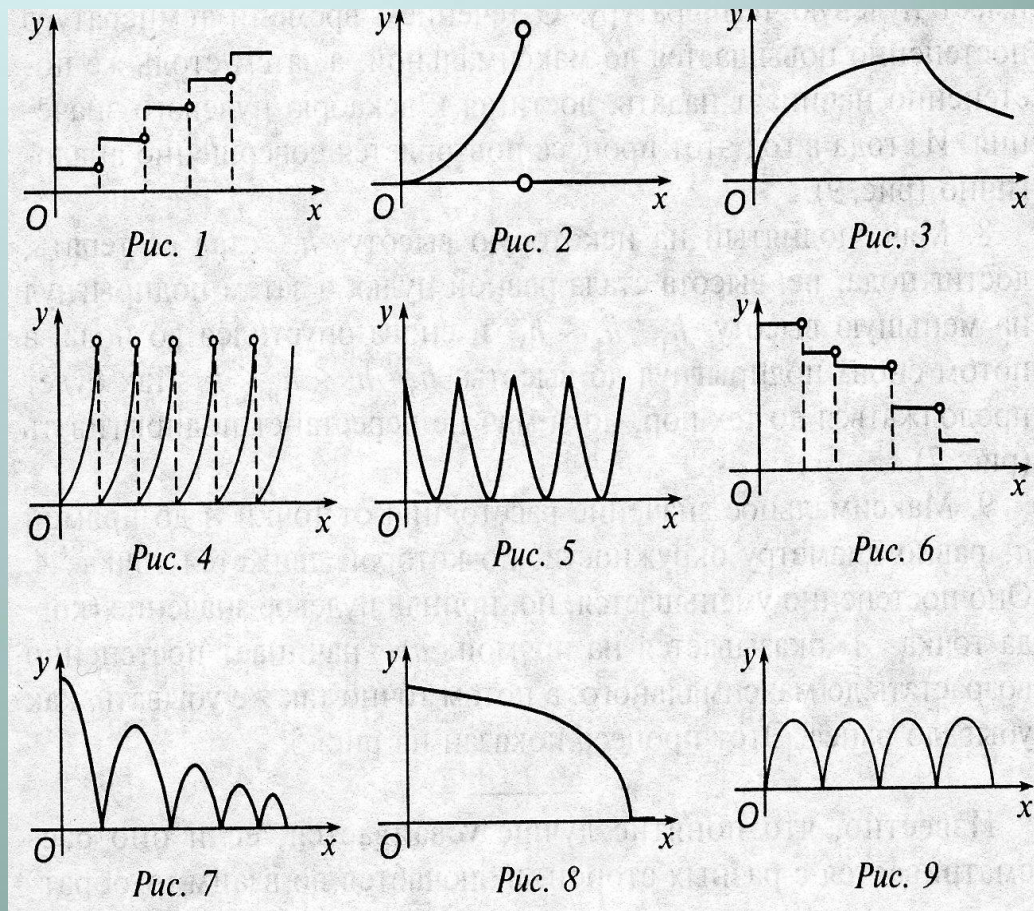
Через каждый час рабочего времени на склад сдают всегда одно и то же число изготовленных за этот час деталей (X - время работы, Y - количество деталей на складе).

Каким из графиков может выражаться зависимость Y от X ?



Укажите какой график может соответствовать данной ситуации

- У гражданина есть деньги, которые он тратит на покупки. Найдите график, соответствующий зависимости количества денег Y , которыми располагает гражданин, от количества времени, потраченного на покупки.



Укажите какой график может соответствовать данной ситуации

- Яблоко растёт, затем его срывают и сушат. На весь этот процесс уходит X дней. Найдите график, описывающий зависимость массы яблока Y от X .

