



# Арифметическая и геометрическая прогрессии

*Автор Панкова Л.В.*

**ЦЕЛИ УРОКА:** 1.Обобщить и систематизировать материал по данной теме.2. Содействовать рациональной организации труда; введением игровой ситуации снять нервно-психическое напряжение, развивать познавательные процессы, память, воображение, мышление, внимание ,наблюдательность, сообразительность, выработать самооценку в выборе пути.3.Повысить интерес к нестандартным задачам, сформировать положительный мотив учения.

<b>Вспомни</b>	<b>Т</b>	<b>SOS</b>
<b>!</b>	<b>ЧЕРНЫЙ ЯЩИК</b>	<b><u>Тест - прогноз</u></b>
<b>Реш задачу</b>	<i>Письмо из прошлого</i>	<b>ЭРУДИТ</b>

# ВСПОМНИ

- Привести пример последовательности.
- Привести различные способы задания последовательностей.

# T

- Какая последовательность называется арифметической прогрессией?
- Какая последовательность называется геометрической прогрессией?
- Что называется разностью арифметической прогрессии?
- Что называется знаменателем геометрической прогрессии?
- Какова формула  $n$ -го члена арифметической прогрессии?
- Какова формула  $n$ -го члена геометрической прогрессии?
- Формула суммы  $n$  первых членов арифметической прогрессии?
- Формула суммы  $n$  первых членов геометрической прогрессии?
- Свойство арифметической прогрессии.
- Свойство геометрической прогрессии.
- Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии.

# S O S

- *Дана последовательность 2, 7, 12, 22, 27... Является ли эта последовательность арифметической прогрессией?*
- *Дана последовательность 2, 4, 8, 16... Является ли эта последовательность геометрической прогрессией?*
- *Выписали двадцать членов арифметической прогрессии 6,5; 8... Встретится ли среди них число 22,5?*
- *В арифметической прогрессии известно:  $a_1 = 12$ ,  $d=3$ . Сколько в этой прогрессии положительных членов?*

# Тест - прогноз

1. Выберите верные предложения:

- а) Если каждый член последовательности, начиная со второго меньше предыдущего на одно и то же число, то последовательность является арифметической прогрессией.
- б) Если последовательность является геометрической прогрессией, то каждый её член, начиная со второго, равен квадратному корню из произведения соседних с ним членов.
- в) Если последовательность  $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$  является арифметической прогрессией и известен её седьмой член и девятый члены, то  $2a_8 = a_7 + a_9$ .
1. только а;    2. только б;    3. только в;  
4. а, в;  
5. б, в        6. а, б, в.

2. Дана арифметическая прогрессия 2, 1,5; 1; ...  
Формула n-го члена имеет вид:

1.  $0,5 + 2(n-1)$     2.  $1,5 + 0,5n$     3.  $2,5 - 0,5n$   
4.  $2n$ .

3. Дана геометрическая прогрессия 3, 1, 1/3, ...  
Формула n – го члена имеет вид:

1. 3            2. 3            3. 3            4. 3

4. Среди прогрессий а) –г) выберите те, которые являются геометрическими:

- а) 1, 0,2, 0,04, ...    б) -2, 2, 6, ...    в) 2, 2,  
4, 4, 8, 8, 17, 6, ...    г)  $x, 2x, 3x, \dots$
1. а, б    2. б, в    3. а, в    4. б, г    5. а, б, в.

1. Выберите верные предложения:

- а) Если последовательность является арифметической прогрессией, то каждый ее член, начиная со второго равен среднему арифметическому двух соседних с ним членов.
- б) Если последовательность  $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$  является геометрической прогрессией и известны ее восьмой и десятый члены, то  $a_9 = \sqrt{a_8 \cdot a_{10}}$ .
- в) Если каждый член последовательности, начиная со второго, больше предыдущего на одно и то же число, то последовательность является арифметической прогрессией.
1. только а;    2. только б;    3. только в;  
4. а, в;  
5. б, в        6. а, б, в.

2. Дана арифметическая прогрессия 3, 2,6, 2,2 ...  
Формула n-го члена имеет вид:

1.  $2,6 + 0,4n$ .    2.  $3,4 + 0,4n$ .    3.  $3,4 - 0,4n$ .  
4.  $3n$ .

3. Дана геометрическая прогрессия 4, 1, 1/4, ...  
Формула n –го члена имеет вид:

1. 4            2. 4            3. 4            4. 4.

4. Среди прогрессий а) –г) выберите те, которые являются геометрическими:

- а) 1, 0,25, 0,0625, ...    б) -2, 1, 4, ...  
в)  $2y, 3y, 4y, \dots$         г) 1, 2, 2, 4, 4, 8, ...
1. а, б    2. б, г.    3. а, г    4. а, в.    5. а, в, г.

n

-n

2-n

n-2

# Реши задачу

## ■ Команда О

Какое из чисел нужно вставить между 4 и 9 чтобы получилась геометрическая прогрессия?

