

Алгебраические кривые в полярной системе координат и их применение в природе и технике

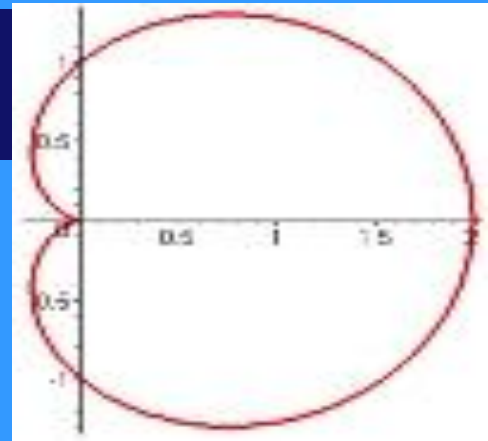
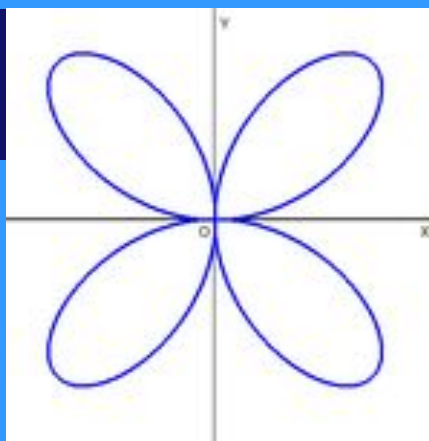
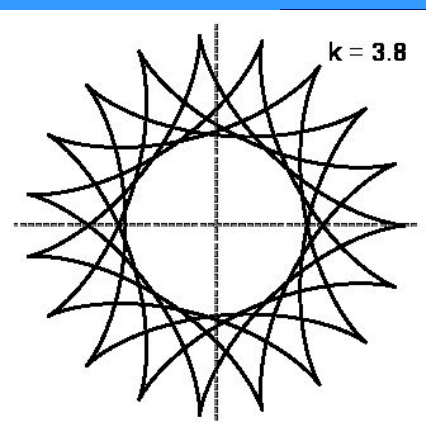
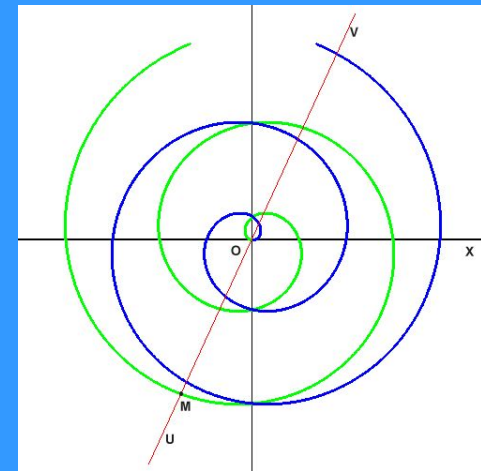
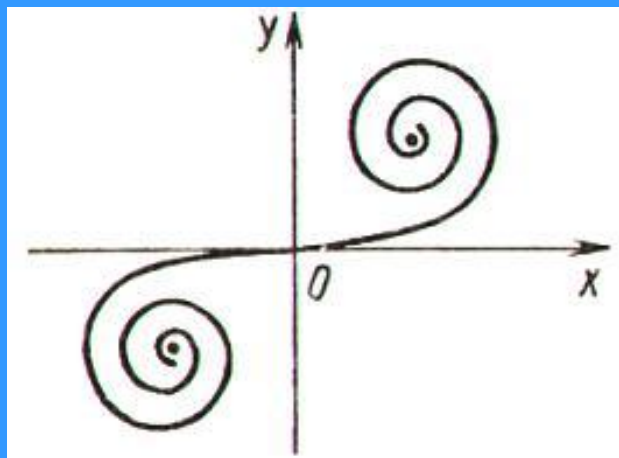
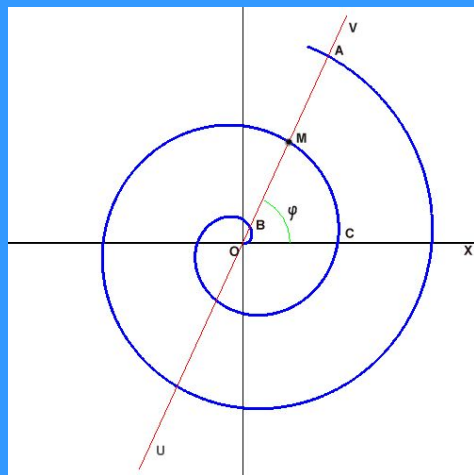


Выполнили ученики 8 В класса
Кременевский А., Тимофеев В.,
Шестопалов А.