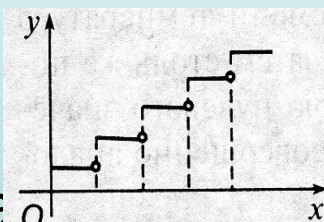


Рис. 1

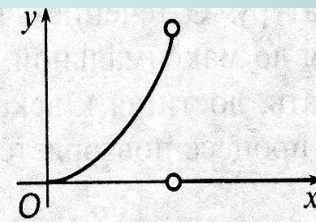


Рис. 2

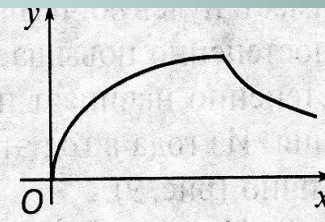


Рис. 3

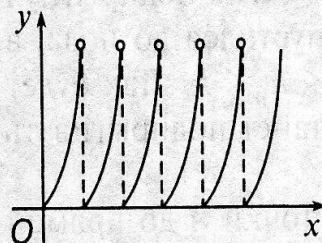


Рис. 4

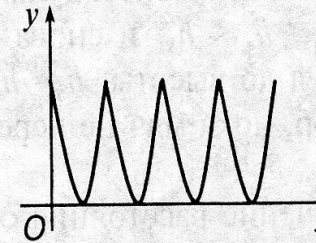


Рис. 5

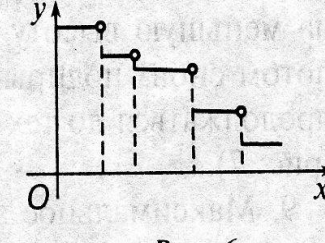


Рис. 6

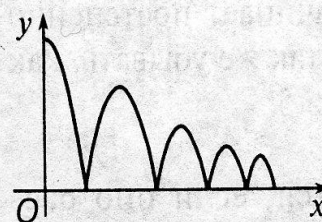


Рис. 7

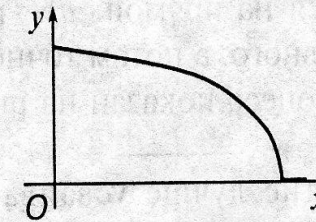


Рис. 8

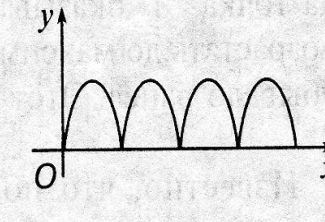
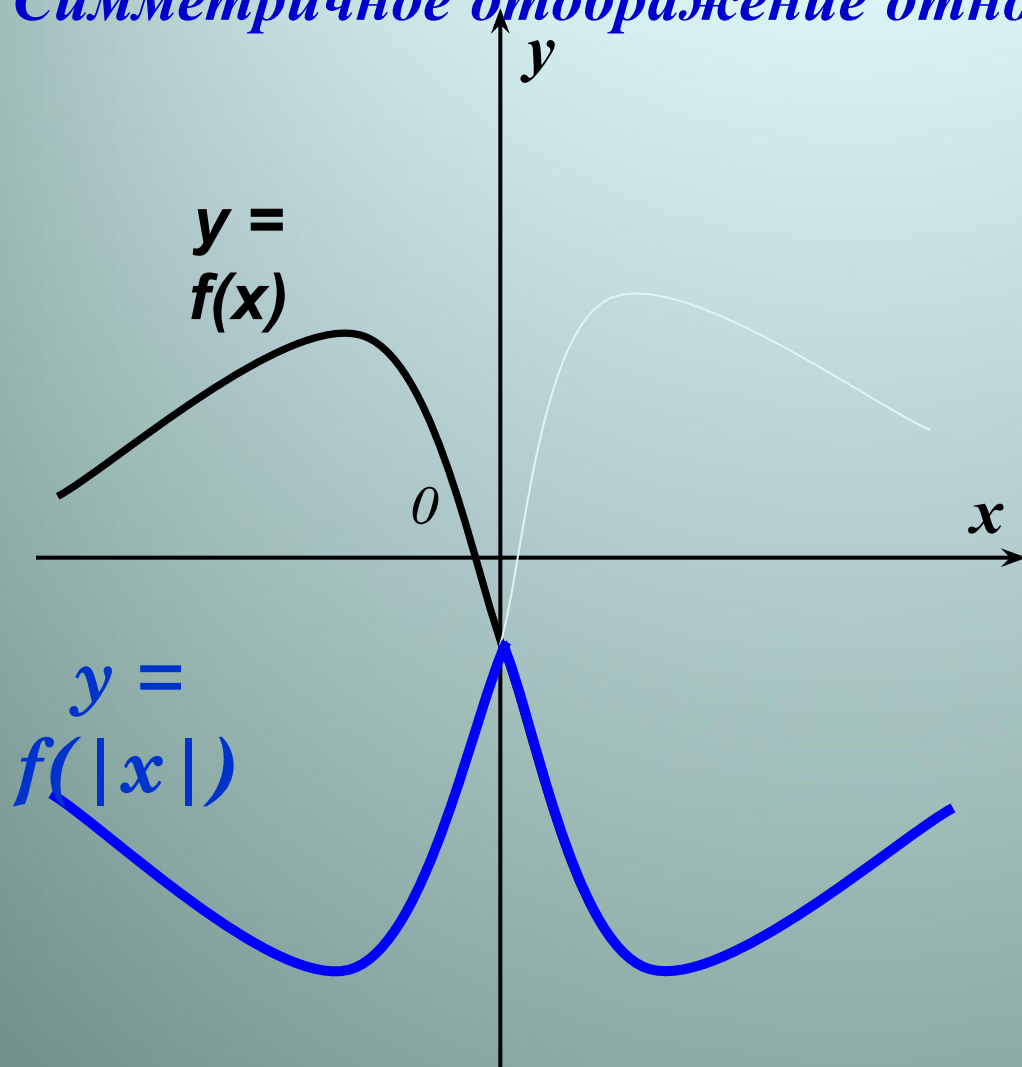


Рис. 9



Преобразование графиков функций.

Симметричное отображение относительно оси Oy.



$y = f(x)$ -
график исходной
функции

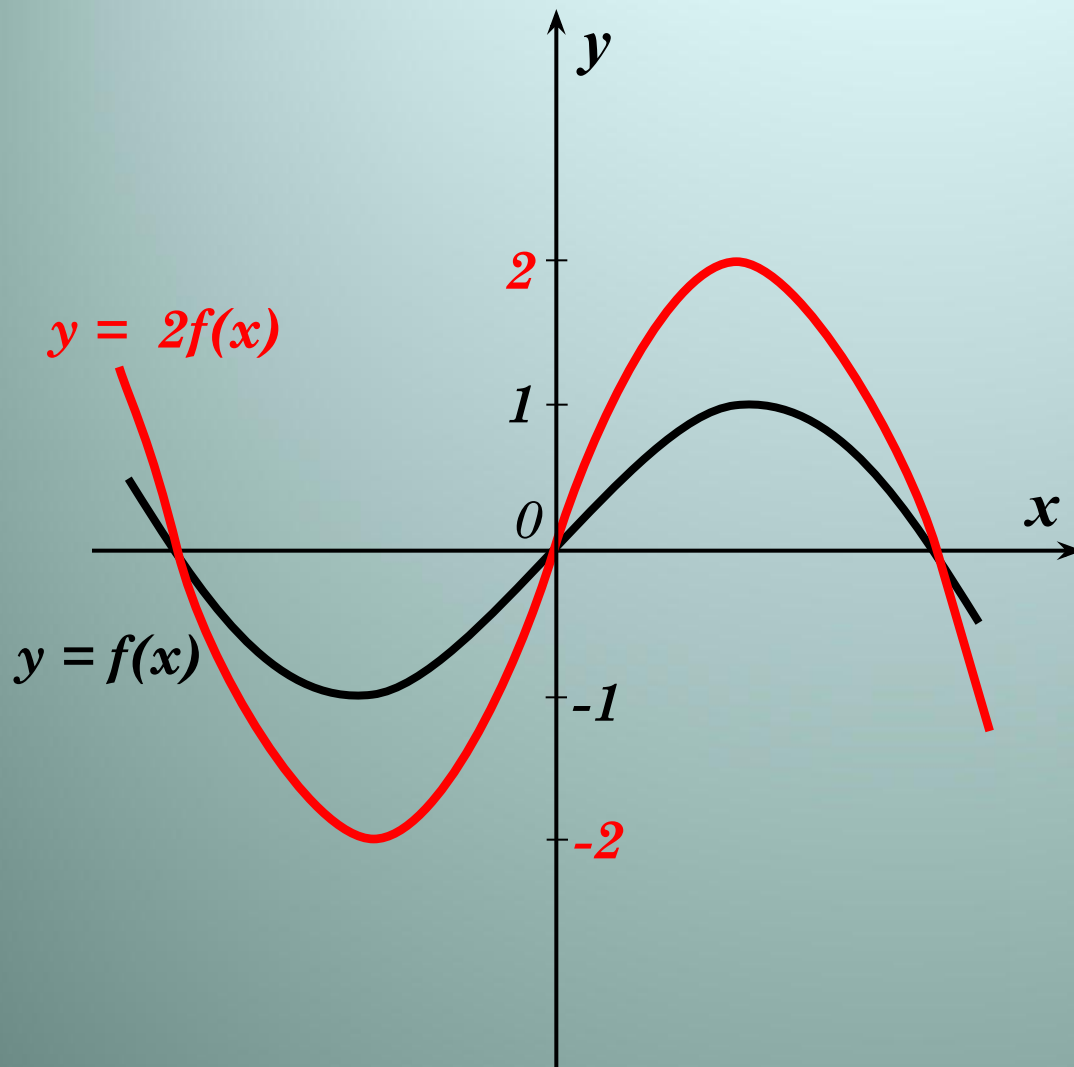
$$y = f(|x|)$$

часть графика
при $x > 0$ сохраняется,
она же симметрично
отображается
относительно
оси Oy



Преобразование графиков функций.

