

Российская Федерация  
Краснодарский край  
Бюджетное общеобразовательное учреждение  
муниципального образования Динской район  
«Средняя общеобразовательная школа № 35 имени 46-го Гвардейского  
орденов Красного Знамени и Суворова 3-й степени ночного  
бомбардировочного авиационного полка»

Алгебра

9 класс

Тема урока:

## **Арифметическая и геометрическая прогрессии**

Учитель математики  
БОУ СОШ № 35 МО Динской район  
Даниленко Лариса Андреевна  
Преподаватель-организатор ОБЖ  
БОУ СОШ № 35 МО Динской район  
Сеник Александр Юрьевич

станция Новотитаровская  
2014

## **Цели урока:**

повторение и обобщение изученного материала путём решения комбинированных задач;  
развитие познавательного интереса к математике.

## **Задачи:**

- **Образовательные:**

обобщение и систематизация знаний учащихся по теме «Арифметическая и геометрическая прогрессии»;  
умение применять полученные знания при решении задач;  
совершенствовать навыки решения разнообразных задач по использованию формул арифметической и геометрической прогрессий;  
применять свои знания в практических ситуациях;  
расширять знания учащихся путём решения нестандартных задач;

- **Развивающие:**

развивать математический кругозор, мышление, математическую речь;  
развитие умения слушать, обобщать и делать выводы.

- **Воспитательные:**

воспитывать стремление к непрерывному совершенствованию;  
воспитывать чувство прекрасного;  
воспитание активного желания работать до конца;  
привития внимания, чувства ответственности, самоконтроля;  
формировать отношения взаимной ответственности при совместной работе;

Эпиграф урока.

**“Прогрессио  
– движение вперёд”.**



Известная картина Богданова- Бельского отображает один из уроков С.А. Рачинского, где дети задумались над вопросом

$$1 + 2 + 3 + \dots + 100 = ?$$

$$1 + 100 = 101$$

$$2 + 99 = 101$$

$$3 + 98 = 101$$

$$4 + 97 = 101$$

$$5 + 96 = 101$$

*Задача очень непроста:  
Как сделать, чтобы быстро  
От единицы и до сто  
Сложить в уме все числа?  
Пять первых связок изучи,  
Найдешь к решению ключи!*

*Давным-давно сказал один мудрец  
Что прежде надо  
Связать начало и конец  
У численного ряда.*



$$S_n = \frac{(1+100) \cdot 100}{2} =$$

**5050**

## Легенда о шахматной доске (инсценировка)



Индийский принц решил наградить изобретателя шахмат и предложил ему самому выбрать награду. Изобретатель шахмат попросил в награду за своё изобретение столько пшеничных зёрен, сколько их получится, если на первую клетку шахматной доски положить одно зерно, на вторую – в 2 раза больше, т.е. 2 зерна, на третью – ещё в 2 раза больше, т.е. 4 зерна, и так далее до 64-й клетки.

Каково же было удивление принца, когда он узнал, что такую, казалось бы, скромную просьбу невозможно выполнить.

Сколько зёрен должен был получить изобретатель шахмат?

$$S_{64} = 2^{64} - 1 = 18\ 446\ 744\ 073\ 704\ 551\ 615$$

Это число записывается двадцатью цифрами, является фантастически большим и заведомо превосходит количество пшеницы, собранной человечеством до настоящего времени.



