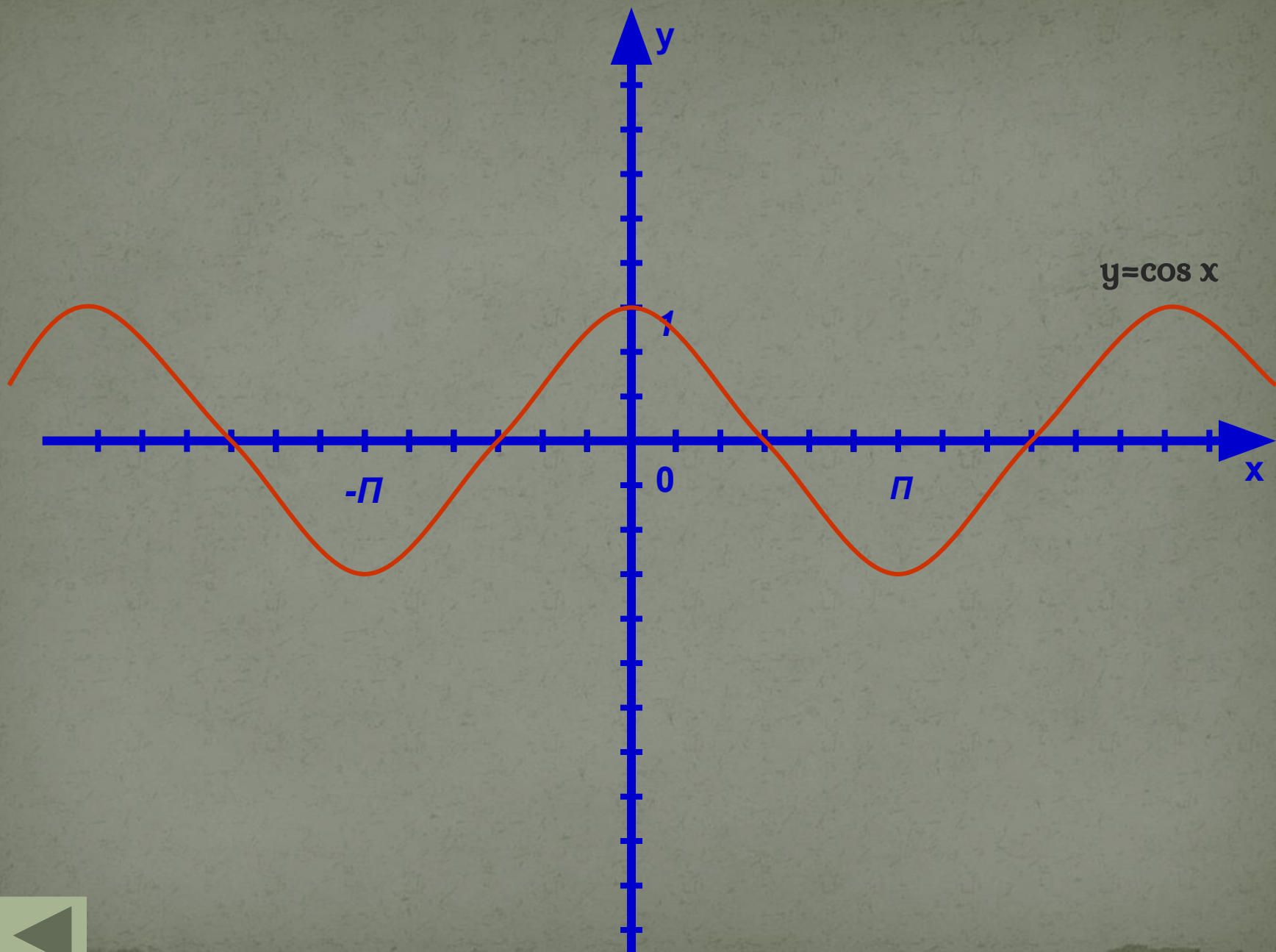


**Презентация по Алгебре и
Началам Анализа**

На тему: «Функция $y = \cos x$ »

[»Просмотр«](#)