Растяжение вдоль оси Oy



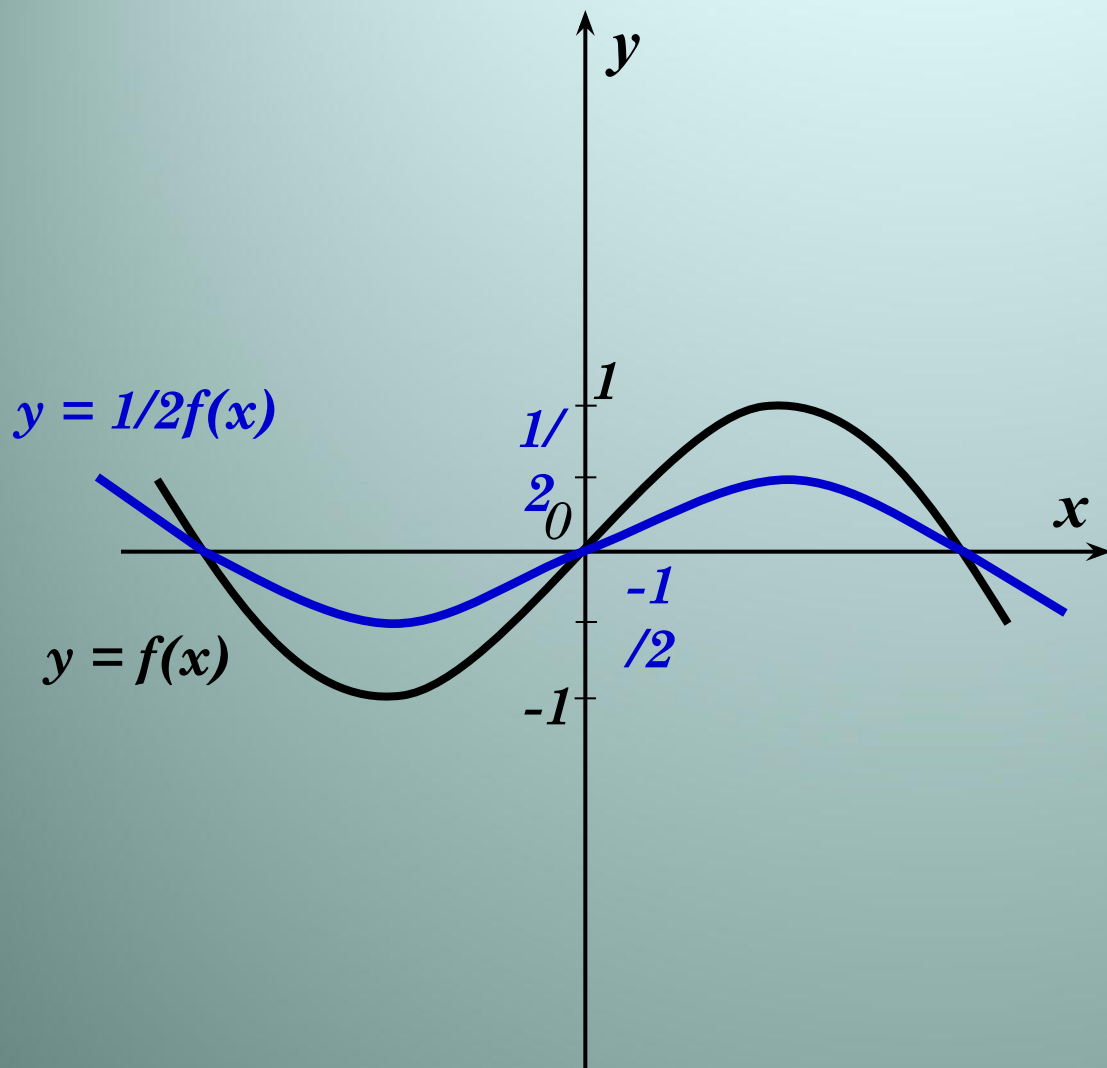
$y = f(x)$
график исходной
функции

$y = kf(x)$
растяжение вдоль
оси Oy в k раз если
 $k > 1$
(на рисунке $k = 2$)



Преобразование графиков функций.

Сжатие вдоль оси Oy



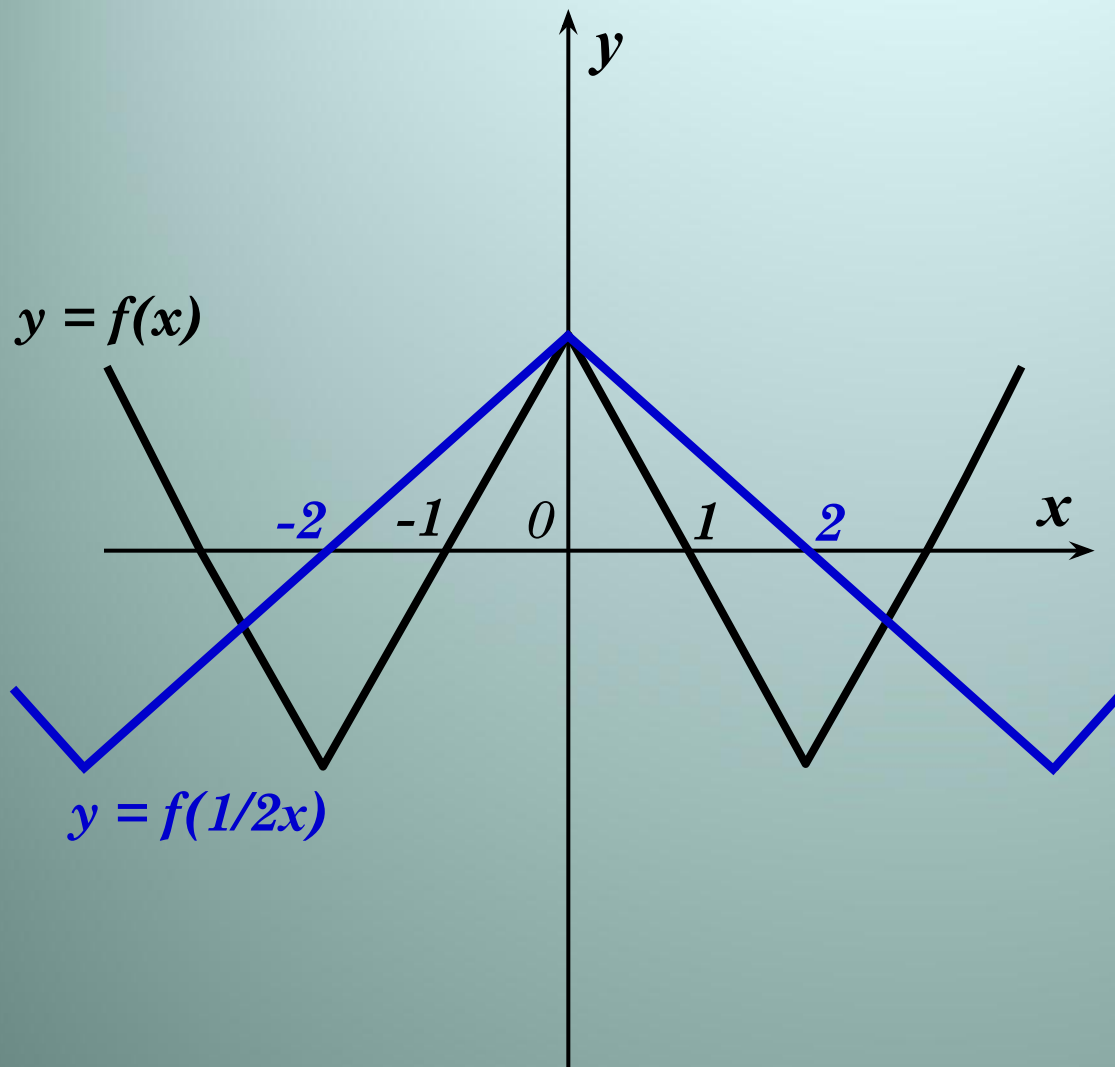
$y = f(x)$
график исходной
функции

$y = kf(x)$
сжатие вдоль
оси Oy в $1/k$ раз
если $k < 1$
(на рисунке $k = 1/2$)



Преобразование графиков функций.