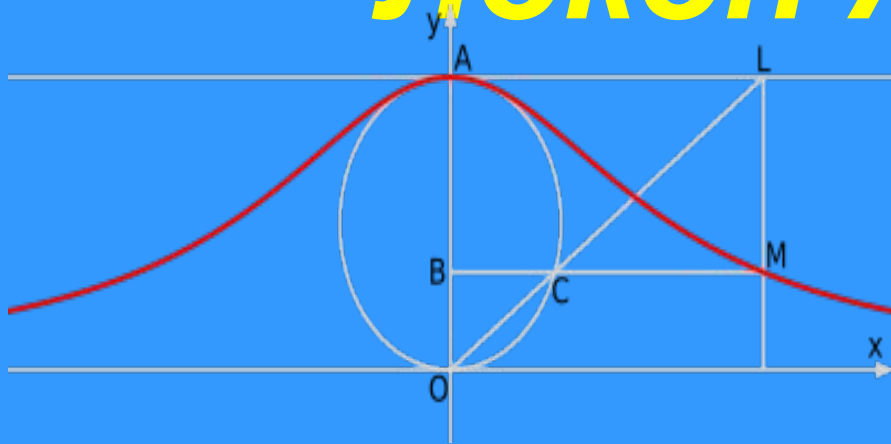
Научный руководитель: Е.П.Ахонен

Цель:

познакомиться с кривыми, не изучаемыми в школьном курсе алгебры,
найти для них примеры в природе и технике.



Локон Анъези



$$\frac{BM}{BC} = \frac{OA}{OB}$$

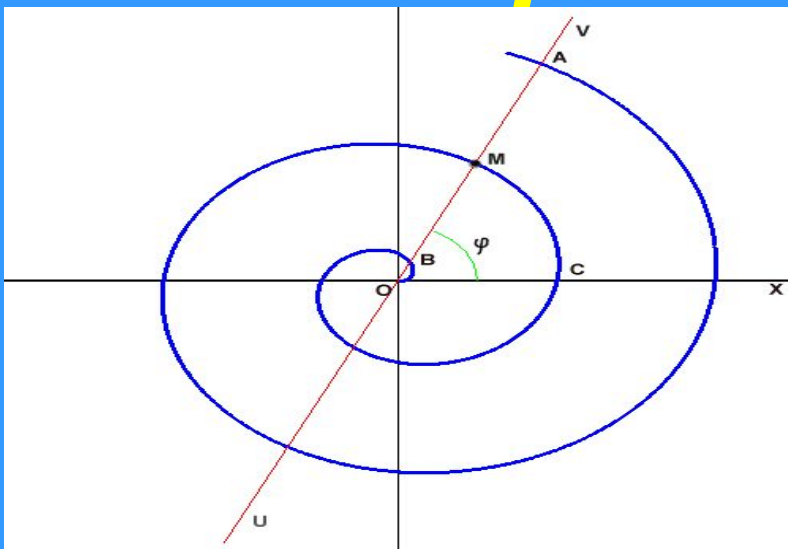
плоская кривая, геометрическое место точек M ,

где OA — диаметр окружности,
 BC — полухорда этой окружности,
перпендикулярная OA .

Мария Гаэтана Анъези – автор кривой



Спираль архимеда

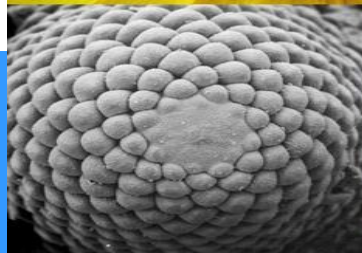
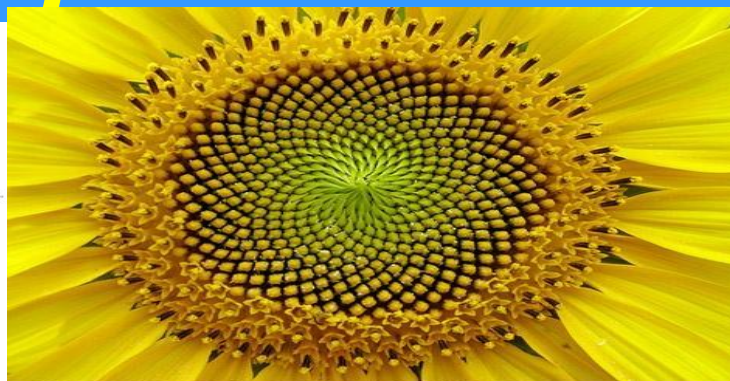
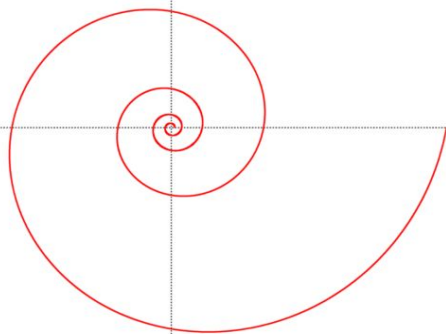


