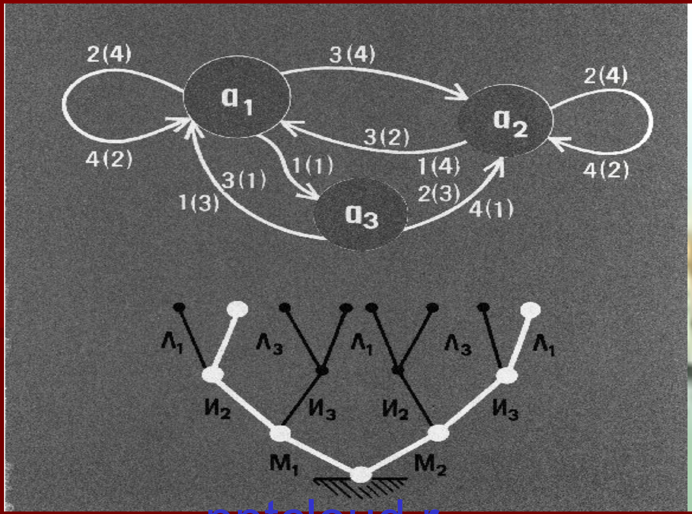
АЛГЕБРА ВЫСКАЗЫВАНИЙ. ОСНОВНЫЕ ОПЕРАЦИИ АЛГЕБРЫ ВЫСКАЗЫВАНИЙ.



ВОПРОСЫ

1. Что такое логика? Формальная логика. Математическая логика.
2. Этапы развития логики.
3. Применение математической логики.
4. Алгебра высказываний. Простые и сложные высказывания.
5. Основные операции алгебры высказываний.

ВОПРОС №1

- Что такое логика?
- Формальная логика
- Математическая логика

LOGOS (ГРЕЧ.)- СЛОВО, ПОНЯТИЕ, РАССУЖДЕНИЕ, РАЗУМ

СЛОВО «ЛОГИКА» ОБОЗНАЧАЕТ СОВОКУПНОСТЬ ПРАВИЛ, КОТОРЫМ ПОДЧИНЯЕТСЯ ПРОЦЕСС МЫШЛЕНИЯ.

ОСНОВНЫМИ ФОРМАМИ АБСТРАКТНОГО МЫШЛЕНИЯ ЯВЛЯЮТСЯ: ПОНЯТИЯ, СУЖДЕНИЯ, УМОЗАКЛЮЧЕНИЯ.

ПОНЯТИЕ - ФОРМА МЫШЛЕНИЯ, В КОТОРОЙ ОТРАЖАЮТСЯ СУЩЕСТВЕННЫЕ ПРИЗНАКИ ОТДЕЛЬНОГО ПРЕДМЕТА ИЛИ КЛАССА ОДНОРОДНЫХ ПРЕДМЕТОВ. *(ТРАПЕЦИЯ, ДОМ)*

СУЖДЕНИЕ - МЫСЛЬ, В КОТОРОЙ ЧТО-ЛИБО УТВЕРЖДАЕТСЯ ИЛИ ОТРИЦАЕТСЯ О ПРЕДМЕТАХ. *(ВЕСНА НАСТУПИЛА, И ГРАЧИ ПРИЛЕТЕЛИ)*

УМОЗАКЛЮЧЕНИЕ - ПРИЕМ МЫШЛЕНИЯ, ПОСРЕДСТВОМ КОТОРОГО ИЗ ИСХОДНОГО ЗНАНИЯ ПОЛУЧАЕТСЯ НОВОЕ ЗНАНИЕ.
(ВСЕ МЕТАЛЛЫ - ПРОСТЫЕ ВЕЩЕСТВА)

<u>ЛОГИКА (ФОРМАЛЬНАЯ)</u> - НАУКА О ЗАКОНАХ И ФОРМАХ ПРАВИЛЬНОГО МЫШЛЕНИЯ.

<u>МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА -</u> ИЗУЧАЕТ ЛОГИЧЕСКИЕ СВЯЗИ И ОТНОШЕНИЯ, ЛЕЖАЩИЕ В ОСНОВЕ ЛОГИЧЕСКОГО (ДЕДУКТИВНОГО) ВЫВОДА.