Растяжение вдоль оси Ox



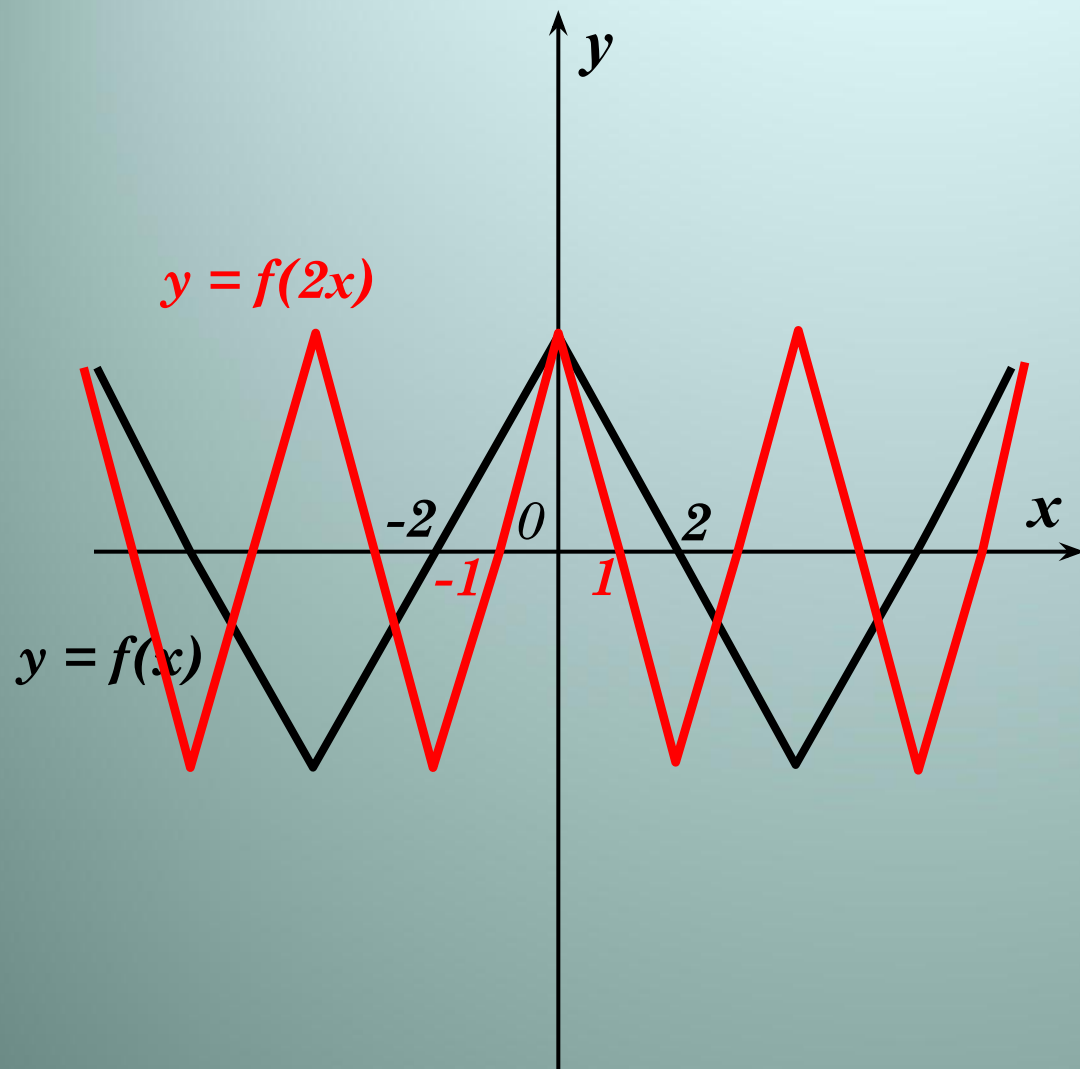
$y = f(x)$
график исходной
функции

$y = f(kx)$
растяжение вдоль
оси Ox в $1/k$ раз если
 $k < 1$
(на рисунке $k = 1/2$)



Преобразование графиков функций.

Сжатие вдоль оси Ox



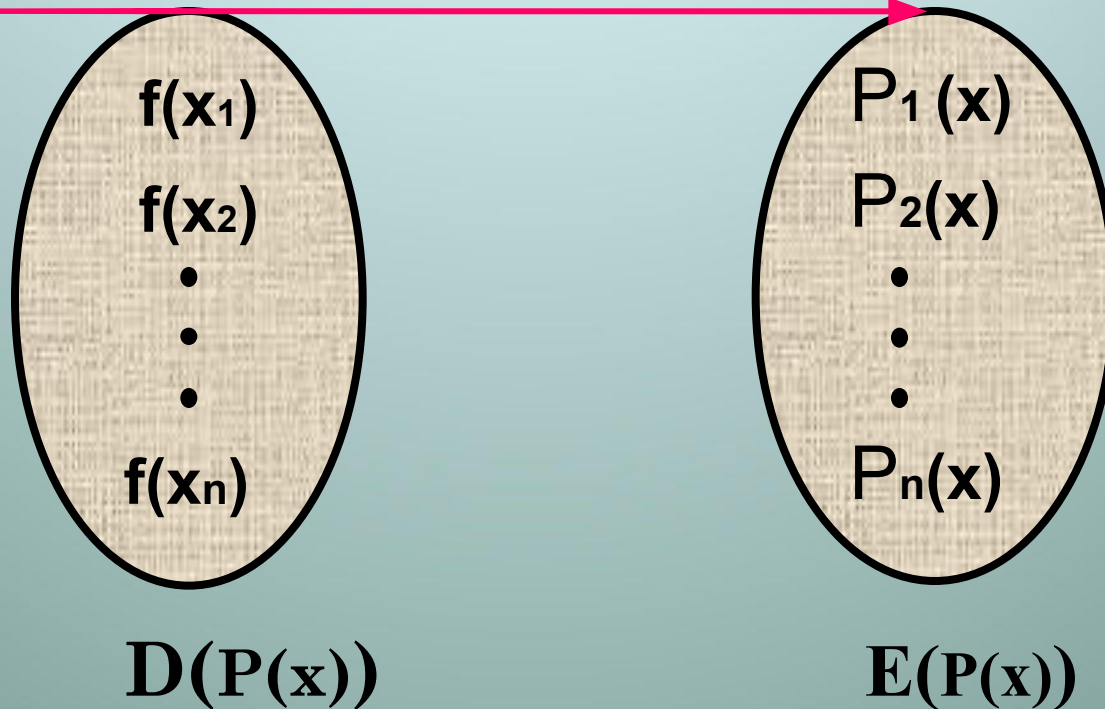
$y = f(x)$
график исходной
функции

$y = f(kx)$
сжатие вдоль
оси Ox в k раз если
 $k > 1$
(на рисунке $k = 2$)



Композиция функций

$g(f(x))$



$$P(x) = (f \circ g)(x) = g(f(x))$$



Композиция (суперпозиция или сложная функция)

- **Определение:**

Пусть даны две функции $y=g(x)$ и $y=f(x)$, их композицией называют функцию

$$P(x)=(f \circ g)(x)=g(f(x)), \text{ при условии } D(f) \cap E(g) \neq \emptyset$$