Свойства функции $y = \cos x$

1. $\mathbb{D}(f) = (-\infty; +\infty)$
2. $y = \cos x$ – четная функция
3. Функция убывает на отрезке $[0; \pi]$, возрастает на отрезке $[\pi; 2\pi]$ и т. д.
4. Функция ограничена сверху и снизу
5. $y_{\text{наим.}} = -1$ (этого значения функция достигает в любой точке вида $x = \pi + 2\pi k$);
 $y_{\text{наиб.}} = 1$ (этого значения функция достигает в любой точке вида $x = 2\pi k$)
6. $\mathbb{E}(f) = [-1; 1]$
7. Период функции $y = \cos x$ равен $2\pi k$



Периодичность функции $y = \cos x$

Определение.

Функцию $y = f(x)$, $x \in X$, называют периодической, если существует такое отличное от нуля число T , что для любого x из множества X выполняется двойное равенство

$$f(x - T) = f(x) = f(x + T)$$

Число T , удовлетворяющее указанному условию, называют периодом функции $y = f(x)$.

Отсюда следует, что, поскольку для любого x справедливо равенство

$$\cos(x - 2\pi) = \cos x = \cos(x + 2\pi),$$

функция $y = \cos x$ является периодической и число 2π служит периодом для этой функции.

Вывод:

Если функция $y = f(x)$ имеет период T , то для построения графика функции нужно сначала построить ветвь (волну, часть) графика на любом промежутке длины T (чаще всего берут промежуток с концами в точках 0 и T или $-T/2$ и $T/2$), а затем сдвинуть эту ветвь по оси x вправо и влево на T , $2T$, $3T$ и т.д.



Любое число вида $2\pi k$, где $k = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$, является периодом функции $y = \cos x$; 2π – основной период этой функции.

Основной период функции $y = \cos kx$ равен $2\pi/k$

Пример



Найти основной период функции $y = \cos 0,5x$

Решение:

Пусть T – основной период функции $y = \cos 0,5x$. Положим $f(x) = \cos 0,5x$. Тогда

$$f(x+T) = \cos 0,5(x+T) = \cos (0,5x + 0,5T)$$

Чтобы число T было периодом функции, должно выполняться тождество $\cos(0,5x + 0,5T) = \cos 0,5x$.

Значит, $0,5T = 2\pi n$. Но, поскольку речь идет об отыскании основного периода, получаем $0,5T = 2\pi$, $T = 4\pi$

Ответ: $T = 4\pi$



Как построить график функции $y=mf(x)$, если известен график функции $y=f(x)$, где $m \neq 0$

Пример: Построить график функции $y=-1,5\cos x$

Решение: 1) Построим график функции $y=\cos x$, точнее, одну полуволну графика (пунктирная линия на рисунке 1).

2) Осуществим растяжение построенного графика от оси x с коэффициентом $1,5$; получим одну полуволну графика функции $y=1,5\cos x$ (тонкая линия на рис. 1)