ВОПРОС №2

ЭТАПЫ РАЗВИТИЯ ЛОГИКИ

АРИСТОТЕЛЬ (384-322 гг. до н.э.) - ОСНОВОПОЛОЖНИК ЛОГИКИ

КНИГИ:

- **«КАТЕГОРИИ»**
- **«ПЕРВАЯ АНАЛИТИКА»**
- **«ВТОРАЯ АНАЛИТИКА»**

(ИССЛЕДОВАЛ РАЗЛИЧНЫЕ ФОРМЫ РАССУЖДЕНИЙ , ВВЕЛ ПОНЯТИЕ СИЛЛОГИЗМА)

СИЛЛОГИЗМ - РАССУЖДЕНИЕ, В КОТОРОМ ИЗ ЗАДАННЫХ ДВУХ СУЖДЕНИЙ ВЫВОДИТСЯ ТРЕТЬЕ.

1. ВСЕ МЛЕКОПИТАЮЩИЕ ИМЕЮТ СКЕЛЕТ. ВСЕ КИТЫ - МЛЕКОПИТАЮЩИЕ. СЛЕДОВАТЕЛЬНО, ВСЕ КИТЫ ИМЕЮТ СКЕЛЕТ.

2. ВСЕ КВАДРАТЫ - РОМБЫ. ВСЕ РОМБЫ - ПАРАЛЛЕЛЕГРАММЫ. СЛЕДОВАТЕЛЬНО, ВСЕ КВАДРАТЫ - ПАРАЛЛЕЛОГРАММЫ.

АРИСТОТЕЛЬ ВЫДЕЛИЛ ВСЕ ПРАВИЛЬНЫЕ ФОРМЫ СИЛЛОГИЗМОВ, КОТОРЫЕ МОЖНО СОСТАВИТЬ ИЗ РАССУЖДЕНИЙ ВИДА:

- **«Все А суть В»**
- **«Некоторые А суть В»**
- **«Все А не суть В»**
- **«Некоторые А не суть В»**

Логика, основанная на теории силлогизмов называется классической.

Декарт Рене (1596-1650, фр. философ, математик)

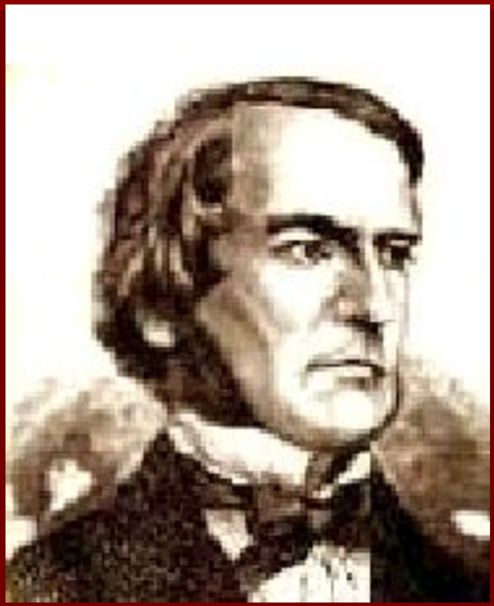
РЕКОМЕНДОВАЛ В ЛОГИКЕ ИСПОЛЬЗОВАТЬ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ.

Лейбниц Г.В. (1646-1716, нем. ученый и математик) -

Предложил использовать в логике математическую символику и впервые высказал мысль о возможности применения в ней двоичной системы счисления.

Логика обретает символьный язык, конкретность законов, распространяется за рамки гуманитарных наук.

Джордж Буль (1815-1864, анл.) - основоположник мат. логики.



1847 г. –Джордж Буль в работе «Математический анализ логики» изложил основы булевой алгебры.

РАЗРАБОТАЛ АЛФАВИТ, ОРФОГРАФИЮ И ГРАММАТИКУ.

1815 – 1864 гг. благодаря трудам математика Дж. Буля появился раздел математической логики, получивший название *алгебры логики или булевой алгебры*.