18 446 744 073 709 551 615

Читается

18 КВИНТИЛЬОНОВ

446 КВАДРИЛЬОНОВ

744 ТРИЛЛИОНА

73 МИЛЛИАРДА

709 МИЛЛИОНОВ

551 ТЫСЯЧА 615



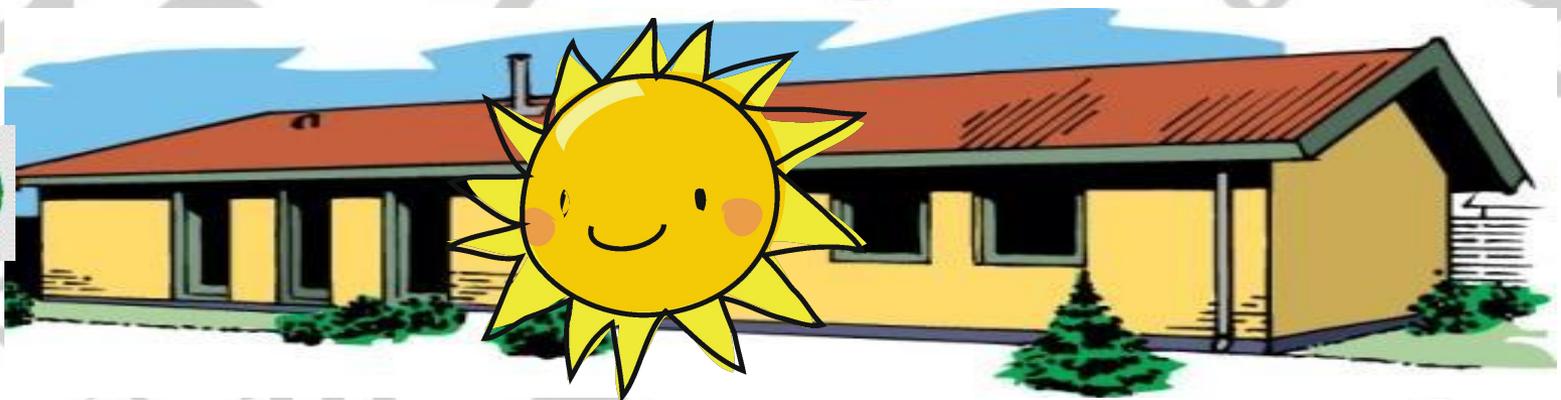
В СОВРЕМЕННОМ СТИЛЕ

$$S_{64} = 1,84 \cdot 10^{19}$$

(стандартный вид данного числа)



**Если желаете представить себе огромность этого числа, то прикиньте какой величины амбар потребовался бы для вмещения всего количества зерна. При высоте амбара 4м и ширине 10м длина его должна была бы простираться на 300 000 000 км, - т.е. вдвое дольше, чем от Земли до Солнца.**





# Игра

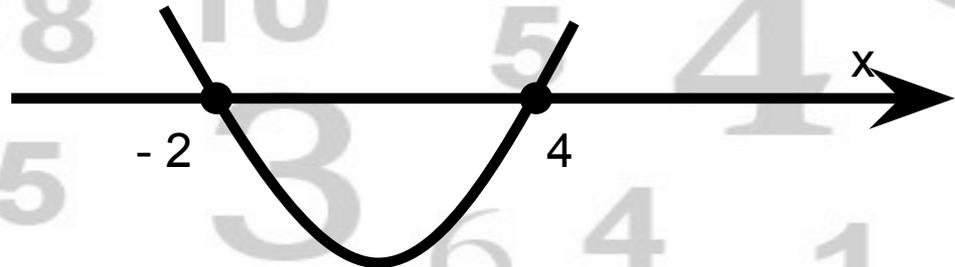
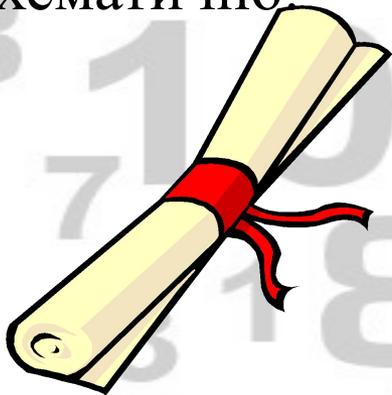
## «Найди ошибку»

$$x + x(1 + 1/2^2 + 1/4 + \dots) - 8 < 0.$$

Имеем,  $S = 1: (1 - 1/2) = 2$ , тогда неравенство примет вид:

$$x^2 - 2x - 8 < 0.$$

Рассмотрев функцию  $y = x^2 - 2x - 8$ , график которой парабола, «ветви» вверх, нули функции: 4 и -2. Построим параболу схематично:





# Игра «Найди ошибку» решение без ошибок

$$x^2 + x(-1 - 1/2 - 1/4 - \dots) - 8 < 0,$$

Имеем в скобках сумму бесконечно убывающей геометрической прогрессии, которая равна

