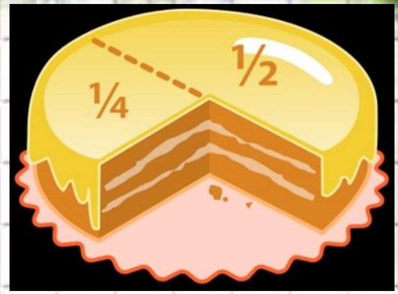
Аликвотные дроби



$$\frac{2}{7}=\frac{1}{4}+\frac{1}{28}$$

$$\frac{2}{99}=\frac{1}{66}+\frac{1}{198}$$

$$\frac{2}{97}=\frac{1}{56}+\frac{1}{679}+\frac{1}{776}$$

$$\frac{63}{40}=1+\frac{1}{2}+\frac{1}{14}+\frac{1}{280}$$

Пашкова Алина
ученица 8 класса
ОШ №7

Первые дроби, с которыми нас знакомит история, это дроби вида – $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4} \ldots$

– так называемые **единичные** дроби или **аликвотные**

Египетская дробь — в математике сумма нескольких дробей вида $\frac{1}{n}$

(так называемых аликвотных дробей). Другими словами, каждая дробь суммы имеет числитель, равный единице, и знаменатель, представляющий собой натуральное число.

Пример $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{16}$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{1}{5} + \frac{1}{20}$$

Аликвотные дроби нужны были египтянам в практических целях

Задача

Разделить 7 хлебов между 8 людьми

Если разрезать каждый хлеб на 8 частей, придется провести 49 разрезов. А по-египетски эта задача решалась так:

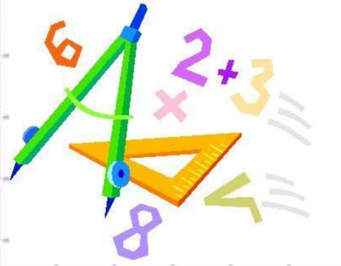
$$7/8= 1/2 +1/4 +1/8.$$

Значит, каждому человеку дать полхлеба, четверть хлеба и восьмушку хлеба.

Придется сделать почти в три раза меньше разрезов.

Формула разложения аликвотной дроби на две аликвотные дроби:

$$\frac{1}{n}=\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n\cdot(n+1)}$$



$$\frac{1}{3}=\frac{1}{3+1}+\frac{1}{3\cdot(3+1)}=\frac{1}{4}+\frac{1}{12}$$

$$\frac{1}{5}=\frac{1}{5+1}+\frac{1}{5\cdot(5+1)}=\frac{1}{5}+\frac{1}{30}$$

Преобразовать формулу, получим полезное равенство:

$$\frac{1}{n\cdot(n+1)}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}$$

$$\frac{1}{6}=\frac{1}{(2\cdot 3)}=\frac{1}{2}-\frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{2}=\frac{1}{(1\cdot 2)}=\frac{1}{1}-\frac{1}{2}$$

Задача

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{(2\cdot 3)}+\frac{1}{(3\cdot 4)}+\frac{1}{(4\cdot 5)}+\ldots+\frac{1}{(19\cdot 20)}=???$$

$$\frac{1}{2}=\frac{1}{(1\cdot 2)}=\frac{1}{1}-\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{6}=\frac{1}{(2\cdot 3)}=\frac{1}{2}-\frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{12}=\frac{1}{(3\cdot 4)}=\frac{1}{3}-\frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{20}=\frac{1}{(4\cdot 5)}=\frac{1}{4}-\frac{1}{5}$$

и т. д.

Подставив, получаем:

$$\frac{1}{1}-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}\ldots+\frac{1}{19}-\frac{1}{19}-\frac{1}{20}=\frac{1}{1}-\frac{1}{20}=\frac{19}{20}$$

Таким образом, мы:

- выяснили, какое значение имеют аликвотные дроби в нашей жизни;
- узнали происхождение аликвотных дробей;
- рассмотрели основные операции с аликвотными дробями;
- научились решать олимпиадные задачи с помощью аликвотных дробей.

Спасибо за внимание!