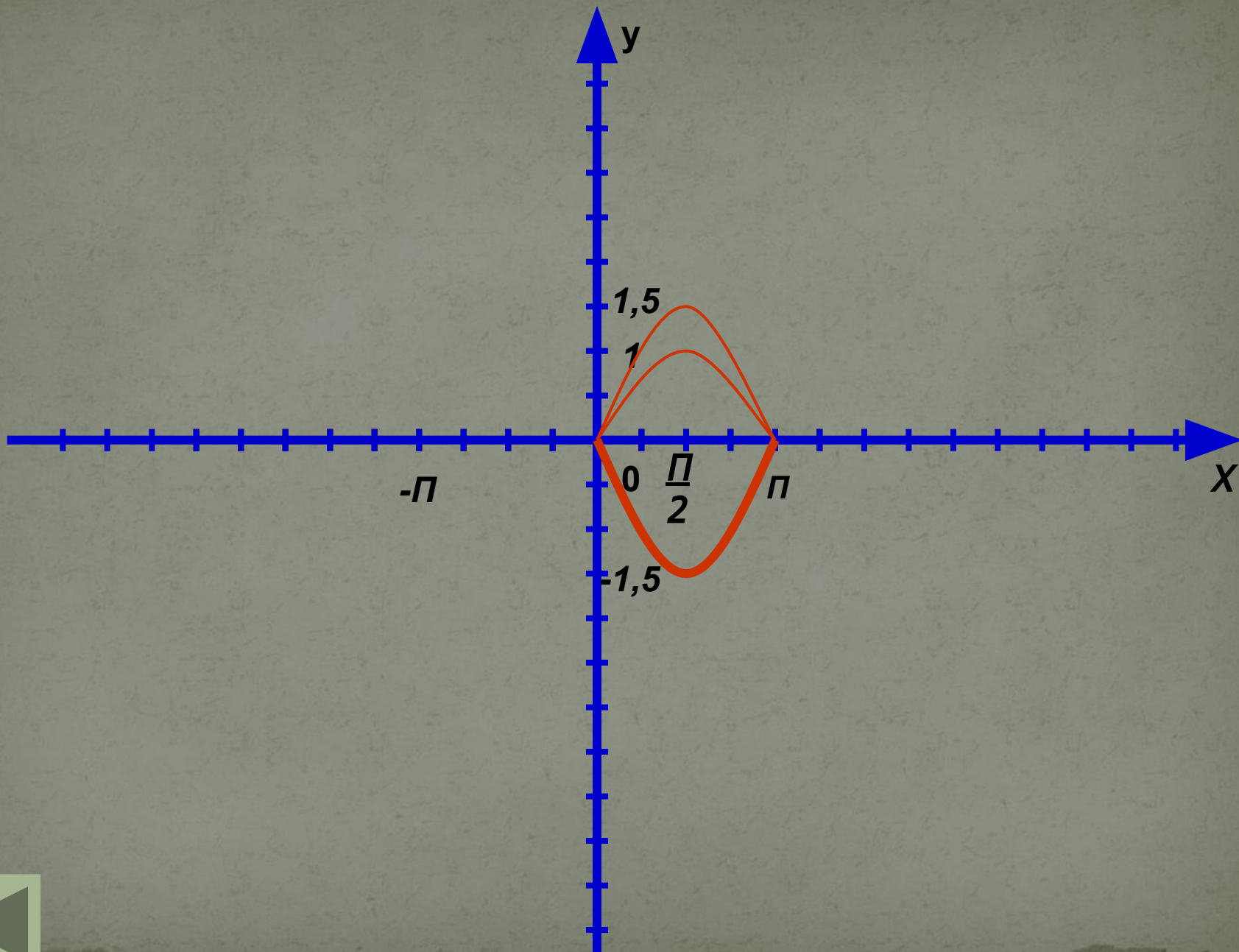
3) Подвергнем построенную полуволну графика функции $y=1,5\cos x$ преобразованию симметрии относительно оси x ; получим полуволну графика функции $y=-1,5\cos x$ (она выделена на рис. 1)

