Алгебра высказываний

Алгебра и логика

Простые высказывания в алгебре логики обозначаются заглавными латинскими буквами:

A = {Аристотель - основоположник логики}

B = {На яблонях растут бананы}.

Истинному высказыванию ставится в соответствие 1, ложному — 0.

Таким образом: $A = 1$, $B = 0$.

Алгебра и логика

Составные высказывания на естественном языке образуются с помощью союзов:

- Солнце в зените И тени нет.
- Мы пойдём в кино ИЛИ на дискотеку.
- НЕВЕРНО, что Солнце движется вокруг Земли.
- ЕСЛИ сумма цифр числа делится на 3, ТО число делится на 3
- Число 15 делится на 3 ТОГДА И ТОЛЬКО ТОГДА, когда сумма цифр числа 15 делится на 3.

Эти союзы в алгебре высказываний заменяются на логические операции.

Логические операции задаются таблицами истинности и могут быть графически проиллюстрированы с помощью диаграмм Эйлера-Венна.

Солнце в зените И тени нет.

Логическая операция КОНЪЮНКЦИЯ (логическое умножение):

- в естественном языке соответствует союзу **и**;
- в алгебре высказываний обозначение **&**;
- в языках программирования обозначение **And**.

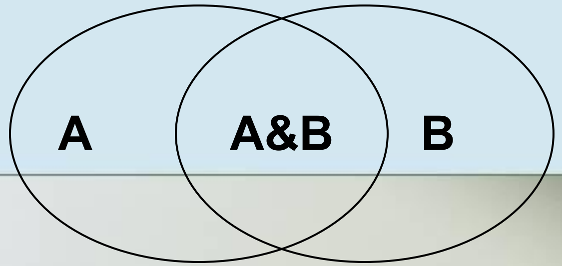
Составное высказывание, образованное в результате конъюнкции истинно тогда и только тогда, когда оба исходных высказывания истинны.

В алгебре множеств конъюнкции соответствует операция *пересечения множеств.*

Таблица истинности:

A	B	A&B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Диаграмма Эйлера-Венна



Мы пойдём в кино ИЛИ на дискотеку.

Логическая операция ДИЗЪЮНКЦИЯ (логическое сложение):

- в естественном языке соответствует союзу **или**;
- обозначение V;
- в языках программирования обозначение **Or**.

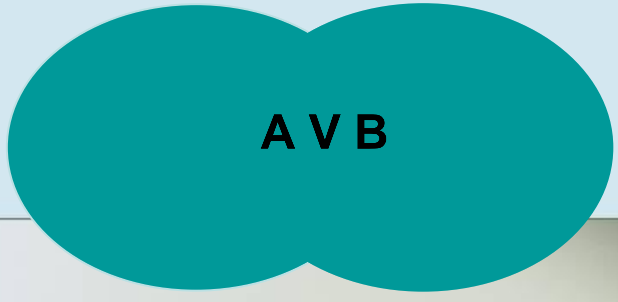
Составное высказывание образованное в результате дизъюнкции является истинным, когда хотя бы одно из двух образующих его высказываний истинно.

В алгебре множеств дизъюнкции соответствует операция *объединения множеств.*

Таблица истинности:

A	B	AVB
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Диаграмма Эйлера-Венна



НЕВЕРНО, что Солнце движется вокруг Земли.

Логическая операция ИНВЕРСИЯ (отрицание):

- в естественном языке соответствует словам **неверно, что…** и частице **не**;
- обозначение $\overline{A}$ **;**
- в языках программирования обозначение **Not**;

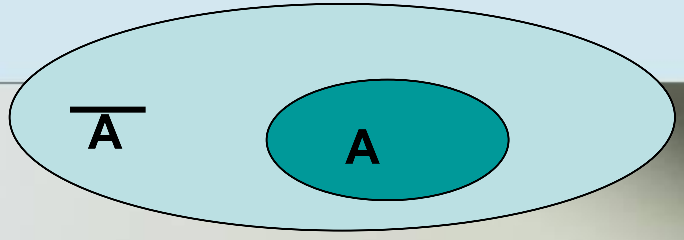
Отрицание - это логическая операция, которая делает истинное высказывание ложным и, наоборот, ложное – истинным.

В алгебре множеств логическому отрицанию соответствует операция *дополнения до универсального множества.*

Таблица истинности:

A	$\overline{A}$
0	1
1	0

Диаграмма Эйлера-Венна



ЕСЛИ сумма цифр числа делится на 3, ТО число делится на 3

Логическая операция ИМПЛИКАЦИЯ (логическое следование):

- в естественном языке соответствует обороту **если ..., то ...**;
- обозначение □

Составное высказывание с импликацией является ложным тогда и только тогда, когда условие (первое высказывание) истинно, а следствие (второе высказывание) ложно.

Таблица истинности:

A	B	A □ B
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Число 15 делится на 3 ТОГДА И ТОЛЬКО ТОГДА, когда сумма цифр числа 15 делится на 3.

Логическая операция ЭКВИВАЛЕНЦИЯ (равнозначность):

- в естественном языке соответствует оборотам речи **тогда и только тогда; в том и только в том случае**;
- обозначения $\Leftrightarrow$, ~ .

Составное высказывание с эквиваленцией является истинным тогда и только тогда, когда оба исходных высказывания одновременно истинны или одновременно ложны.

Таблица истинности:

A	B	A $\Leftrightarrow$ B
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Тренируемся:

Задачник 1

1. Стр.43 №1, №2, №5
2. Стр.47 №6
3. Стр.54 №28, №29
4. Найдите значения логических выражений:

- а) (1V1) V(1 V 0);
- б) ((1 V 0) V 1) V 1;
- в) (0 V 1) V(1 V 0);
- г) (0&1)&1;
- д) 1&(1&1)&1;
- е) ((1 V 0)&(1&1))&(0 V 1);
- ж) ((1&0) V(1&0)) V 1;
- з) ((1&1) V 0)&(0 V 1);
- и) ((0&0) V 0)&(1 V 1).

Дома: §3.2 стр.125 – 129
вопрос 3.1 стр. 129