

Тема урока:

Алгебра логики

Этапы развития логики

- Логика очень древняя наука.
- 1-й этап связан с работами ученого и философа Аристотеля (384-322 г.г. до н.э.). Аристотель впервые дал систематическое изложение логики. Он подверг анализу человеческое мышление, его формы – понятие, суждение, умозаключение. Так возникла формальная логика.

Этапы развития логики

- 2-й этап – появление математической, или символической, логики. Основы ее заложил немецкий ученый и философ Г. В. Лейбниц (1646-1716). Он сделал попытку построить первые логические исчисления, считал, что можно заменить простые рассуждения действиями со знаками, и привел соответствующие правила. Но он выдвинул только идею, а развил её окончательно англичанин Д. Буль (1815-1864).

Формы мышления

- **Логика – это наука, изучающая законы и формы мышления; учение о способах рассуждений и доказательствах.**
- Основными формами мышления являются понятие, суждение, умозаключение.
- **Понятие – это форма мышления, выделяющая существенные признаки предмета или класса предметов, позволяющих отличить их от других.**
- *Например: компьютер, трапеция, портфель, ураганный ветер.*

Понятие

- Понятие имеет две стороны: содержание и объем.
- **Содержание понятия – совокупность существенных признаков, отраженных в этом понятии.**
- Например, содержание понятия персональный компьютер-это универсальное электронное устройство для автоматической обработки информации, предназначенное для одного пользователя.

Понятие

- **Объем понятия – множество предметов, каждому из которых принадлежат признаки, составляющие содержание понятий.**
- *Например:*
- *1. Объем понятия город – это множество, состоящее из городов, носящих имя Москва, Одесса, Казань, Уфа, Нижнекамск и др.*
- *2. Объем понятия персональный компьютер – совокупность существующих в мире персональных компьютеров.*

Упражнения

- **Упражнение 1.** Приведите свои примеры понятий.
- **Упражнение 2**
- 1. Перечислите существенные признаки, составляющие содержание понятий: добродетель, истина, ложь.
- 2. Определите объем понятий: столица России, столица, река.

Суждения

- **Суждение (высказывание, утверждение) – это форма мышления, в которой что-либо утверждается или отрицается о свойствах реальных предметов и отношениях между ними.**
- Высказывание может быть либо истинным, либо ложным, и может быть либо простым, либо составным (сложным).

Например:

- *1. Истинное высказывание: Буква "т" - согласная.*
- *2. Ложное высказывание: Осень наступила, и грачи прилетели.*

Суждение

- Вопросительные и восклицательные предложения не являются высказываниями, так как в них ни чего не утверждается и не отрицается.

Например:

- *1. Уходя, гасите свет!*
- *2. Кто хочет быть счастливым?*
- Высказывания могут выражаться с помощью математических, физических, химических и прочих знаков.

Например: $5 > 3$, $\text{H}_2\text{O} + \text{SO}_2 = \text{H}_2\text{SO}_4$.

Упражнения

- **Упражнение 3.** Объясните, почему следующие предложения не являются высказываниями:
 1. Какого цвета твой велосипед?
 2. Число X больше пяти?
 3. $5X-2$
 4. Посмотрите в окно.
 5. Пейте томатный сок!
 6. Вы были в музее?
 7. Разность чисел 12 и X равна 6.

Упражнения

- **Упражнение 4.** Какие из следующих высказываний являются истинными, а какие ложными?
 1. Город Москва – столица России.
 2. Число 12 – простое.
 3. $7 \cdot 3 = 1$.
 4. $12 < 15$.
 5. Сканер – устройство, которое может напечатать на бумаге то, что изображено на экране компьютера.
 6. Клавиатура – устройство ввода информации.
- **Упражнение 5.** Приведите свои примеры истинных и ложных высказываний.

Умозаключение

- **Умозаключение – это форма мышления, с помощью которой из одного или нескольких суждений может быть получено новое суждение.**
- Посылками умозаключения по правилам формальной логики могут быть только истинные суждения. Тогда, если умозаключение проводится в соответствии с правилами формальной логики, то оно будет истинным. В противном случае можно прийти к ложному умозаключению.

Умозаключение

- *Например:*
- *1. Все металлы – простые вещества.*
- *Литий – металл.*
- *Литий – простое вещество.*

- *2. Некоторые школьники – отличники.*
- *Вовочка – школьник.*
- *Вовочка – отличник.*

Упражнение

- **Упражнение 6.**

- 1. Дано высказывание "Все углы равнобедренного треугольника равны".
Путем умозаключений получить высказывание "Этот треугольник равносторонний".
- 2. Оцените правильность следующего рассуждения: сидящий встал; кто встал, тот стоит; значит, сидящий стоит.

