

Арифметическая и геометрическая прогрессии

$$S_n = \begin{cases} \sum_{i=1}^n b_i = \frac{b_1 - b_{n+1}}{1-q} = b_1 \frac{1-q^n}{1-q}, \\ nb_1, \end{cases}$$

Жук И., Смирнова Ю.
ФМИФ 341гр.

Являются ли предложенные последовательности арифметическими или геометрическими прогрессиями. Если да, то составьте формулу n-го члена прогрессии

1) $2; 5; 8; 11; \dots;$

2) $0,5; 1,7; 2,5; 3,5; \dots;$

3) $8; 4; 2; \dots;$

4) $-1; -1\frac{1}{7}; -1\frac{2}{7}; -1\frac{3}{7}; \dots;$

5) $\sqrt{2}; 2; 4\sqrt{2}; \dots$

6) $-\frac{1}{4}; \frac{1}{16}; -\frac{1}{64}; \dots;$

Определение

Числовая последовательность

$$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots \quad | \quad b_1, b_2, b_3, \dots, b_n, \dots$$

называется

арифметической | геометрической

если для всех натуральных n

выполняется равенство

$$a_{n+1} = a_n + d$$

$$b_{n+1} = b_n * q$$

Формула n-го члена

$$a_n = a_1 + d(n - 1)$$

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

- $d > 0$

арифметическая
прогрессия
возрастающая

- $d < 0$

арифметическая
прогрессия убывающая

- $q > 1$

геометрическая
прогрессия
возрастающая

- $0 < q < 1$

геометрическая
прогрессия убывающая

Определить является ли последовательность арифметической или геометрической прогрессией. Если да, то укажите является ли она возрастающей или убывающей.

1) $11, 8, 5, 2, -1, -4, \dots$

2) $2, 6, 18, 54, 162, \dots$

3) $45, 5, 54, 68, 54, \dots$



Найдите $a_{15} + a_{30}$ арифметической прогрессии, если известно, что $a_{14} + a_{16} = -20$ и $a_{29} + a_{31} = 40$

Решение:

$$a_{15} = \frac{a_{14} + a_{16}}{2}$$

$$a_{30} = \frac{a_{29} + a_{31}}{2},$$

$$a_{15} + a_{30} = \frac{a_{14} + a_{16}}{2} + \frac{a_{29} + a_{31}}{2} = -\frac{20}{2} + \frac{40}{2} = -10 + 20 = 10$$

Ответ: 10



Найдите $b_4 + b_{16}$ геометрической прогрессии, если известно, что $b_5 \cdot b_3 = 169, b_{15} \cdot b_7 = 1024$

Решение:

$$b_4 = \sqrt{b_3 \cdot b_5};$$

$$b_{16} = \sqrt{b_{15} \cdot b_{17}};$$

$$b_4 + b_{16} = \sqrt{169} + \sqrt{1024} = 13 + 32 = 45$$

Ответ: 45





Характеристическое свойство

арифметической

геометрической

прогрессии
и

$$a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}$$

$$b_n^2 = b_{n-1} \cdot b_{n+1}$$