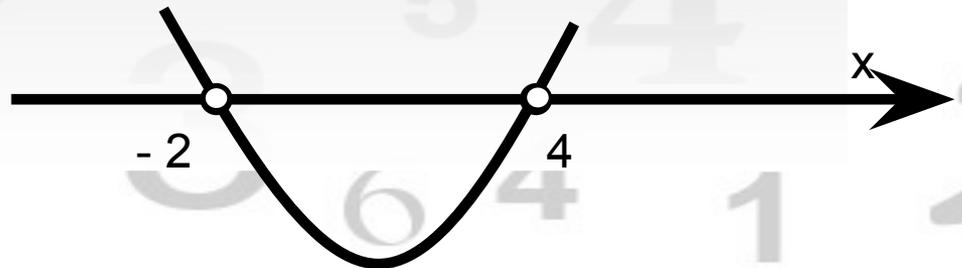
$$(-1 - 1/2 - 1/4 - \dots) = \frac{1}{1 - 1/2} = 2$$

и тогда неравенство приобретает вид  
 $x^2 - 2x - 8 < 0$ .

Рассмотрим функцию  $y = x^2 - 2x - 8$ .

График - парабола, "ветви" вверх, т.к.  $a=1, 1 > 0$ .

Нули функции; -2. 4



# Вопросы по формулам



## 1 вариант

1. Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии.

$$S = \frac{b_1}{1 - q}, |q| < 1$$

2. Сумма n-первых членов геометрической прогрессии.

$$S_n = \frac{b_n q - b_1}{q - 1} = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}, q \neq 1$$

3. Формула n-го члена арифметической прогрессии.

$$a_n = a_1 + (n - 1)d$$

4. Свойство членов арифметической прогрессии.

$$a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}$$

5. Разность арифметической прогрессии.

$$d = a_{n+1} - a_n$$



## 2 вариант

1. Формула n-го члена арифметической прогрессии.

$$a_n = a_1 + (n - 1)d$$

2. Сумма n-первых членов арифметической прогрессии.

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} n = \frac{2a_1 + d(n - 1)}{2} n$$

3. Свойство членов геометрической прогрессии.

$$b_n = \sqrt{b_{n-1} \cdot b_{n+1}}$$

4. Знаменатель геометрической прогрессии.

$$q = \frac{b_{n+1}}{b_n}$$

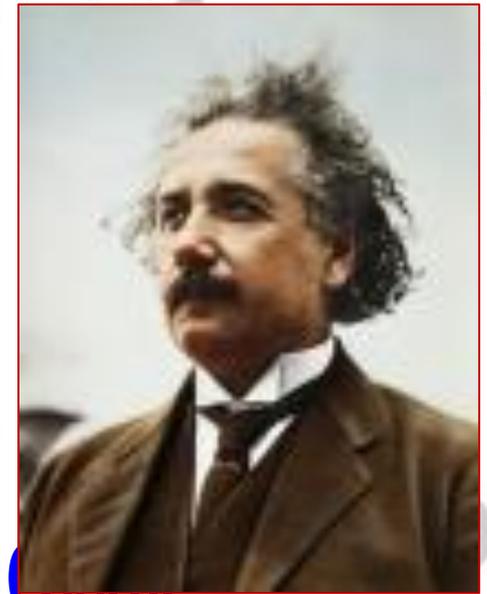
5. Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии.

$$S = \frac{b_1}{1 - q}, |q| < 1$$

Великому Эйнштейну

приходилось делить время

между политикой и уравнениями.



Он говорил:

«Однако уравнения, по-моему, гораздо важнее. Политика существует только для данного момента, а уравнения будут существовать вечно»

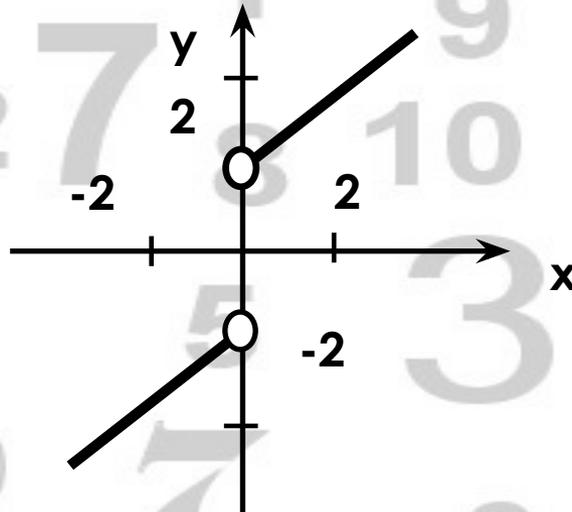
# Решить уравнение

$$x^2 - 3|x| = 2 + 1 + 0,5 + \dots$$

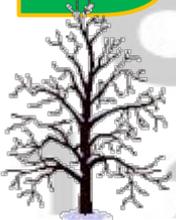
Ответ: 4; -4

# Построить график функции:

$$y = x^2 + (1 + \sin 30^\circ + \sin^2 30^\circ + \sin^3 30^\circ + \dots) \cdot |x|$$