ВКЛАД В СТАНОВЛЕНИЕ И РАЗВИТИЕ МАТ. ЛОГИКИ:

АУГУСТУС ДЕ МОРГАН
(1806 - 1871)

ВКЛАД В СТАНОВЛЕНИЕ И РАЗВИТИЕ МАТ. ЛОГИКИ:

- **УИЛЬЯМ СТЕНЛИ ДЖЕВОНС (1835 - 1882)**
- **ПЛАТОН СЕРГЕЕВИЧ ПОРЕЦКИЙ (1846-1907)**
- **ЧАРЛЗ САНДЕРС ПИРС (1839-1914)**

ВОПРОС №3

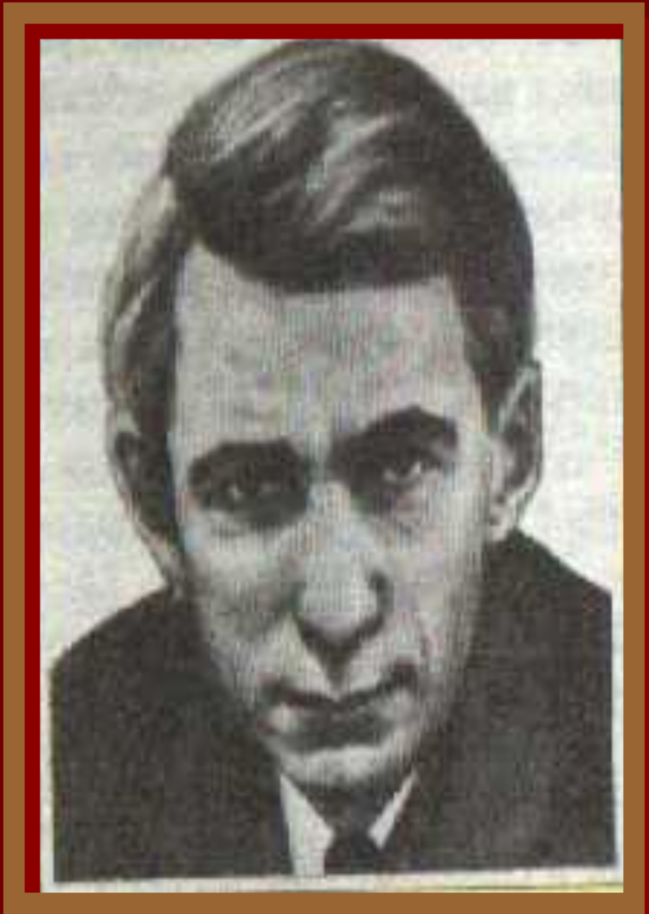
ПРИМЕНЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛОГИКИ

1) Логика оказала влияние на развитие математики, прежде всего теории множеств, функциональных систем, алгоритмов, рекурсивных функций.

2) В гуманитарных науках (логика, криминалистика).

3) Математическая логика является средством для изучения деятельности мозга - для решения этой самой важной проблемы биологии и науки вообще.

4) Идеи и аппарат логики используется в кибернетике, ВТ и электротехнике (построены компьютеры на основе законов математической логики).



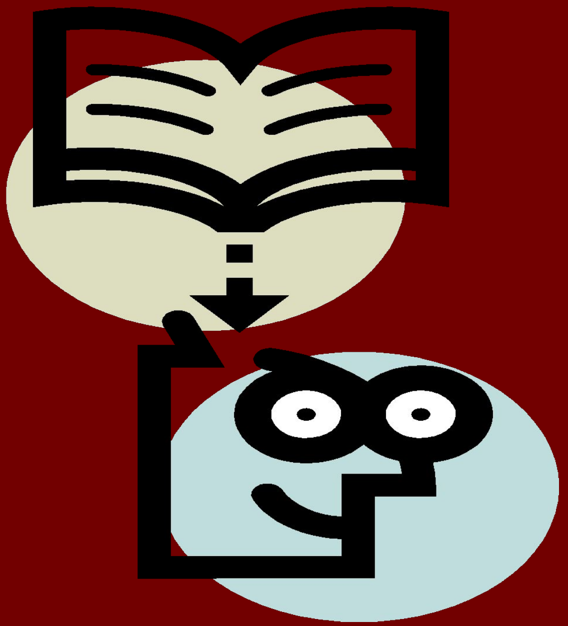
1938 г. – американский математик и инженер Клод Шеннон связал Булеву алгебру (аппарат математической логики), двоичную систему кодирования и релейно-контактные переключательные схемы, заложив основы будущих ЭВМ.

