

**Москаленко Людмила Александровна,  
учитель математики  
МБОУ Лаишевской СОШ №2  
г. Лаишево Республики Татарстан**

***Арифметическая  
прогрессия***

# *Выявите закономерность и задайте последовательность рекуррентной формулой*

---

1) **1, 2, 3, 4, 5, ...**

$$a_n = a_{n-1} + 1$$

2) **2, 5, 8, 11, 14, ...**

$$a_n = a_{n-1} + 3$$

3) **8, 6, 4, 2, 0, -2, ...**

$$a_n = a_{n-1} + (-2)$$

4) **0,5; 1; 1,5; 2; 2,5; ...**

$$a_n = a_{n-1} + 0,5$$

$$a_n = a_{n-1} + d$$

# Определение арифметической прогрессии

Числовая последовательность, каждый член которой, начиная со второго, равен сумме предыдущего и одного и того же числа  $d$ , называется арифметической прогрессией.

Число  $d$  называют разностью арифметической прогрессии.

$$a_n = a_{n-1} + d$$

# Разность арифметической прогрессии

$$d = a_n - a_{n-1}$$

$d > 0$  → прогрессия возрастающая,

$d < 0$  → прогрессия убывающая

**Пример 1.** 1, 3, 5, 7, 9, 11, ... .

Это арифметическая прогрессия, у которой  $a_1 = 1$ ,  $d = 2$ .

**Пример 2.** 20, 17, 14, 11, 8, 5, 2, -1, -4, ... .

Это арифметическая прогрессия, у которой  $a_1 = 20$ ,  $d = -3$ .

**Пример 3.** 8, 8, 8, 8, 8, 8, ... .

Это арифметическая прогрессия, у которой  $a_1 = 8$ ,  $d = 0$ .

Для обозначения того, что последовательность  $(a_n)$  является арифметической прогрессией, иногда бывает удобна следующая запись:

$$\div a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots .$$

Значок  $\div$  заменяет словосочетание «арифметическая прогрессия».

Если в арифметической прогрессии отбросить все члены, следующие за каким-то конкретным членом последовательности, например за  $a_n$ , то получится *конечная арифметическая прогрессия*

$$\div a_1, a_2, a_3, \dots, a_n.$$

Иногда в конечной арифметической прогрессии удобно записывать не только несколько членов в начале, но и несколько членов в конце, например так:

$$\div a_1, a_2, a_3, \dots, a_{n-2}, a_{n-1}, a_n.$$

# *Задание арифметической прогрессии формулой n – ого члена*

---

Дано:  $(a_n)$  – арифметическая прогрессия,  $a_1$  – первый член прогрессии,  $d$  – разность.

$$a_2 = a_1 + d$$

$$a_3 = a_2 + d = (a_1 + d) + d = a_1 + 2d$$

$$a_4 = a_3 + d = (a_1 + 2d) + d = a_1 + 3d$$

$$a_5 = a_4 + d = (a_1 + 3d) + d = a_1 + 4d$$

• • •

**$a_n = a_1 + (n-1)d$**  - формула n – ого члена  
*арифметической прогрессии*

# *Формула $n$ – ого члена арифметической прогрессии*

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

Дана арифметическая прогрессия

$$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$$

Известно, что  $a_1 = 5$ ,  $d = 4$ . Найти  $a_{22}$ .

$$a_{22} = a_1 + 21d = 5 + 21 \cdot 4 = 89.$$

# Формула $n$ – ого члена арифметической прогрессии

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

Дана арифметическая прогрессия

$$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$$

Известно, что  $a_1 = -2$ ,  $d = 3$ ,  $a_n = 118$ . Найти  $n$ .

$$a_n = a_1 + (n - 1)d;$$

$$118 = -2 + (n - 1) \cdot 3;$$

$$118 = 3n - 5;$$

$$n = 41.$$



# Формула $n$ – ого члена арифметической прогрессии

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

Дана арифметическая прогрессия

$$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$$

Известно, что  $d = -2$ ,  $a_{39} = 83$ . Найти  $a_1$ .

$$a_{39} = a_1 + 38d;$$

$$83 = a_1 + 38 \cdot (-2);$$

$$a_1 = 159.$$

# Формула $n$ – ого члена арифметической прогрессии

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

Дана арифметическая прогрессия

$$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$$

Известно, что  $a_1 = 7$ ,  $a_{15} = -35$ . Найти  $d$ .

$$a_{15} = a_1 + 14d;$$

$$-35 = 7 + 14d;$$

$$14d = -42;$$

$$d = -3.$$

# Формула суммы членов конечной арифметической прогрессии

Пусть дана конечная арифметическая прогрессия

$$\div a_1, a_2, a_3, \dots, a_{n-2}, a_{n-1}, a_n.$$

Обозначим через  $S_n$  сумму ее членов:

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{n-2} + a_{n-1} + a_n.$$

$$S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}.$$

Это формула суммы первых  $n$  членов арифметической прогрессии.

$$S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n.$$

# Характеристическое свойство арифметической прогрессии

Пусть дана арифметическая прогрессия  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$ .  
Рассмотрим три ее члена, следующие друг за другом:  $a_{n-1}, a_n,$   
 $a_{n+1}$ . Известно, что

$$a_n - d = a_{n-1},$$

$$a_n + d = a_{n+1}.$$

Сложив эти равенства, получим:

$$a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}.$$

Это значит, что каждый член арифметической прогрессии, кроме первого (и последнего — в случае конечной прогрессии), равен среднему арифметическому предшествующего и последующего членов.