$$\rho = k\phi,$$

Архимедова спираль — спираль, плоская кривая, траектория точки M , которая равномерно движется вдоль луча OV с началом в O , в то время как сам луч OV равномерно вращается вокруг O . Другими словами, расстояние $\rho = OM$ пропорционально углу поворота ϕ луча OV . Повороту луча OV на один и тот же угол соответствует одно и то же приращение ρ .



Логарифмическая спираль



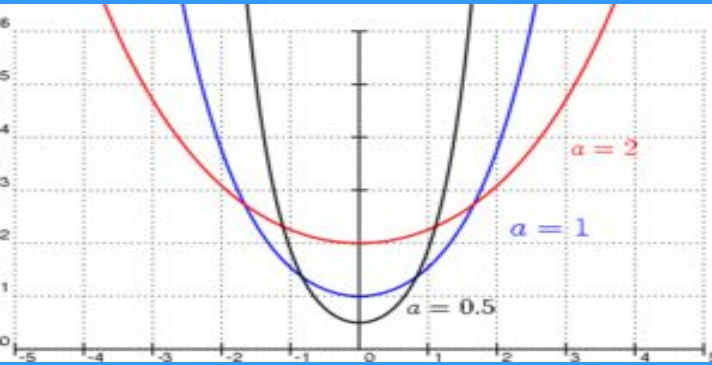
$$r = ae^{b\theta}$$

Логарифмическая спираль или изогональная спираль — особый вид спирали, часто встречающийся в природе. Логарифмическая спираль была впервые описана Декартом и позже интенсивно исследована Бернулли, который называл её *Spira mirabilis*, «удивительная спираль».

В отличие от Архимедовой спирали, в логарифмической спирали каждый следующий виток больше предыдущего.



Цепная линия



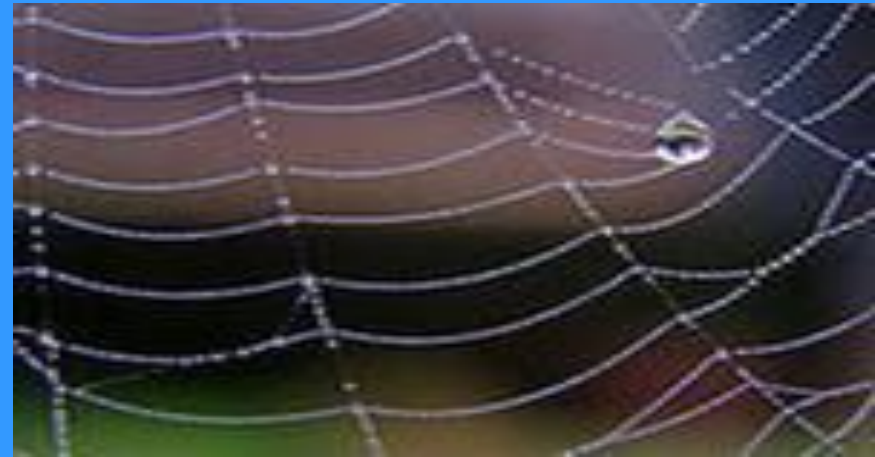
$$y = \frac{a}{2}(e^{x/a} + e^{-x/a})$$

Цепная линия — линия, форму которой принимает гибкая однородная нерастяжимая тяжелая нить или цепь (отсюда название) с закрепленными концами в однородном гравитационном поле.