$g(x)$ -внешняя функция

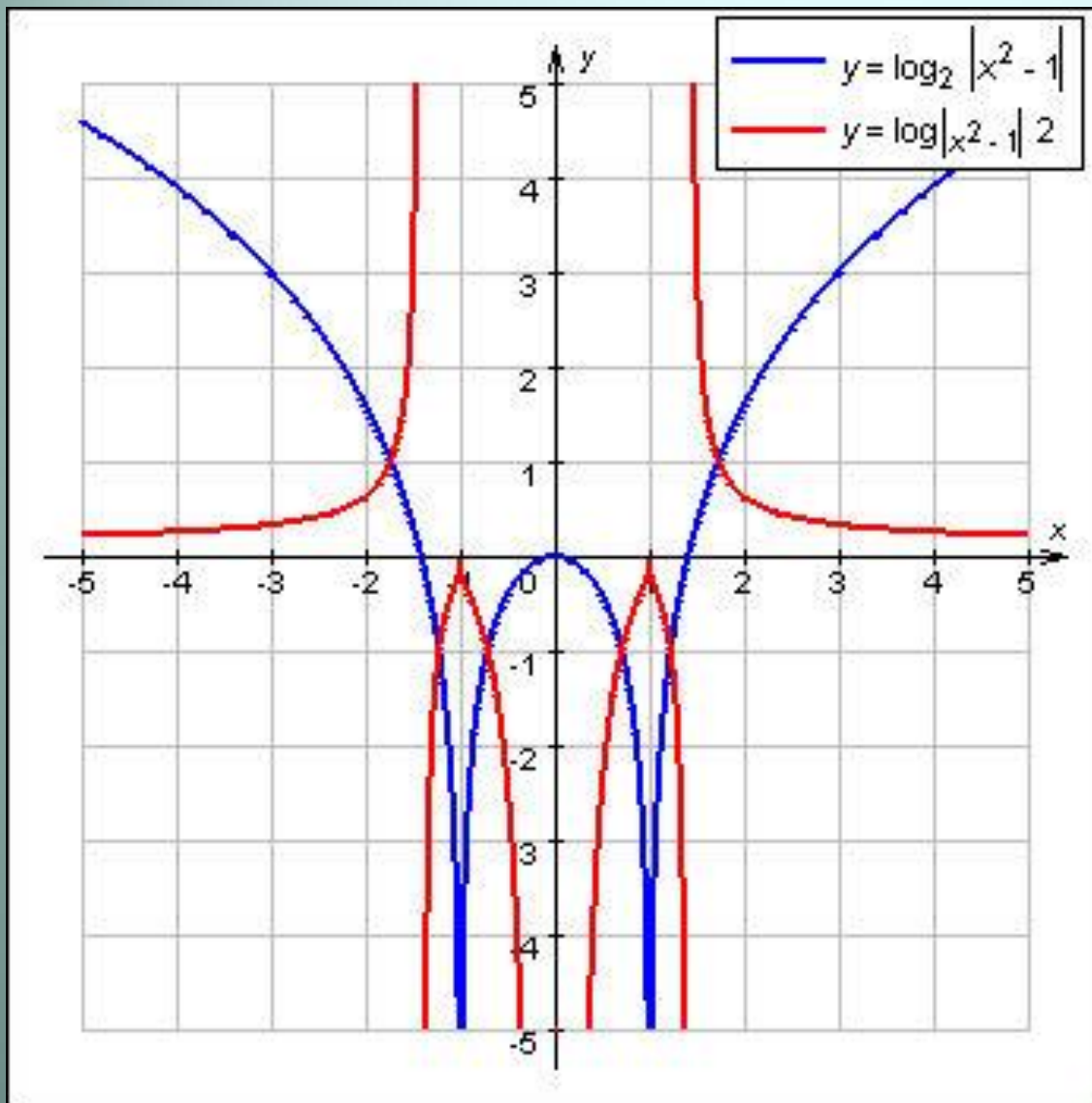
$f(x)$ - внутренняя функция

В функцию $g(x)$ надо вместо x подставить функцию $f(x)$

Композиция не коммутативна

$$(g \circ f) \neq (f \circ g)$$





Внешняя функция
 $y=g(x)$ – это $g(x)=\log_2|x|$
 Внутренняя функция
 $y=f(x)$ – это $f(x)=x^2-1$

Внешняя функция
 $y=g(x)$ - это $g(x)=\log|x|/2$
 Внутренняя функция
 $y=f(x)$ - это $f(x)=x^2-1$



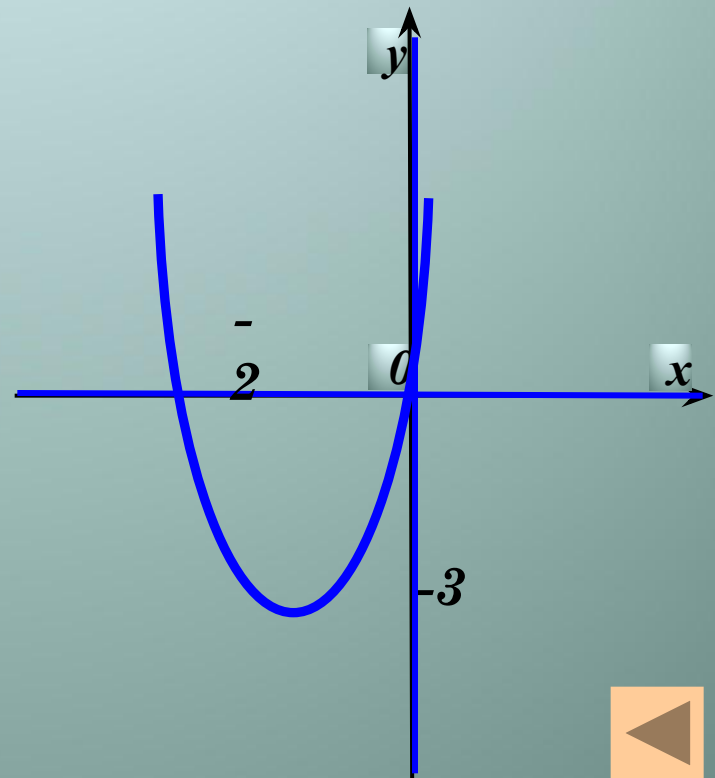
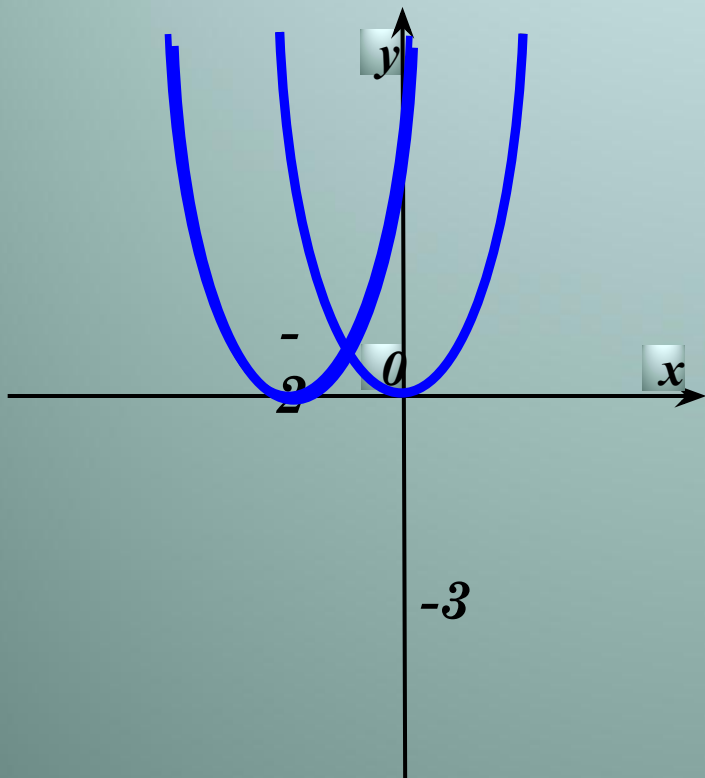
Задание: построить график композиции функций

Дано: $f(x)=x+2$ и $g(x)=x^2-3$

Построить: $(f \circ g)(x)=g(f(x))$

Ответ:

$$y = (x + 2)^2 - 3$$

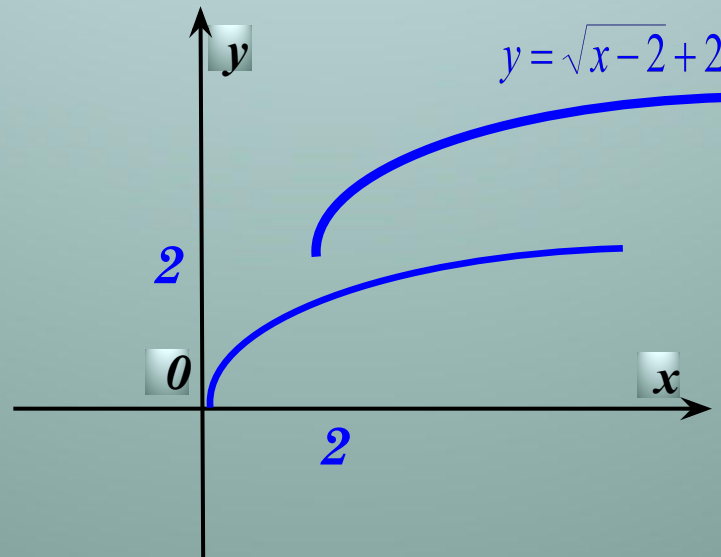


Задание: построить график композиции функций

Дано: $f(x)=x-2$ и $g(x)=\sqrt{x}+2$

Построить: $(f \circ g)(x)=g(f(x))$

Ответ: $y = \sqrt{x-2} + 2$

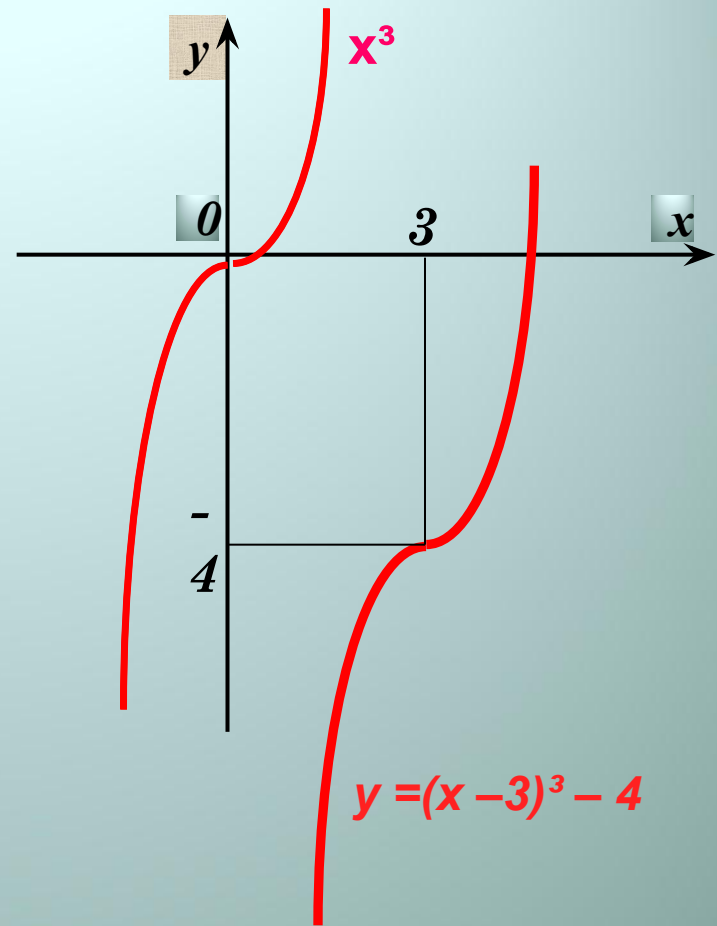


Задание: построить график композиции функций

Дано: $f(x)=x-3$ и $g(x)=x^3-4$

Построить: $(f \circ g)(x)=g(f(x))$

Ответ: $y = (x - 3)^3 - 4$



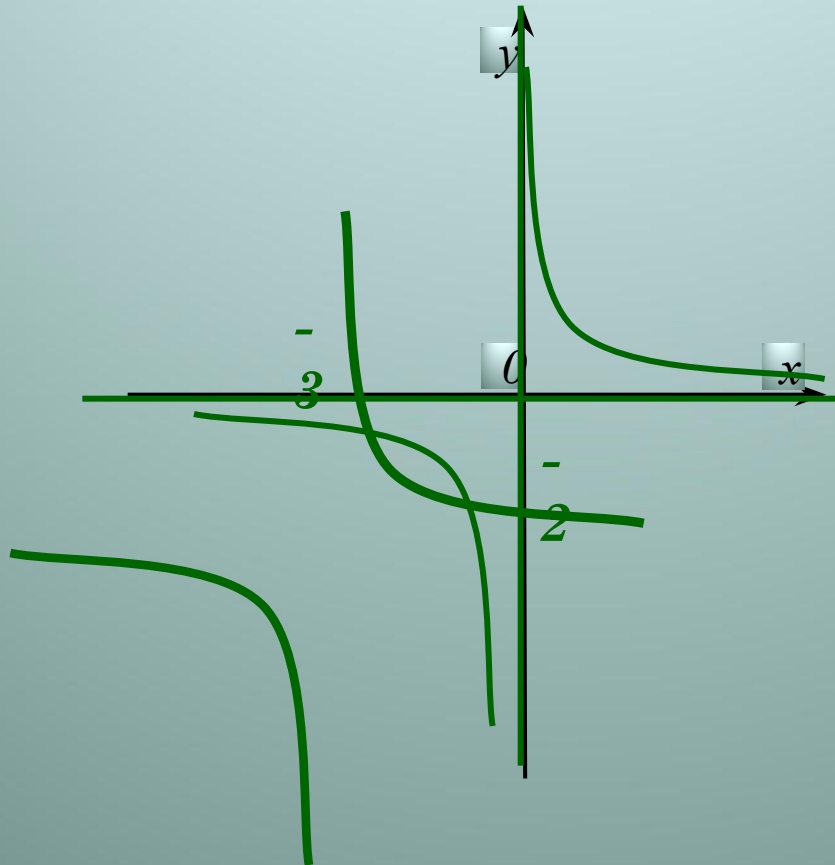
Задание: построить график композиции функций

Дано: $f(x)=x+3$ и $g(x)=1/x-2$

Построить: $(f \circ g)(x)=g(f(x))$

Ответ:

$$y = \frac{1}{x+3} - 2$$

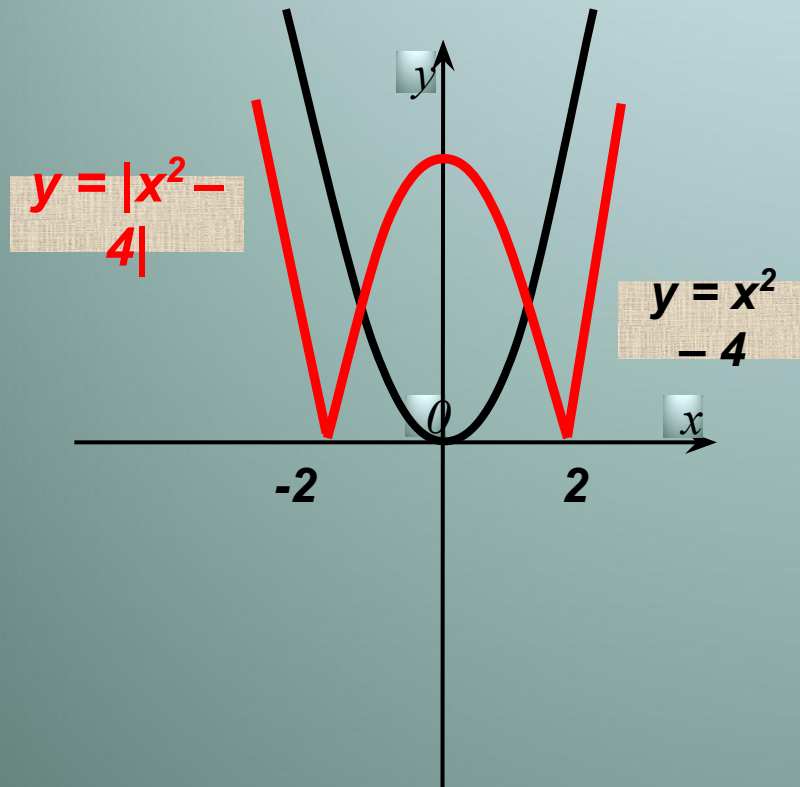


Задание: построить график композиции функций

Дано: $f(x)=x^2-4$ и $g(x)=|x|$

Построить: $(f \circ g)(x)=g(f(x))$

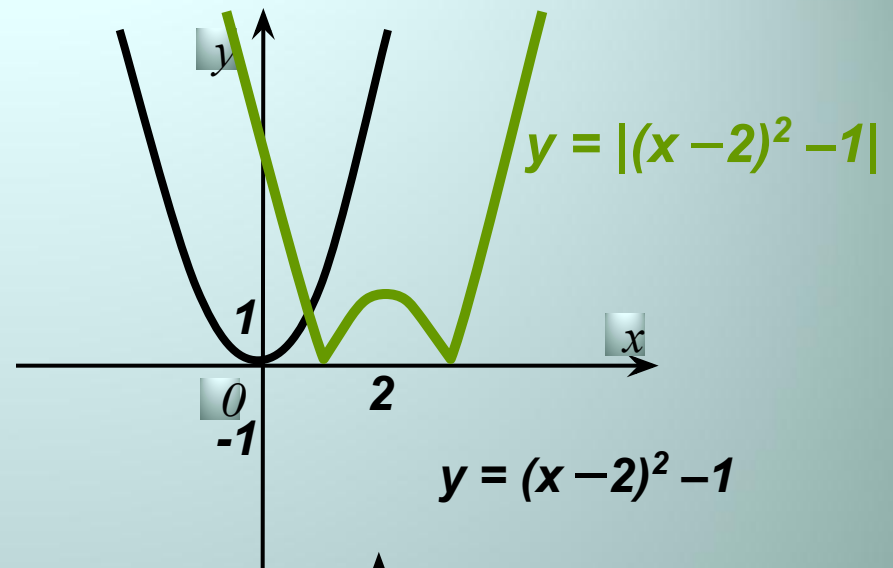
Ответ: $y = |x^2 - 4|$



Дано: $f(x)=(x-2)^2$ и $g(x)=|x-1|$

Построить: $(f \circ g)(x)=g(f(x))$

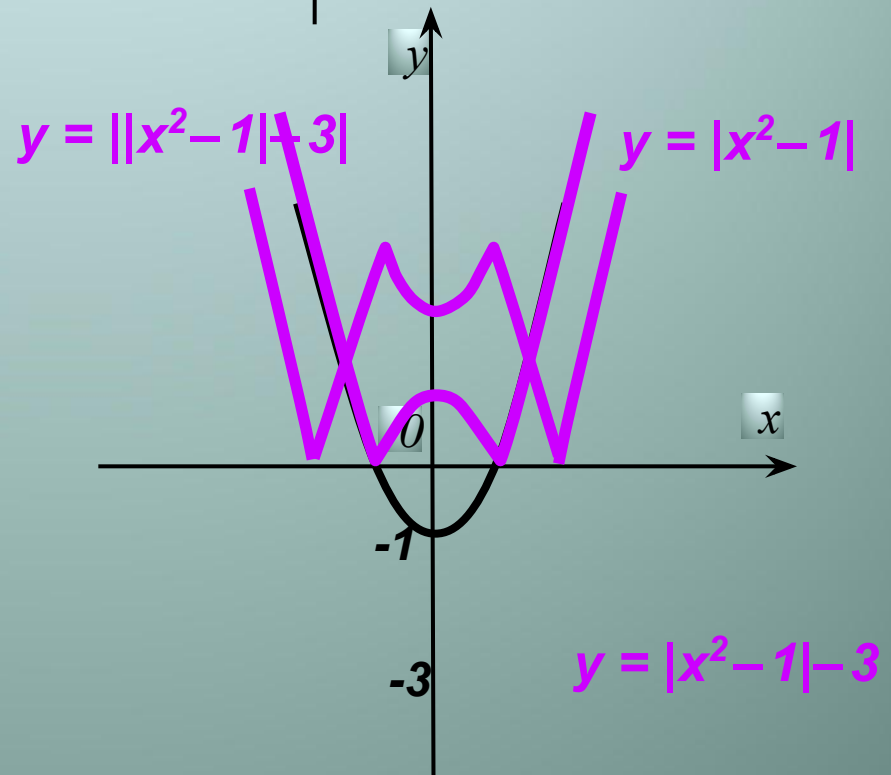
Ответ: $y = |(x-2)^2 - 1|$



Дано: $f(x)=|x^2-1|$ и $g(x)=|x-3|$

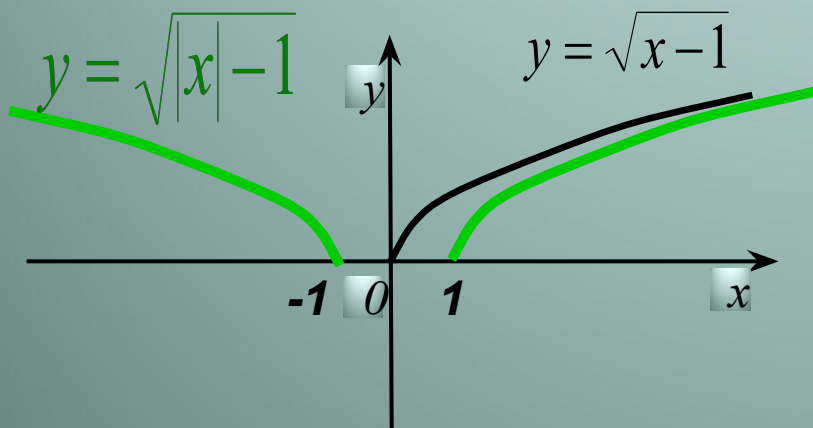
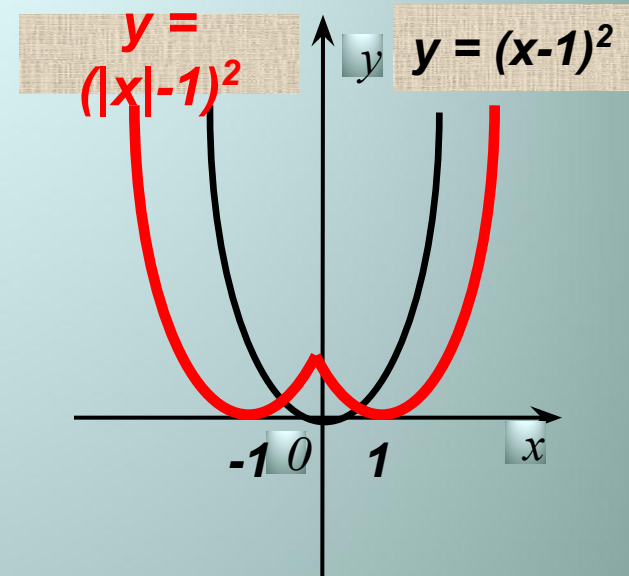
Построить: $(f \circ g)(x)=g(f(x))$

