

Таллинн
Ласнамяэская гимназия

Математика

10 класс

“СВОЙСТВА АРИФМЕТИЧЕСКИХ КОРНЕЙ”

Учитель: ЖАННА ДИРМЕЙТИС


Определения

$$n \in \mathbb{N}, n \neq 1$$

$$1. b = \sqrt[n]{a} \Leftrightarrow b^n = a$$

$$2. (\sqrt[n]{a})^n = a$$

Корень чётной степени считают арифметическим (неотрицательным)



Арифметическим корнем
называется неотрицательное
значение корня из
неотрицательного числа

$$\sqrt[2n]{a^{2n}} = |a|$$

Вынесение

$$\sqrt{ax^2} = |x| \cdot \sqrt{a}$$

$$\sqrt{a^2} = |a|$$

Вынесение

$$x\sqrt{a} = \sqrt{ax^2}, x \geq 0$$

или

$$x\sqrt{a} = -\sqrt{ax^2}, x \leq 0$$

СВОЙСТВА

АРИФМЕТИЧЕСКИХ КОРНЕЙ

1

$$a \geq 0$$

$$\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[nk]{a^{mk}}$$

Величина корня не изменится, если показатель корня и показатель подкоренного выражения умножить на одно и тоже число

СВОЙСТВА АРИФМЕТИЧЕСКИХ КОРНЕЙ

$$a, b \geq 0$$

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$$

Чтобы
перемножить корни
с одинаковыми
показателями,
достаточно
перемножить
подкоренные
выражения и из
результата извлечь
тот же корень

СВОЙСТВА

АРИФМЕТИЧЕСКИХ КОРНЕЙ

3

$$a \geq 0$$

$$\sqrt[n]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[nm]{a}$$

Чтобы извлечь
корень из корня,
надо показатели
корней
перемножить, а
подкоренное
выражение
оставить прежним

СВОЙСТВА

АРИФМЕТИЧЕСКИХ КОРНЕЙ

4

$$a \geq 0, b > 0$$

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

Чтобы поделить корни с одинаковыми показателями, достаточно поделить подкоренные выражения и из результата извлечь тот же корень

СВОЙСТВА

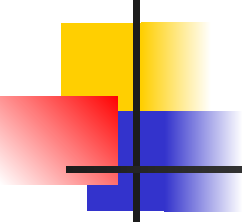
АРИФМЕТИЧЕСКИХ КОРНЕЙ

5

$$a \geq 0$$

$$\left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n]{a^m}$$

Чтобы возвести
корень в степень,
достаточно
возвести в эту
степень
подкоренное
выражение и из
результата извлечь
тот же корень

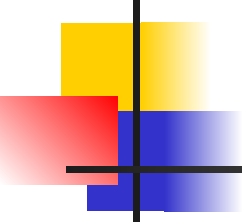


Пусть $a > 0$, тогда

$$a = (\sqrt{a})^2 = (\sqrt[3]{a})^3 = (\sqrt[4]{a})^4 \dots;$$

$$a - b = (\sqrt{a})^2 - (\sqrt{b})^2 = (\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b});$$

$$a + b = (\sqrt[3]{a})^3 + (\sqrt[3]{b})^3 = (\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b})(\sqrt[3]{a^2} - \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2}).$$



РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ И НЕРАВЕНСТВ С ПОМОЩЬЮ АРИФМЕТИЧЕСКОГО КОРНЯ (ПРИМЕРЫ)

$$x^2 = 4$$

$$|x| = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \end{cases}$$

$$x^2 < 4 \Leftrightarrow |x| < 2 \Leftrightarrow x \in (-2; 2)$$

$$(x - 2)^2 \geq 9 \Leftrightarrow |x - 2| \geq 3 \Rightarrow x \in (-\infty; -1) \cup (5; \infty)$$