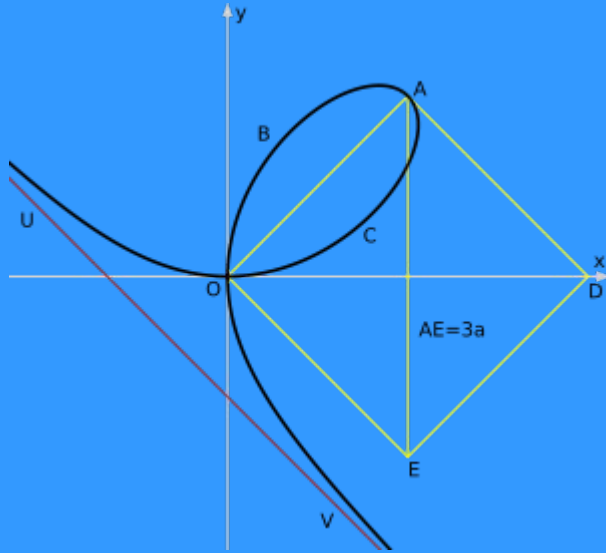
Цепная линия схожа с параболой — линией, которая изучалась нами в ходе школьной программы.

Изучением цепной линии занимался

Гюйгенс Христиан.



Декартов лист



$$x^3 + y^3 = 3axy$$

плоская кривая третьего
порядка

Параметр $3a$ определяется
как диагональ квадрата,
сторона которого равна
наибольшей хорде петли.

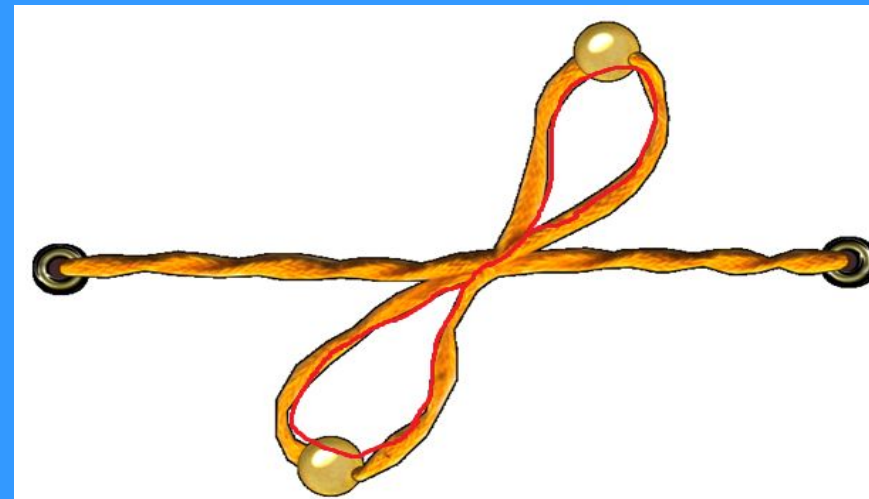


Лемниската Бернулли

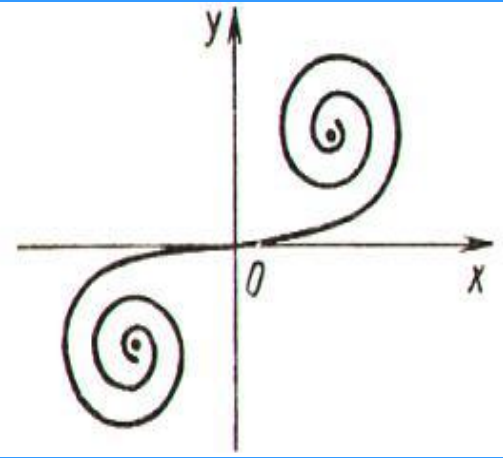


$$\rho^2 = 2c^2 \cos 2\varphi.$$

Лемниката Бернулли — плоская алгебраическая кривая. Определяется как геометрическое место точек, произведение расстояний от которых до двух заданных точек (фокусов) постоянно и равно квадрату половины расстояния между фокусами.