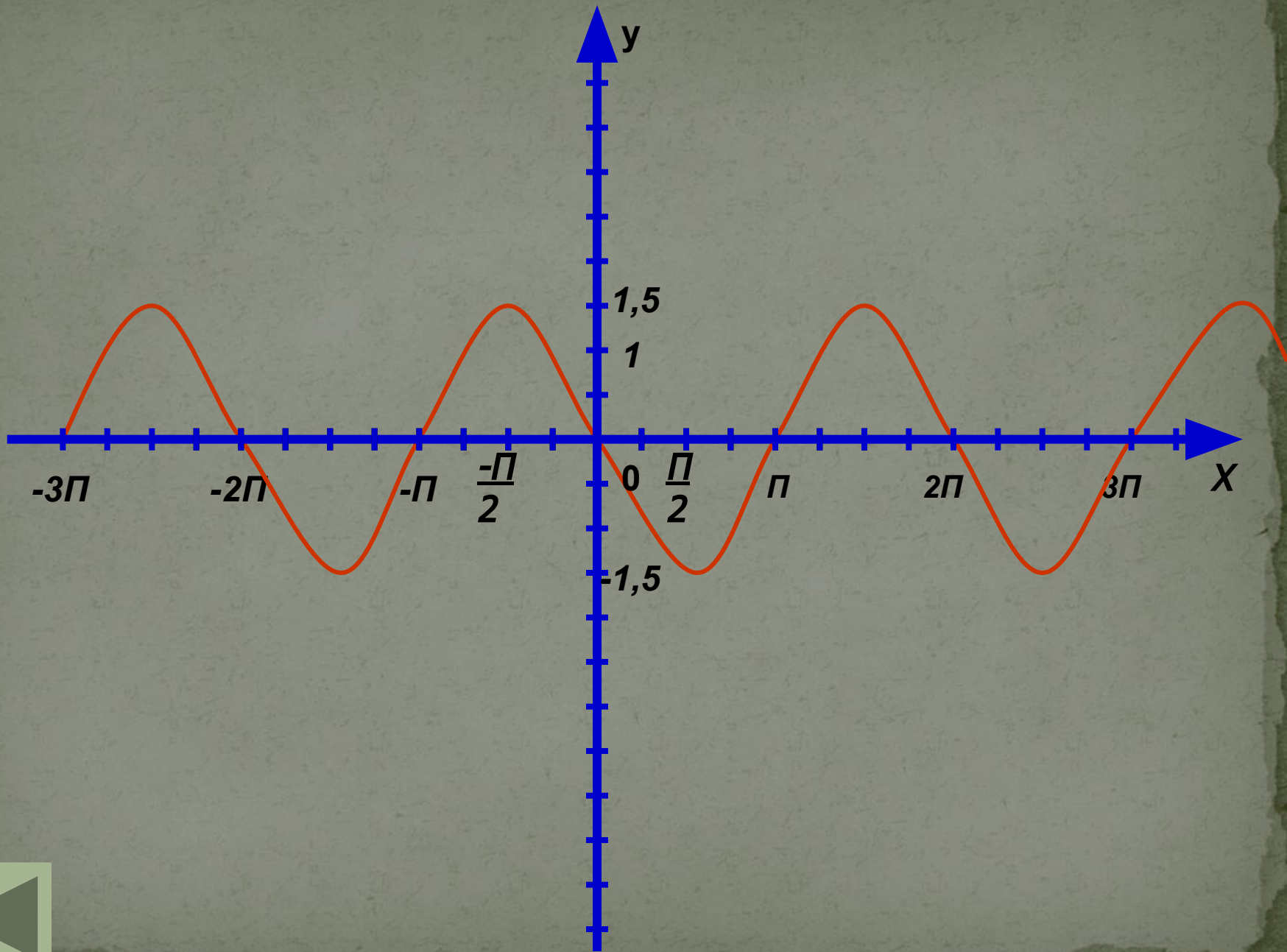
4) С помощью построенной полуволны получаем весь график функции $y=-1,5\cos x$ (рис. 2)

Рисунок 1

Рисунок 2







Как построить график функции $y=f(kx)$, если известен график функции $y=f(x)$, где $k \neq 0$

Рассмотрим несколько случаев.