# Волшебное де



(логическая задача)

Волшебное дерево,  
первоначальная высота  
которого  $1$  м, каждый день  
увеличивает свою высоту в  $2$   
раза. При этом через  $36$  дней  
«достанет» до Луны. Через  
сколько дней оно достало бы  
до Луны, если бы его высота  
в начальный момент





«Умение решать задачи –  
практическое искусство,  
подобное плаванию или  
катанию на лыжах, или игре  
на фортепиано; научиться  
этому можно лишь  
подражая избранным  
образцам и постоянно  
тренируясь», -

*говорил Д. Поля.*



## Задача 1. .

Последовательность чисел  $a_1, a_2, a_3, \dots$  является арифметической прогрессией. Известно, что  $a_1 + a_5 + a_{15} = 3$ . Найти  $a_5 + a_9$ .

Решение.

Запишем  $a_5 = a_1 + 4d$ ,  $a_9 = a_1 + 8d$ ;

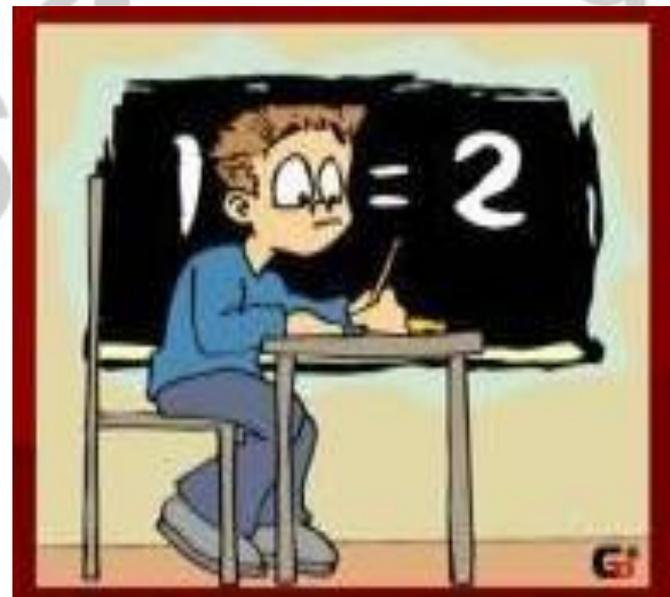
$a_{15} = a_1 + 14d$ ;

По условию  $3a_1 + 18d = 3$ , и нужно найти  $2a_1 + 12d$ .

Получаем  $3(a_1 + 6d) = 3$ , то  $a_1 + 6d = 1$ .

Тогда

$2a_1 + 12d = 2(a_1 + 6d) = 2 \cdot 1 = 2$ .



Ответ: 2.

## Задача 2

Числа  $a, b, c, d$  являются последовательными членами геометрической прогрессии. Известно, что  $a + d = 10$ ,  $ad = 7$ . Найти  $b^3 + c^3$ .

### Решение

Решая систему уравнений

$$\begin{cases} a + d = 10, \\ ad = 7, \end{cases}$$

получаем

$$\begin{cases} a = 5 + 3\sqrt{2} \\ d = 5 - 3\sqrt{2} \end{cases} \text{ или } \begin{cases} a = 5 - 3\sqrt{2} \\ d = 5 + 3\sqrt{2} \end{cases}$$

Из симметрии условия задачи ясно, что достаточно рассмотреть любой из двух вариантов, поскольку ответ не зависит от выбора варианта.