Алгебра высказываний

- Алгебра высказываний была разработана для того, чтобы можно было определять истинность или ложность составного высказывания, не вникая в их содержание.
- **Алгебра логики (алгебра высказываний) – раздел математической логики, изучающий строение (форму, структуру) сложных логических высказываний и способы установления их истинности с помощью алгебраических методов.**
- **Под высказыванием (суждением) будем понимать повествовательное предложение, относительно которого можно сказать, истинно или ложно.**

Алгебра высказываний

- В алгебре высказываний простым высказываниям ставятся в соответствии **логические переменные**, обозначаемые прописными буквами латинского алфавита.
- *Например:*
- $A =$ "Листва на деревьях опадает осенью".
 $B =$ "Земля прямоугольная".

Алгебра высказываний

- Высказывания, как говорилось уже ранее, могут быть истинными или ложными. Истинному высказыванию соответствует значение логической переменной 1, а ложному – значение 0 .
- *Например:*
- $A=1$
 $B=0$
- **В алгебре высказываний высказывания обозначаются именами логических переменных, которые могут принимать лишь два значения: “истина” (1) и “ложь” (0).**
- В алгебре высказываний над высказываниями можно производить *логические операции*, в результате которых получаются новые, составные (сложные) высказывания.

Логические операции

- **Логическая операция – способ построения сложного высказывания из данных высказываний, при котором значение истинности сложного высказывания полностью определяется значениями истинности исходных высказываний.**
- Рассмотрим три базовых логических операций – инверсию, конъюнкцию, дизъюнкцию и дополнительные – импликацию и эквивалентность.

Логические операции

- **Инверсия** (от лат. inversion – переворачиваю) - отрицание.
- **Инверсия логической переменной** истина, если переменная ложна, и, наоборот, инверсия ложна, если переменная истинна.
- Обозначается $\neg A$, читается **не A**.

| A | $\neg A$ |
|----------|----------------------------|
| 1 | 0 |
| 0 | 1 |

Логические операции

- **Конъюнкция** (от лат. conjunction – связываю) - логическое умножение.
- **Конъюнкция двух логических переменных истинна тогда и только тогда, когда оба высказывания, истинны.**
- Обозначается $A \wedge B$, читается **A и B.**

КОНЪЮНКЦИЯ

| A | B | $A \wedge B$ |
|---|---|--------------|
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |

Логические операции

- **Дизъюнкция** (от лат. disjunction – различаю) - логическое сложение.
- **Дизъюнкция двух логических переменных ложна тогда и только тогда, когда оба высказывания ложны.**
- Обозначается $A \vee B$, читается **A или B.**

ДИЗЪЮНКЦИЯ

| A | B | $A \vee B$ |
|---|---|------------|
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 |

Логические операции

- **Импликация** (от лат. implication – тесно связывать) - логическое следование.
- **Импликация двух логических переменных ложна тогда и только тогда, когда из истинного основания следует ложное следствие.**
- Обозначается **$A \rightarrow B$** , где **A** – условие
- **B** - следствие.
- Читается **Если A, то B; Когда A, тогда B.**

Импликация

| A | B | A \rightarrow B |
|----------|----------|-------------------------------------|
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |

Логические операции

- **Эквивалентность** (от лат. equivalents – равноценность) - логическое равенство.
- **Эквивалентность двух логических переменных истинна тогда и только тогда, когда оба высказывания одновременно либо ложны, либо истинны.**
- Обозначается $A \leftrightarrow B$, читается **A тогда и только тогда, когда B.**

Эквивалентность

| A | B | A ↔ B |
|----------|----------|--------------|
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |

Упражнения

- Среди следующих высказываний укажите составные, выделите в них простые.
- Число 456 трехзначное и четное.
- Неверно, что Солнце движется вокруг Земли.
- Число делится на 9 тогда и только тогда, когда сумма его цифр делится на 9.
- Луна – спутник Земли.
- На уроке химии ученики выполняли лабораторную работу, и результаты исследований записывали в тетрадь.
- Если число оканчивается на 0, то оно делится на 10.
- Чтобы погода была солнечной, достаточно, чтобы не было ни ветра, ни дождя.
- Если человек с детства и юности своей не давал нервам властвовать над собой, то они не привыкнут раздражаться и будут ему послушны.

Упражнения

- **Постройте отрицания следующих высказываний.**
- На улице сухо.
- Сегодня выходной день.
- Ваня не был готов сегодня к урокам.
- Неверно, что число 3 не является делителем числа 198.
- Некоторые млекопитающие не живут на суше.
- Неверно, что число 17 – простое.