# *Характеристическое свойство арифметической прогрессии*

## *Теорема*

*Числовая последовательность является арифметической прогрессией тогда и только тогда, когда каждый ее член, кроме первого (и последнего — в случае конечной последовательности), равен среднему арифметическому предшествующего и последующего членов (характеристическое свойство арифметической прогрессии).*

# Характеристическое свойство арифметической прогрессии

**Пример 9.** При каком значении  $x$  числа  $3x + 2$ ,  $5x - 4$  и  $11x + 12$  образуют конечную арифметическую прогрессию?

**Решение.** Согласно характеристическому свойству заданные выражения должны удовлетворять соотношению

$$5x - 4 = \frac{(3x + 2) + (11x + 12)}{2}.$$

Решая это уравнение, находим:

$$10x - 8 = 14x + 14;$$

$$x = -5,5.$$

При этом значении  $x$  заданные выражения  $3x + 2$ ,  $5x - 4$ ,  $11x + 12$  принимают соответственно значения  $-14,5$ ,  $-31,5$ ,  $-48,5$ . Это арифметическая прогрессия, ее разность равна  $-17$ .

**Ответ:**  $x = -5,5$ .

# № 16.1 – устно.

---

Определите, является ли приведенная ниже последовательность арифметической прогрессией:

а) 2, 4, 6, 8, 10, 12, ... ;

в) 13, 10, 7, 4, 1, -2, ... ;

б) 5, 5, 5, 5, 5, 5, ... ;

г) 3, 1, 3, 1, 3, 1, ... .

# № 16.3 (а,г)

---

Найдите первый член и разность арифметической прогрессии:

а)  $3, -1, -5, -9, \dots$  ;

г)  $-1, -0,9, -0,8, -0,7, \dots$  .



# № 16.4 (а,б)

---

Выпишите первые шесть членов арифметической прогрессии  $(a_n)$ , если:

$$\text{а) } a_1 = 3, d = 7;$$

$$\text{б) } a_1 = 10, d = -2,5;$$

# № 16.5 (а,б)

---

Запишите конечную арифметическую прогрессию  $(a_n)$ , заданную следующими условиями:

а)  $a_1 = -2, d = 4, n = 5;$

б)  $a_1 = 1, d = -0,1, n = 7;$

# № 16.7 (а,б)

---

Найдите разность и десятый член арифметической прогрессии:

а)  $1, 3, 5, 7, \dots$  ;

б)  $\sqrt{5}, 6 + \sqrt{5}, 12 + \sqrt{5}, 18 + \sqrt{5}, \dots$  ;

# № 16.14 (а,б)

---

Составьте формулу  $n$ -го члена арифметической прогрессии:

а) 2, 5, 8, 11, ... ;

б) 0,5, 1,5, 2,5, 3,5, ... ;

# № 16.16 (а,б)

---

Дана арифметическая прогрессия  $(a_n)$ . Вычислите:

а)  $a_6$ , если  $a_1 = 4$ ,  $d = 3$ ;

б)  $a_{15}$ , если  $a_1 = -15$ ,  $d = -5$ ;

# № 16.34 (а,б)

---

Найдите сумму первых пятидесяти членов арифметической прогрессии  $(a_n)$ , если известно, что:

а)  $a_1 = 2, a_{50} = 147;$

б)  $a_1 = 0,5, a_{50} = -97,5;$

# № 16.35 (а,б)

---

Найдите сумму первых ста членов арифметической прогрессии  $(a_n)$ , если известно, что:

а)  $a_1 = -12, d = 2;$

б)  $a_1 = 1,5, d = 0,5;$

# Домашнее задание:

---

**№ 16.3 (б,в)**

**16.4 (в,г)**

**16.14 (в,г)**



# Интернет ресурсы

---

[http://elkniga.ucoz.ru/publ/uchebniki/matematika/algebra\\_9\\_klass\\_uchebnik\\_mordkovich\\_a\\_g/44-1-0-362](http://elkniga.ucoz.ru/publ/uchebniki/matematika/algebra_9_klass_uchebnik_mordkovich_a_g/44-1-0-362) - электронная версия Алгебра. 9 класс. Учебник. Мордкович А.Г., Семенов П.В.

[http://elkniga.ucoz.ru/publ/uchebniki/matematika/algebra\\_9\\_klass\\_chast\\_2\\_zadachnik\\_mordkovich\\_a\\_g\\_semenov\\_p\\_v/44-1-0-413](http://elkniga.ucoz.ru/publ/uchebniki/matematika/algebra_9_klass_chast_2_zadachnik_mordkovich_a_g_semenov_p_v/44-1-0-413) - электронная версия Алгебра. 9 класс. Задачник. Мордкович А.Г., Семенов П.В.