Задача №1

Задача №2

Задача №3



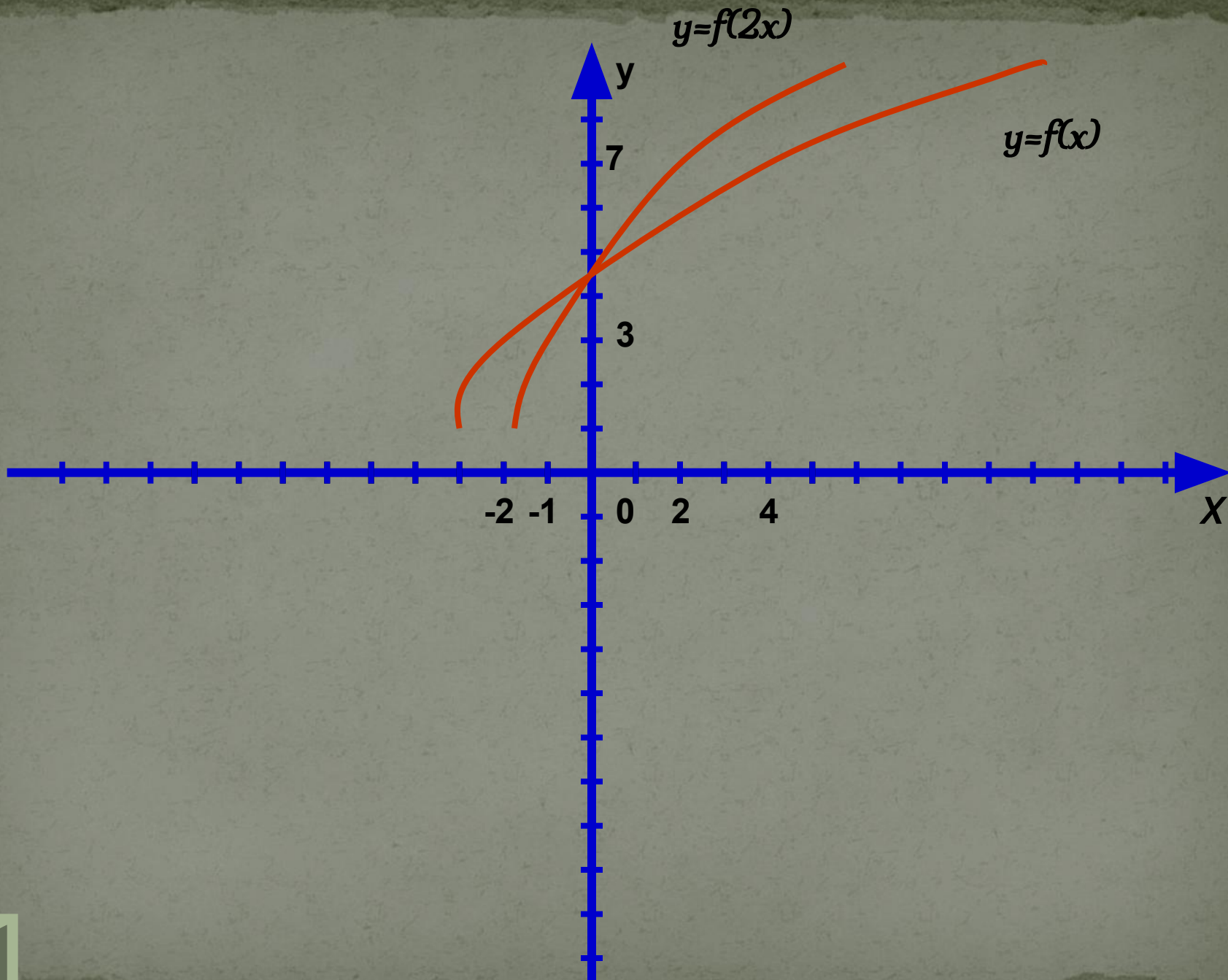
Зная график функции $y=f(x)$, построить график функции $y=f(kx)$, где k – положительное число, и $k=2$

Пусть на графике функции $y=f(x)$ имеются точки $(4; 7)$ и $(-2; 3)$. Это значит, что $f(4)=7$ и $f(-2)=3$. Если $x=2$, то $y = f(2x) = f(2*2) = f(4) = 7$. Значит, на графике функции $y= f(2x)$ есть точка $(2; 7)$. Далее, если $x= -1$, то $y = f(2x) = f(-1*2) = f(-2) = 3$. Значит, на графике функции $y=f(2x)$ есть точка $(-1; 3)$. Итак, на графике $y=f(x)$ есть точки $(4; 7)$ а на графике $y=f(2x)$ есть точки $(2; 7)$ и $(-1; 3)$, т. е. точки с той же ординатой, но с абсциссой в два раза меньшей (по модулю). Так же обстоит дело и с другими точками графика функции $y=f(x)$, когда мы переходим к графику функции $y=f(x)$ (рис. 1). Такое преобразование называют сжатием к оси ординат с коэффициентом 2.