5) Идеи и аппарат логики используется в программировании, базах данных и экспертных системах.

PROLOG – язык логического программирования

ВОПРОС №4

- **Алгебра высказываний**
- **Простые и сложные высказывания**



АЛГЕБРА ЛОГИКИ (ВЫСКАЗЫВАНИЙ) -

РАЗДЕЛ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛОГИКИ, ИЗУЧАЮЩИЙ ВЫСКАЗЫВАНИЯ И ЛОГИЧЕСКИЕ ОПЕРАЦИИ НАД НИМИ.

<u>ВЫСКАЗЫВАНИЕ</u> - ЭТО ПОВЕСТВОВАТЕЛЬНОЕ ПРЕДЛОЖЕНИЕ, О КОТОРОМ МОЖНО СКАЗАТЬ, ЧТО ОНО ИСТИННО ИЛИ ЛОЖНО.

1) Земля - планета Солнечной системы.
2) $2+8<5$
3) $5 \cdot 5=25$
4) Всякий квадрат есть параллелограмм
5) Каждый параллелограмм есть квадрат
6) $2 \cdot 2 =5$

ВЫСКАЗЫВАНИЕМ НЕ ЯВЛЯЕТСЯ:

1) ВОСКЛИЦАТЕЛЬНЫЕ И ВОПРОСИТЕЛЬНЫЕ ПРЕДЛОЖЕНИЯ.

2) ОПРЕДЕЛЕНИЯ.

3) ПРЕДЛОЖЕНИЯ ТИПА:

- «ОН СЕРОГЛАЗ»
- «X^2-4X+3=0»

ВЫСКАЗЫВАНИЕ, КОТОРОЕ МОЖНО РАЗЛОЖИТЬ НА ЧАСТИ, БУДЕМ НАЗЫВАТЬ СЛОЖНЫМ, А НЕРАЗЛОЖИМОЕ ДАЛЕЕ ВЫСКАЗЫВАНИЕ - ПРОСТЫМ.

1) На улице идет дождь. (А)

2) На улице идет дождь. (В)

3) На улице светит солнце и на улице идет дождь. (А и В)

4) На улице светит солнце или на улице идет дождь. (А или В)

$A \equiv 1$; $B \equiv 0$

ВОПРОС №5

ОСНОВНЫЕ ОПЕРАЦИИ АЛГЕБРЫ ВЫСКАЗЫВАНИЙ

ИНВЕРСИЯ (ЛОГИЧЕСКОЕ ОТРИЦАНИЕ) - ПРИСОЕДИНЕНИЕ ЧАСТИЦЫ «НЕ» К СКАЗУЕМОМУ ДАННОГО ПРОСТОГО ВЫСКАЗЫВАНИЯ ИЛИ ПРИСОЕДИНЕНИЕ СЛОВ «НЕВЕРНО ЧТО. . .» КО ВСЕМУ ВЫСКАЗЫВАНИЮ.

ИНВЕРСИЯ ЛОГИЧЕСКОЙ ПЕРЕМЕННОЙ ИСТИННА, ЕСЛИ САМА ПЕРЕМЕННАЯ ЛОЖНА, И, НАОБОРОТ, ИНВЕРСИЯ ЛОЖНА, ЕСЛИ ПЕРЕМЕННАЯ ИСТИННА.

