

# Арифметическая и геометрическая прогрессии

Цели урока:

Систематизировать знания по теме арифметическая и геометрическая прогрессии.

Применять теоретические знания и формулы при решении задач.

Подготовиться к контрольной работе.

Домашнее задание: задачник: №451(б), 473, 503(в,г),  
итоговая аттестация: 6.31.(2).

1. Одна из двух данных последовательностей является арифметической прогрессией, другая – геометрической:

$$-15; -12; -9; -6; -3; 0; \dots \quad d=3$$

$$32; 16; 8; 4; 2; 1; \dots \quad q=1/2$$

Продолжите каждую из этих прогрессий и назовите следующие три её члена.

2. Укажите формулу  $n$ -го члена арифметической прогрессии:  
прогрессии:

3. Является ли число 72 членом данной прогрессии?  
А.  $a_n = -3n - 15$ ; А.  $b_n = \frac{32}{2^n}$ ; В.  $b_n = 32 \cdot \frac{n-1}{2}$ ;

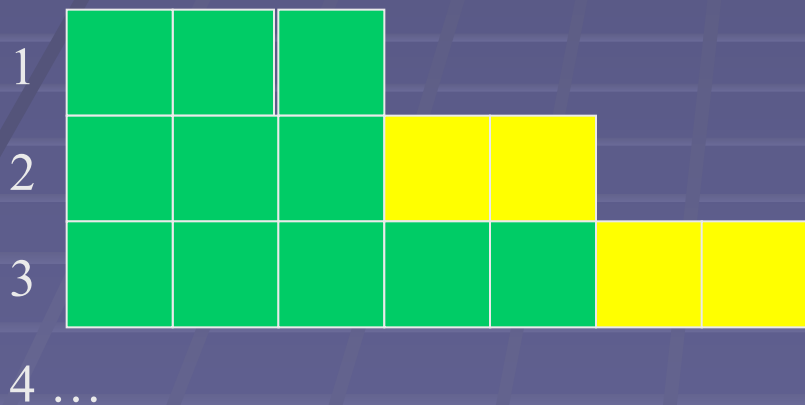
Б.  $a_n = 3n - 15$ ;  $72 = 3n - 18$

В.  $a_n = 3n - 18$ ;  $n = 30$ , Б.  $b_n \in \mathbb{N} \frac{32}{2^{n-1}}$ ; Г.  $b_n = 32 \cdot 2^{n-1}$ ;

Г.  $a_n = -3n + 18$ ;

5. Фигуры составлены из квадратов, как показано на рисунках:

а) Сколько квадратов в 15-ой строке ?



А. 29    Б. 32    В. 31    Г. 15

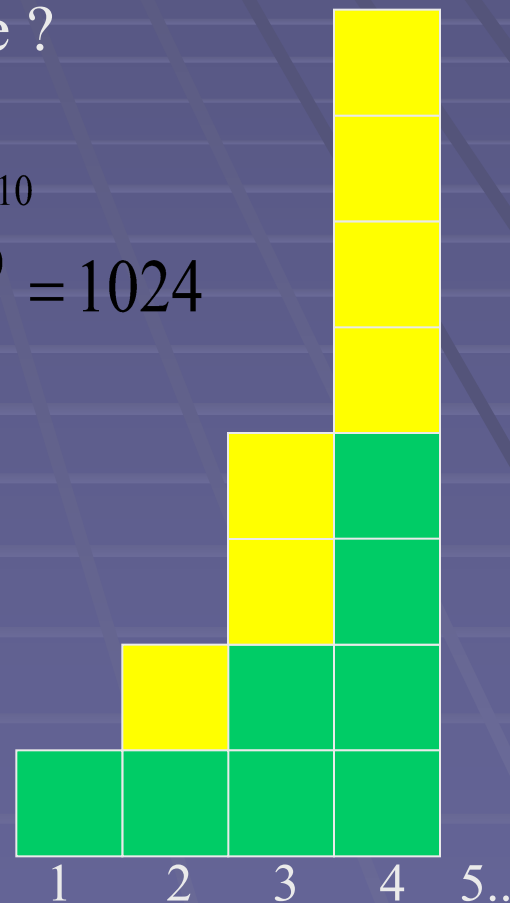
$$a_{15} = a_1 + 14d$$

$$a_{15} = 3 + 14 \cdot 2 = 31$$

б) Сколько квадратов в 11-ом столбце ?

$$b_{11} = b_1 \cdot q_{10}$$

$$b_{11} = 1 \cdot 2^{10} = 1024$$



А.512    Б. 256    В. 1024    Г.128

6.  $(a_n)$  – арифметическая прогрессия

$$a_{10} = 8, \quad a_{12} = -2. \text{ Найдите } a_{11}.$$

Согласно характеристическому свойству арифметической прогрессии:

$$a_n = (a_{n+1} + a_{n-1})/2; \quad a_{11} = (8 - 2)/2 = 3$$

7. Зная, что  $a_{16} = -10$ , найдите  $a_{15} + a_{17}$ ;

$$a_{15} + a_{17} = 2a_{16}; \quad a_{15} + a_{17} = -$$

20

8. Найдите неизвестные члены арифметической прогрессии:

$$\dots 12; a_{n-1}; a_n; a_{n+1}; 26; \dots$$

$$\dots 12; 15,5; 19; 22,5; 26; \dots$$

$$d=3,5$$

1. Найдите все значения переменной  $X$ , при которых значения выражений  $\sqrt{X-1}$ ,  $\sqrt{6-X}$ ,  $\sqrt{10+3X}$  являются тремя последовательными членами геометрической прогрессии.