Рисунок 3

Пример





Построить график функции $y = \cos 2x$

Решение:

Построим полуволну графика функции $y = \cos x$ (пунктирная линия на рис. 4) и осуществим её сжатие к оси y с коэффициентом 2; получим одну полуволну искомого графика функции $y = \cos 2x$ (рис. 4). Затем построим весь график (рис. 5)

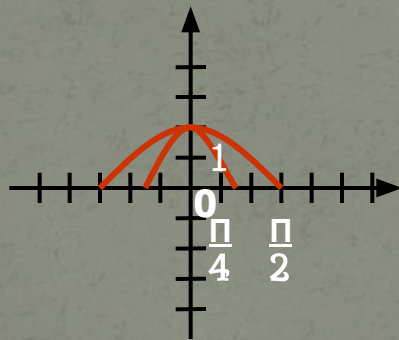


Рисунок
4

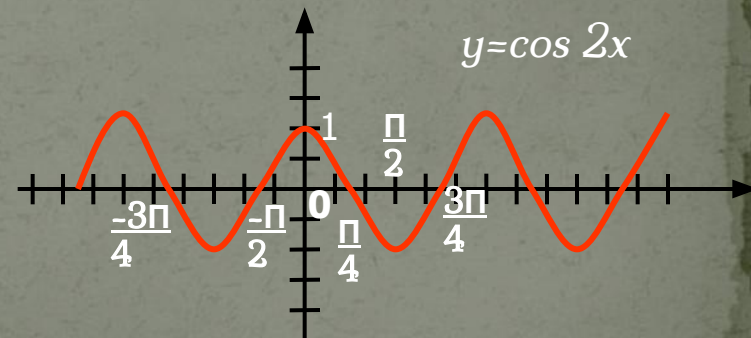


Рисунок
5

Зная график функции $y=f(x)$ построить график функции $y=f(kx)$, где $k=-1$.

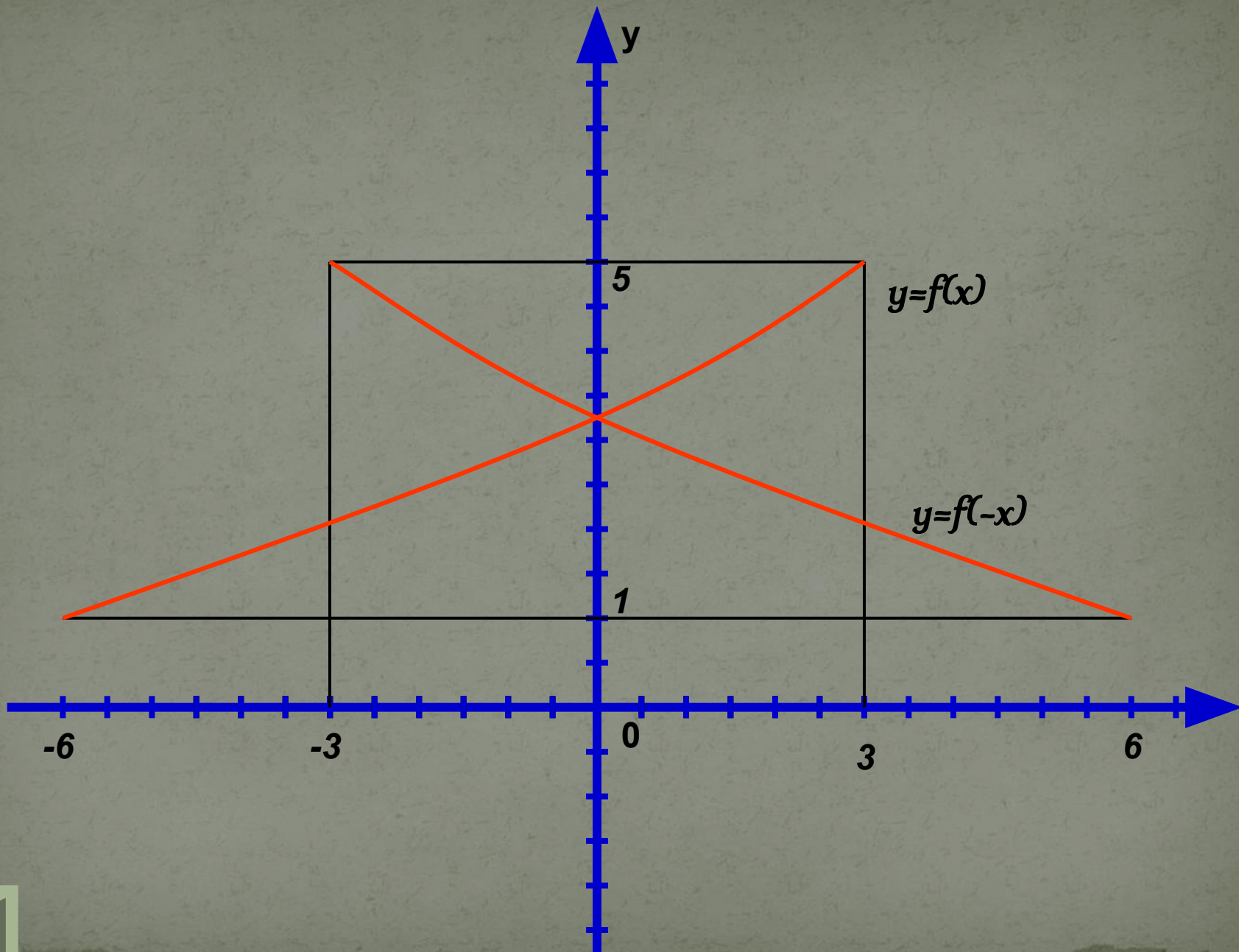
Речь идет о построении графика функции $y=f(-x)$. Предположим, что на графике функции $y=f(x)$ есть точки $(3; 5)$ и $(-6; 1)$. Это значит, что $f(3)=5$, а $f(-6)=1$. Соответственно на графике функции $y=f(-x)$ имеется точка $(-3; 5)$, т. к. при подстановке в формулу $y=f(-x)$ значения $x=-3$ получим $y=f(3)=5$. Аналогично убеждаемся, что графику функции $y=f(-x)$ принадлежит точка $(6; 1)$.