A	$\bar{A}$
0	1
1	0

ДИЗЪЮНКЦИЯ (ЛОГИЧЕСКОЕ СЛОЖЕНИЕ) -

СОЕДИНЕНИЕ ДВУХ ВЫСКАЗЫВАНИЙ А И В В ОДНО С ПОМОЩЬЮ СОЮЗА «ИЛИ», УПОТРЕБЛЯЕМОГО В НЕИСКЛЮЧАЮЩЕМ ВИДЕ.

ДИЗЪЮНКЦИЯ ДВУХ ЛОГИЧЕСКИХ ВЫСКАЗЫВАНИЙ ЛОЖНА ТОГДА И ТОЛЬКО ТОГДА, КОГДА ОБА ВЫСКАЗЫВАНИЯ ЛОЖНЫ.

A	B	$A \vee B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

КОНЪЮНКЦИЯ (ЛОГИЧЕСКОЕ УМНОЖЕНИЕ) - СОЕДИНЕНИЕ ДВУХ ВЫСКАЗЫВАНИЙ А И В В ОДНО С ПОМОЩЬЮ СОЮЗА «И».

КОНЪЮНКЦИЯ ДВУХ ЛОГИЧЕСКИХ ВЫСКАЗЫВАНИЙ ИСТИННА ТОГДА И ТОЛЬКО ТОГДА, КОГДА ОБА ВЫСКАЗЫВАНИЯ ИСТИННЫ.

A	B	$A \wedge B$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

ИМПЛИКАЦИЯ -

ЛОГИЧЕСКАЯ ОПЕРАЦИЯ, СООТВЕТСТВУЮЩАЯ СОЮЗУ «ЕСЛИ . . . , ТО . . .»

ИМПЛИКАЦИЯ ВЫСКАЗЫВАНИЙ ЛОЖНА ЛИШЬ В СЛУЧАЕ, КОГДА А ИСТИННО, А В ЛОЖНО.

A	B	A→B
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

ЭКВИВАЛЕНЦИЯ -

ЛОГИЧЕСКАЯ ОПЕРАЦИЯ, СООТВЕТСТВУЮЩАЯ СОЮЗУ «ТОГДА И ТОЛЬКО ТОГДА, КОГДА …»

ЭКВИВАЛЕНЦИЯ ДВУХ ВЫСКАЗЫВАНИЙ ИСТИННА В ТОМ И ТОЛЬКО ТОМ СЛУЧАЕ, КОГДА ОБА ЭТИ ВЫСКАЗЫВАНИЯ ИСТИННЫ ИЛИ ЛОЖНЫ.

A	B	A↔B
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

ПРИОРИТЕТ ЛОГИЧЕСКИХ ОПЕРАЦИЙ:

- **ИНВЕРСИЯ;**
- **КОНЪЮНКЦИЯ;**
- **ДИЗЪЮНКЦИЯ;**
- **ИМПЛИКАЦИЯ И ЭКВИВАЛЕНТНОСТЬ.**

Логическая операция	Обозначения	Эквивалент в русском языке
Инверсия (логическое отрицание)	НЕ, NOT, ¬, $\bar{a}$	не; неверно, что ...
Коньюнкция (логическое умножение)	И, AND, ∧, &, •, ∩	И А НО
Дизьюнкция (логическое сложение)	ИЛИ, OR, ∨, +, |, ∪	Или; Либо…, либо … Или…, или…
Импликация (логическое следование)	→, ⇒, ⊃	если ..., то ...; из ... следует ...; ... достаточно для ...; для ... , необходимо ...
Эквиваленция (логическое равенство)	↔, ⇔, ≡, ~	... если и только если ...; ... тогда и только тогда, когда ...; … в том и только в том случае, когда ...; необходимо и достаточно

С помощью логических переменных и символов логических операций любое высказывание можно формализовать, т.е. заменить логической формулой.

1. Всякая логическая переменная и символы «истина» («1») и «ложь» («0»)- формулы.
2. Если А и В – формулы, то «не А», «А и В», «А или В», «если А, то В», «тогда и только тогда А, когда В» - формулы.
3. Никаких других формул в алгебре логики нет.

Простые высказывания будем называть **логическими переменными**, а сложные **логическими функциями.**