Ответ: $y = ||x^2 - 1| - 3|$



Дано: $f(x)=|x|-1$ и $g(x)=x^2$
Построить: $(f \circ g)(x)=g(f(x))$

Ответ: $y = (|x|-1)^2$



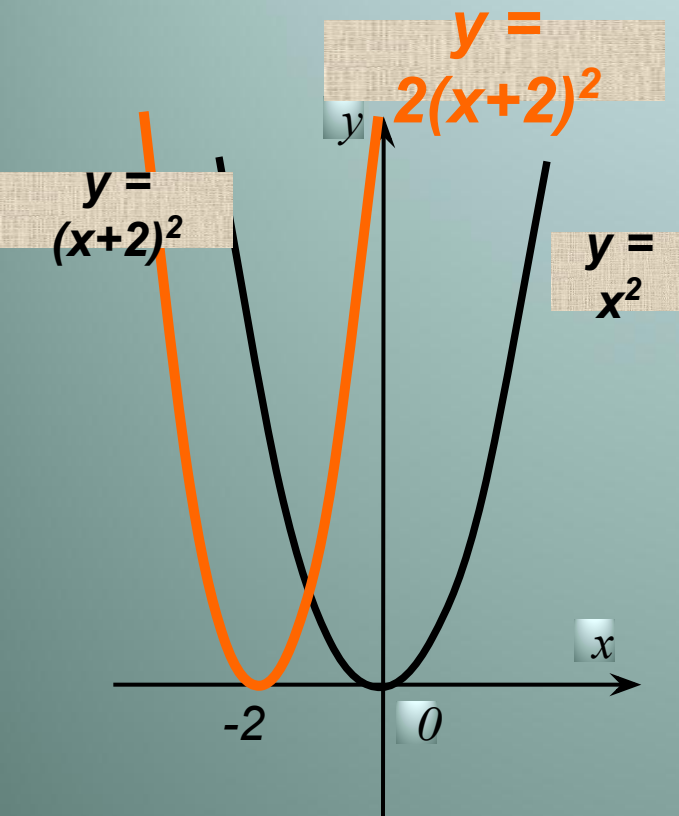
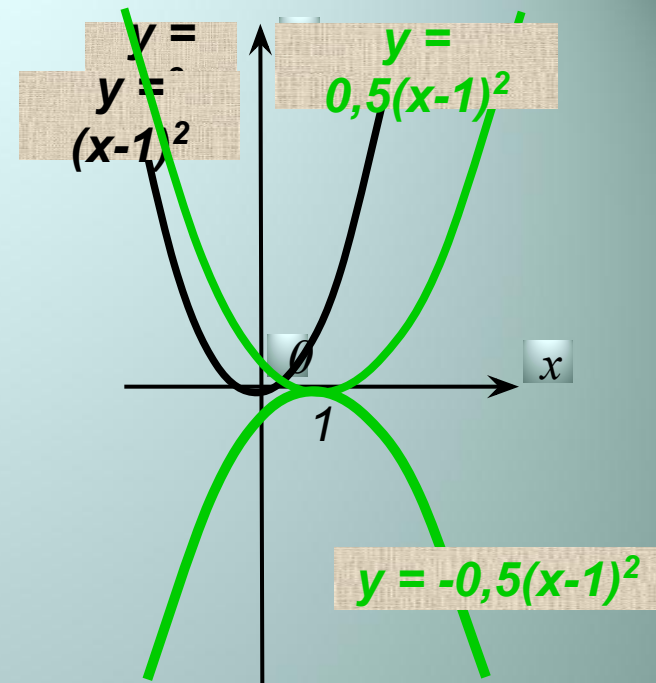
Дано: $f(x)=|x|-1$ и $g(x)=\sqrt{x}$
Построить: $(f \circ g)(x)=g(f(x))$

Ответ: $y = \sqrt{|x|-1}$



Дано: $f(x)=x-1$ и $g(x)=-0,5x^2$
Построить: $(f \circ g)(x)=g(f(x))$

Ответ: $y = -0,5(x-1)^2$



Дано: $f(x)=x+2$ и $g(x)=2x^2$
Построить: $(f \circ g)(x)=g(f(x))$

Ответ: $y = 2(x+2)^2$

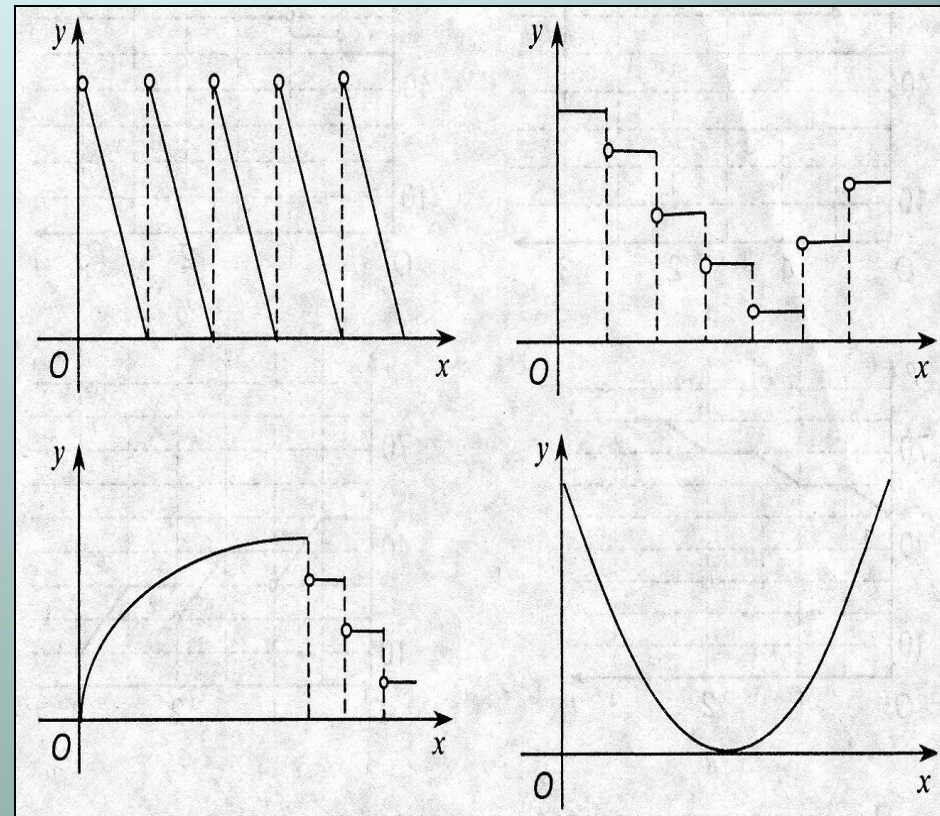


Домашнее задание №1

Пофантазируйте!

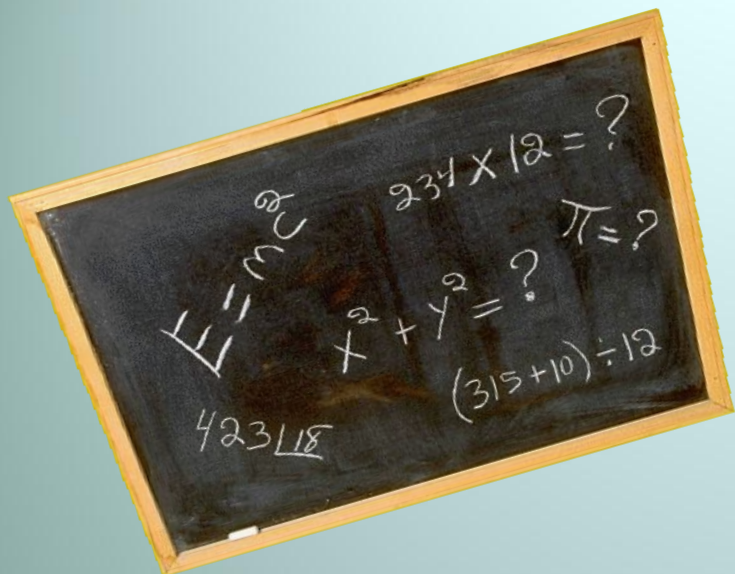
Какие реальные ситуации могут описывать функции, графики которых изображены на рисунках.

Укажите для каждой функции, что соответствует независимой переменной X , а что соответствует зависимой переменной Y .



Домашнее задание №2

- Составьте композицию из двух функций и постройте её график



- Как вы оцениваете свою работу на уроке?
- Какие задания оказались для вас трудными?
- Какие задания показались вам лёгкими?
- Что бы вы хотели пожелать, в том числе и предложения по разработке последующих занятий?



WORLD BEGINS

Задание

На складе было 50 тонн угля. Ежедневно на склад поступало 10 тонн. Даны графики описывающие зависимость количества p (в тоннах) угля от времени t (в сутках). По каждому графику составьте рассказ о том, что происходило с углем. Как он поступал на склад, в каком количестве? Расходовался ли?