Клофоида или Спираль Корню



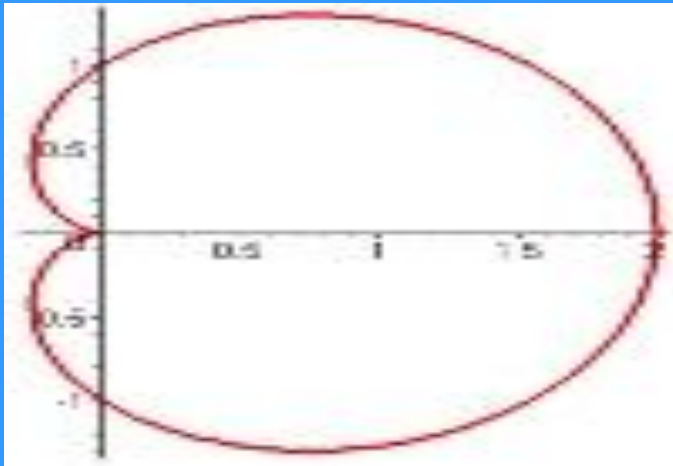
$$\begin{cases} x = a \int_0^t \cos \frac{\pi u^2}{2} du, \\ y = a \int_0^t \sin \frac{\pi u^2}{2} du, \end{cases}$$

Клофоида (или Клотоида) также имеет другое имя – Спираль Корню.

Она названа так в честь открывшего ее французского физика XIX века

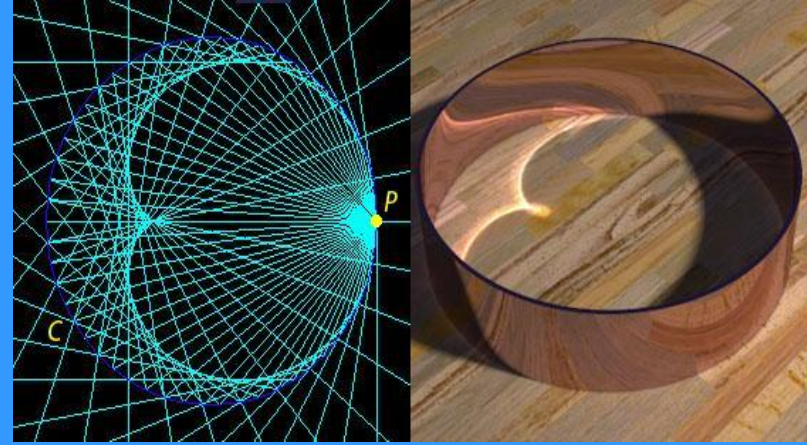
А. Корню. У этой спирали кривизна возрастает пропорционально пройденному пути.

Кардиоида

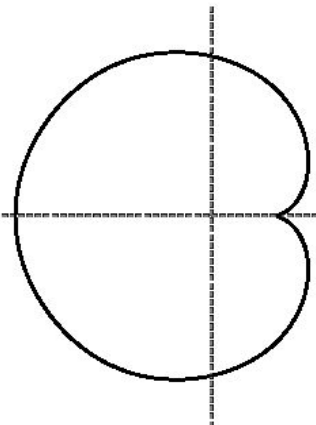
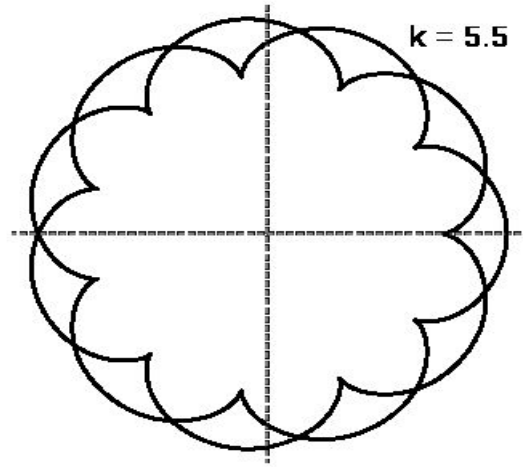
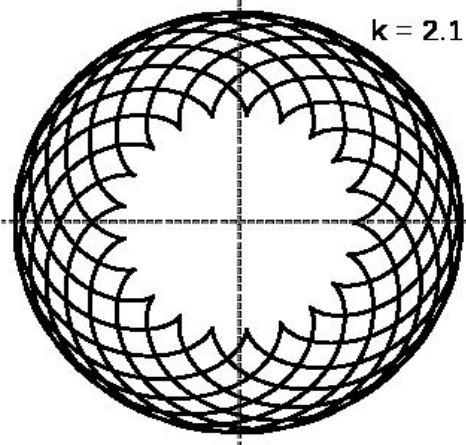
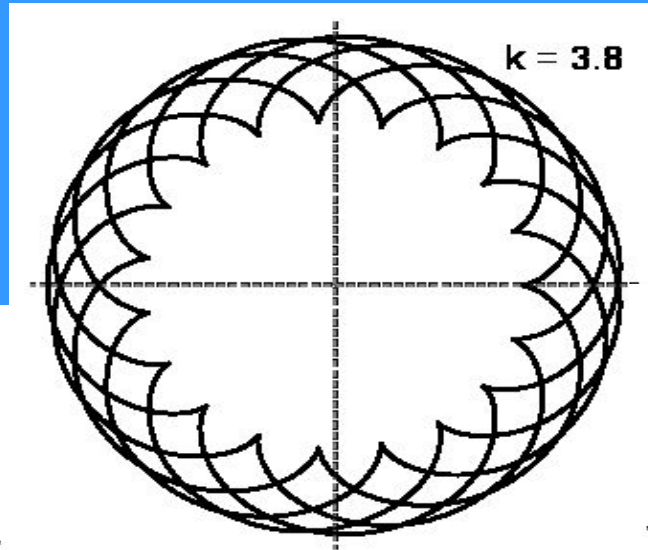
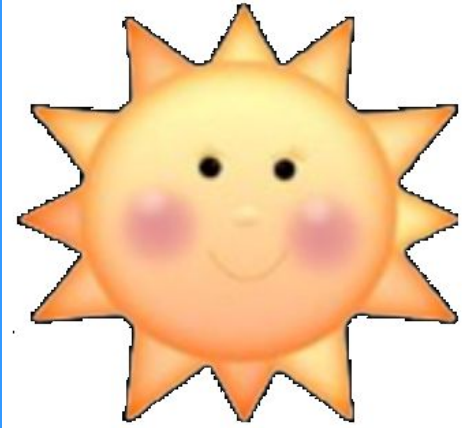