Рассмотрим, например, случай

$$a = 5 + 3\sqrt{2}$$

$$q = 5 - 3\sqrt{2}$$

Обозначив величиной  $q$  знаменатель прогрессии, имеем

$$ad = 7; \quad aaq^3 = 7;$$

$$q^3 = \frac{7}{a^2}$$

Преобразуем выражение

$$b^3 + c^3 = a^3 q^3 + a^3 q^6 = a^3 q^3 (1 + q^3) = a^3 \frac{7}{a^2} \left(1 + \frac{7}{a^2}\right) = \frac{7}{a} (a^2 + 7)$$

**Ответ: 70.**



# Найти сумму

$$8 + 88 + 888 + \dots + \underbrace{888\dots8}_n$$

Решение.

Прежде чем найти данную сумму, вычислим  $9 + 99 + 999 + \dots + \underbrace{999\dots9}_n$

$$S_n = (10-1) + (10^2-1) + (10^3-1) + \dots + (10^n-1) = (10 + 10^2 + 10^3 + \dots + 10^n) - n;$$

$$S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q} \quad S_n = \frac{10(1-10^n)}{1-10} - n = \frac{1}{9}(10^{n+1} - 10 - 9n).$$

Тогда  $8 + 88 + 888 + \dots + \underbrace{888\dots8}_n = \frac{8}{81}(10^{n+1} - 10 - 9n)$

Ответ.  $\frac{8}{81}(10^{n+1} - 10 - 9n)$





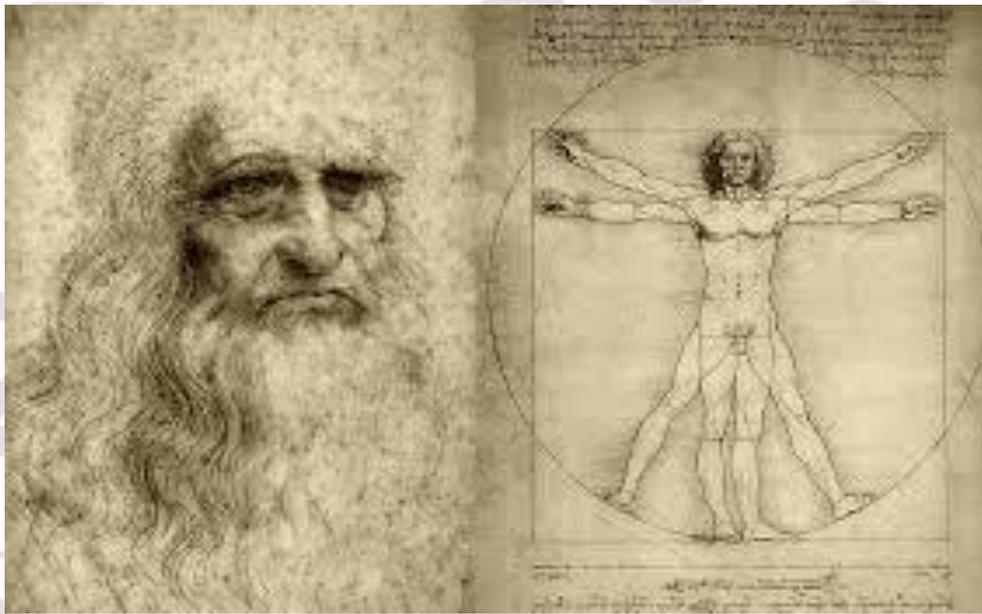
**Найти семнадцатый член арифметической прогрессии, если сумма ее членов с нечетными номерами с третьего по двадцать девятый (включительно) на 13 меньше суммы членов с четными номерами со второго по тридцатый.**