Воспользуйтесь характеристическим свойством геометрической прогрессии:  $b_n^2 = b_{n-1} \cdot b_{n+1}$ , и свойством квадратного корня:  $(\sqrt{a})^2 = a, a \geq 0$

$$(\sqrt{6-X})^2 = \sqrt{X-1} \cdot \sqrt{10+3X}; \quad \text{ОДЗ: } X \in (1;6).$$

$$6-X = \sqrt{X-1} \cdot \sqrt{10+3X};$$

$$(6-X)^2 = (\sqrt{X-1} \cdot \sqrt{10+3X})^2;$$

$$2X^2 + 19X - 46 = 0$$

$$\begin{cases} X = 2, \\ X = -11,5. \end{cases}$$

$X = -11,5$  - посторонний корень.

При  $X = 2$ , получим числа: 1; 2; 4 - члены геометрической прогрессии,  $q=2$ .

Ответ:  $X = 2$ .

2. Пятый член арифметической прогрессии на 15 меньше второго. Сумма третьего и седьмого её членов равна -6. Найдите третий и четвёртый члены этой прогрессии.

Составьте систему уравнений и воспользуйтесь формулой n-го члена арифметической прогрессии:

$$\begin{cases} a_2 - a_5 = 15, \\ a_3 + a_7 = -6; \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1 + d - (a_1 + 4d) = 15, \\ (a_1 + 2d) + (a_1 + 6d) = -6; \end{cases}$$

$$\begin{cases} d = -5, \\ a_1 = 17; \end{cases}$$

$$\begin{aligned} a_3 &= a_1 + 2d, & a_3 &= 7, \\ a_4 &= a_3 + d, & a_4 &= 2. \end{aligned}$$

Ответ:  $a_3 = 7$ ,  $a_4 = 2$ .

### 3. Вычислите сумму:

$$50^2 - 49^2 + 48^2 - 47^2 + 46^2 - 45^2 + \dots \\ \dots + 4^2 - 3^2 + 2^2 - 1^2;$$

1) Воспользуйтесь формулой разности квадратов:

$$(50-49)(50+49) + (48-47)(48+47) + (46-45)(46+45) + \dots \\ \dots + (4-3)(4+3) + (2-1)(2+1);$$

2) Выполните действия в скобках:

$99 + 95 + 91 + 87 + \dots + 7 + 3$ ; эти числа образуют убывающую арифметическую прогрессию  $a_1=99$ ,  $a_n=3$ ,  $n=25$ .

$$S_{25} = \frac{(a_1 + a_{25})}{2} \cdot 25$$

$$S_{25} = \frac{(99 + 3)}{2} \cdot 25 = 51 \cdot 25 = 1275$$

Ответ: сумма равна 1275.

4.

## «Покупка лошади»

В старинной арифметике Магницкого есть следующая забавная задача.

Некто продал лошадь за 156 руб. Но покупатель, приобретя лошадь, раздумал её покупать и возвратил продавцу говоря:

-Нет мне расчёта покупать за эту цену лошадь, которая таких денег не стоит.

Тогда продавец предложил другие условия:

-Если по-твоему цена лошади высока, то купи только её подковные гвозди, лошадь же я дам тебе в подарок. За

первый гвоздь дай мне всего  $\frac{1}{4}$  коп., за второй  $\frac{1}{2}$  коп., за третий – 1 коп. и т.д.

Покупатель принял условия продавца, рассчитывая, что за гвозди придётся уплатить не более 10 руб.

На сколько покупатель





## Решение:

за 24 подковных гвоздя пришлось уплатить  
 $\frac{1}{4}; \frac{1}{2}; 1; 2; 4; 8; 16; \dots$  копеек

Эти числа составляют геометрическую прогрессию  $b_1 = \frac{1}{4}$ ,  $q=2$ ,  $n=24$ . Найдите сумму первых 24-х членов этой прогрессии:

$$S_{24} = \frac{1}{4} \cdot \frac{2^{24} - 1}{2 - 1} = 4194303 \frac{3}{4} \text{ (коп.)} \approx 41943 \text{ руб.}$$

То есть 41943 рубля. За такую цену и лошадь продать не жалко!

# Спасибо!

Моим ученикам,  
за работу на уроке.

Всем присутствующим,  
за внимание.

Желаю всем здоровья и  
успехов!

И не забудьте выполнить домашнее  
задание!