Ответ: а) 6,5 б) 6 в) 7 г) 5,5

## ■ Команда Х

Отдыхающий следуя совету врача, загорал в первый день 5 минут, а в каждый последующий день увеличивал время пребывания на солнце на 5 минут. В какой день недели время его загорания будет равно 40 минут, если он начал загорать в среду?

Ответ: а) среда. б) четверг  
в) пятница. г) вторник.



- Сколько ударов сделают настенные часы за сутки, если они бьют только один раз в час, отбивая количество часов?



# Письмо из прошлого

- О том, как давно была известна геометрическая прогрессия, свидетельствуют папирусы Ахмеса. Некоторые задачи имеют отвлеченный характер. Например: В доме было 7 кошек.

Каждая кошка съела 7 мышей.

Каждая мышь съедает 7 колосьев.

Каждый колос дает 7 растений.

На каждом растении вырастает 7 мер зерна.

Сколько всех вместе?

Автора задачи не интересует о каких вещах идет речь, важно только их количество. И на Руси решались похожие задачи. Еще в XIX веке в деревнях загадывали: « Шли 7 старцев. У каждого по 7 костылей. На каждом костыле по 7 сучьев. На каждом сучке по 7 кошелей. В каждом кошеле по 7 пирогов. Сколько всего?» А ведь эта та же самая задача Ахмеса, прожившая тысячелетия она сохранилась почти неизменной. Домашнее задание - решить эту задачу.

# ЧЕРНЫЙ ЯЩИК

Конкурс «Черный ящик». Слово «прогрессия»- латинское (progressio - движение вперед (как слово «прогресс»)).

С начала нашей эры известна следующая задача-легенда: «индийский царь Шерам позвал к себе изобретателя шахматной игры, своего подданного Сету, чтобы наградить его за остроумную выдумку. Сета, издеваясь над царем, потребовал за первую клетку шахматной доски 1 пшеничное зерно, за вторую - 2 зерна, за третью - 4 зерна и т. д. Оказалось, что царь не был в состоянии выполнить это «скромное» желание Сеты».

В задаче надо найти сумму 64 членов геометрической прогрессии  $1; 2; 2^2; 2^3; \dots; 2^{63}$  с первым членом 1 и знаменателем 2. Эта сумма равна  $2^{64} - 1 = 18\,446\,744\,073\,709\,551\,615$ .

Такое количество зерен можно собрать лишь с урожая планеты, поверхность которой примерно в 2000 раз больше поверхности Земли.

Задачи на геометрические и арифметические прогрессии встречаются у вавилонян, в египетских папирусах, в древнекитайском трактате «Математика в 9 книгах». Так, в одной из клинописных табличек вавилонян предлагается найти сумму первых девяти членов геометрической прогрессии  $1; 2; 2^2; \dots; 2^{n-1}$ ....

Вот другая задача, которую решали в Древнем Вавилоне во втором тысячелетии до новой эры: «10 братьев, 1 и две трети мины серебра. Брат над братом поднимается, на сколько поднимается, не знаю. Доля восьмого 6 шекелей. Брат над братом - на сколько он выше?»

Здесь требуется по сумме первых десяти членов геометрической прогрессии 1 и двух третей мины (1 мина = 60 шекелей) и известному восьмому члену определить разность арифметической прогрессии.

Отметим также, что Архимед знал, что такое геометрическая прогрессия, и умел вычислять сумму любого числа ее членов. Правило нахождения суммы членов арифметической прогрессии впервые встречается в «Книге абака» (1202) Леонардо Пизанского. Формула для суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии была известна П. Ферма (XVII в.).

В старорусском юридическом сборнике «Русская правда» (X-XI вв.) содержатся выкладки количества зерна, собранного с определенного участка земли; некоторые из них содержат вычисление суммы геометрической прогрессии со знаменателем 2.

# Э Р У Д И Т

С формулой  $S = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$  связан один из эпизодов биографии

Гаусса. Однажды на уроке, чтобы занять первоклассников, пока он будет занят с учениками другого класса, учитель велел сложить числа от 1 до 100, надеясь, что это займет много времени, но маленький Гаусс сразу сообразил, что  $1 + 100 = 101$ ,  $2 + 99 = 101$  и т.д. И таких чисел будет 50. Осталось умножить 101 на 50. Это он сделал в уме. Едва закончил учитель чтение условия, он предъявил ответ, записанный на грифельной доске. Изумленный учитель понял, что это самый способный ученик в его практике. В дальнейшем Гаусс сделал много замечательных открытий. Его даже называли «царем математики».