Итак, точке $(3; 5)$, принадлежащей графику функции $y=f(x)$, соответствует точка $(-3; 5)$, принадлежащей графику функции $y=f(-x)$; точке $(-6; 1)$, принадлежащей графику функции $y=f(x)$, соответствует точка $(6; 1)$, принадлежащей графику функции $y=f(-x)$. Указанные пары точек симметричны относительно оси y (рис. 6)

Обобщая эти рассуждения, приходим к следующему выводу: *график функции $y=f(-x)$ можно получить из графика функции $y=f(x)$ с помощью преобразования симметрии относительно оси y .*

З а м е ч а н и е. Если речь идет о построении графика функции $y=f(-x)$, то обычно проверяют, является ли функция $y=f(x)$ четной или нечетной. Если $y=f(x)$ – четная функция, то график функции $y=f(-x)$ совпадает с графиком функции $y=f(x)$. Если $y=f(x)$ – нечетная функция, то вместо графика функции $y=f(-x)$ можно построить график функции $y=-f(x)$.





Зная график функции $y=f(x)$, построить график функции $y=f(kx)$, где k – отрицательное число.

При $k < 0$ справедливо равенство $f(kx) = f(-|k|x)$. Значит, речь идет о построении графика функции $y=f(-|k|x)$. Это можно сделать в три шага:

- 1) Построить график функции $y=f(x)$;
- 2) Осуществить его сжатие (или растяжение) к оси y с коэффициентом $|k|$;
- 3) Сжатый (или растянутый) график подвергнуть преобразованию симметрии относительно оси y .

[Пример](#)



Построить график функции $y = -3\cos(-2x)$.

Решение:

Заметим прежде всего, что $\cos(-2x) = \cos 2x$.

- 1) Построим график функции $y = \cos x$, точнее, одну полуволну графика (рис. 7. Все предварительные построения обозначены пунктирными линиями)
- 2) Осуществим растяжение построенного графика от оси x с коэффициентом 3; получим одну полуволну графика функции $y = 3\cos x$.
- 3) Подвергнем построенную полуволну графика функции $y = 3\cos x$ преобразованию симметрии относительно оси x ; получим полуволну графика функции $y = -3\cos x$.
- 4) Осуществим для полуволны графика функции $y = -3\cos x$ сжатие к оси y с коэффициентом 2; получим полуволну графика функции $y = -3\cos 2x$ (рисю 7, сплошная линия).
- 5) С помощью полученной полуволны построим весь график (рис. 8)

Рисунок 7

Рисунок 8