**Ответ: -13**

# Т е с т



Код ответа 1 3 3 4 4 4 2

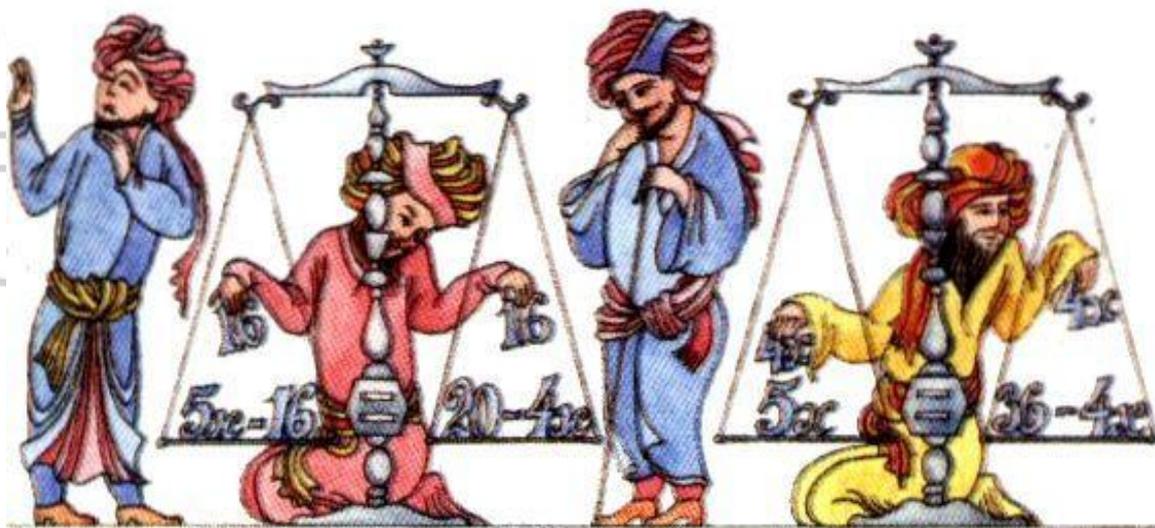


**Предмет математики столь серьёзен, что не следует упускать ни одной возможности сделать его более занимательным».**

**Блез Паскаль**

В древних математических задачах Междуречья, Индии, Китая, Греции неизвестные величины выражали число павлинов в саду, количество быков в стаде и т.д.

Хорошо обученные науке счета писцы, чиновники и посвященные в тайные знания жрецы довольно успешно справлялись с такими задачами.





# Домашнее задание



1. Мама предложила сыну на выбор два варианта: давать ему ежедневно на карманные расходы в течении месяца по восемь рублей или дать в первый день 50 копеек, зато в следующий на 50 копеек больше, в следующий еще на 50 копеек больше и так далее в течении месяца. Какой вариант выгоднее для сына, если мама с сыном договаривается на апрель? На март?

2. Найдите значение выражения:

$$(1^2+3^2+5^2+\dots+199^2) - (2^2+4^2+\dots+200^2)$$

3. Решите уравнение:

$$1+4+7+\dots+x=176$$

$$\underbrace{7+77+777+\dots+777\dots7}_n$$

4. Найти сумму

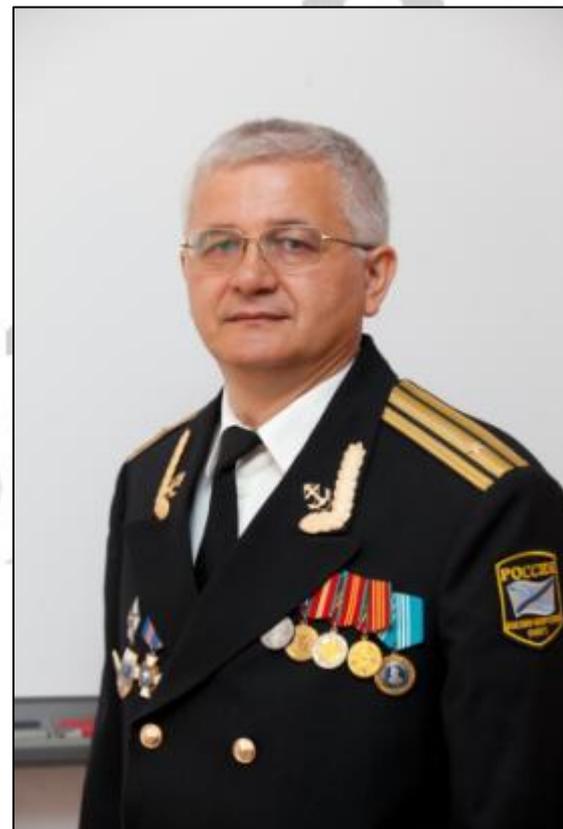
5. Найти девятнадцатый член арифметической прогрессии, сумма ее членов с нечетными номерами с девятого по двадцать девятый (включительно) на 14 больше суммы членов с четными номерами с восьмого по тридцатый.



# До новых встреч!



**Учитель математики  
Даниленко  
Лариса Андреевна**



**Преподаватель-организатор ОБЖ  
Сеник  
Александр Юрьевич**