$$r = a(1 - \cos \varphi)$$

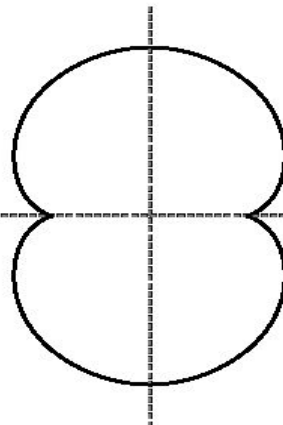
Кардиоида (греч. καρδιά — сердце, греч. εἶδος — вид) — плоская линия, которая описывается фиксированной точкой окружности, катящейся по неподвижной окружности с таким же радиусом. Получила своё название из-за схожести своих очертаний со стилизованным изображением сердца



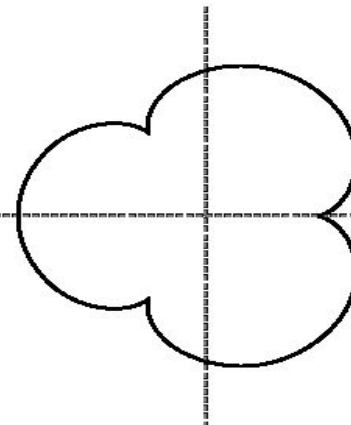
Эпициклоида



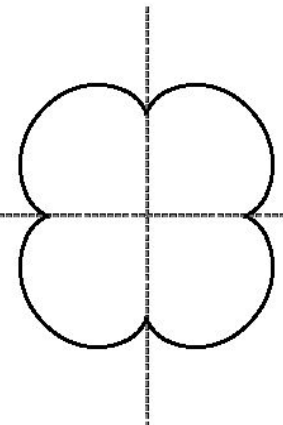
$k = 1$



$k = 2$

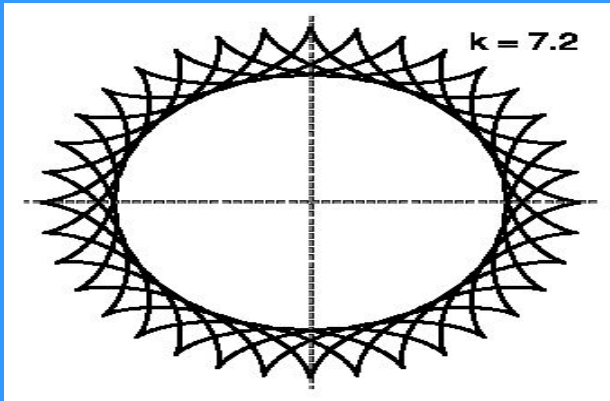


$k = 3$



$k = 4$

Гипоциклоида



$$\begin{cases} x = r(k - 1) \left(\cos t + \frac{\cos((k-1)t)}{k-1} \right) \\ y = r(k - 1) \left(\sin t - \frac{\sin((k-1)t)}{k-1} \right) \end{cases}$$

