АРИФМЕТИЧЕСКИЙ КВАДРАТНЫЙ КОРЕНЬ. СВОЙСТВА КВАДРАТНОГО КОРНЯ

Автор: ученик 8-а класса Гимназии №1 Сычев Алексей.

Руководитель: Илющихина М.И.

Арифметический квадратный корень

Определение: арифметическим квадратным корнем из числа ***а*** называется неотрицательное число, квадрат которого равен ***а***.

Арифметический квадратный корень из числа ***а*** обозначается так: √ ***а***. Знак √ называется *знаком арифметического квадратного корня;* ***а*** называется *подкоренным выражением*. Выражение √ ***а*** читается так: «Арифметический квадратный корень из числа ***а***».

В случаях, когда ясно, что речь идет об арифметическом корне, говорят: «Корень квадратный из ***а***». *Действие нахождения квадратного корня из числа называют извлечением квадратного корня.*

Возводить в квадрат можно любые числа, но извлекать квадратный корень можно не из любого числа. Например, нельзя извлечь квадратный корень из числа -4, так как нет такого числа, квадрат которого равен -4.

Итак, выражение $\sqrt{a}$ имеет смысл только при $a \geq 0$.
Определение квадратного корня можно кратко записать так:

$$\sqrt{a} \geq 0, \quad (\sqrt{a})\square = a$$

Равенство $(\sqrt{a})\square = a$ справедливо при $a \geq 0$.

Квадратный корень из степени

Вычислим значение выражения √ ***a***□ при ***a=3*** и ***a=-3.*** По определению квадратного корня √***3***□ ***=3.*** При ***a=-3*** находим √***(-3)***□ ***=*** √***3***□ ***=3.*** Так как число ***3*** является противоположным числу ***-3,*** то можно записать:

√***(-3)***□ ***= -(-3)*** или √ ***(-3)***□***= |-3|.***

<u>*Теорема 1*</u>: для любого числа ***a*** справедливо равенство √***a*** □ ***= |a| .***

Рассмотрим два случая: ***a≥0*** и ***a<0.***

1)Если ***a≥0***, то по определению арифметического корня

√ ***a***□ ***=a.***

2)Если ***a<0,*** то ***(-a) >0*** и поэтому

√ ***a***□ ***=*** √ ***(-a)***□ ***= -a.***

Таким образом,

Вместо того чтобы говорить, что равенство и $\sqrt{a^2} = |a|$ выполняется при любых значениях входящих в него букв, говорят, что это равенство выполняется *тождественно*.

Равенства, справедливые при любых значениях входящих в них букв, называют *тождествами*.

Теорема 2. Если a>b>0, то $\sqrt{a} > \sqrt{b}$.
В самом деле, если допустить, что $\sqrt{\boldsymbol{a}} \le \sqrt{\boldsymbol{b}}$, то, возведя обе части неравенства в квадрат, получим ***a≤b***, что противоречит условию ***a>b.***

Квадратный корень из произведения

Теорема. Если a≥0, b≥0, то

√ab=√a √b

т.е. корень из произведения неотрицательных множителей равен произведению корней из этих множителей.

Для того чтобы доказать, что ***a b*** есть арифметический квадратный корень из ***ab***, надо доказать, что:

1)√a·√b≥0 2)(√a·√b)□=ab.

по определению квадратного корня √ ***a≥0, √b≥0,***поэтому ***√a·√b≥0.*** По свойству степени произведения и определению квадратного корня

(√a·√ b)□ = (√a)□·(√b)□ =ab.

Квадратный корень из дроби

Теорема. Если a ≥0, b>0,то

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

т.е. корень из дроби равен корню из числителя, деленному на корень из знаменателя.

В некоторых задачах полезно избавиться от иррациональных выражений в знаменателе дроби.

- Требуется доказать, что:

1) $$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \geq 0;$$

$$\left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\right)^2 = \frac{a}{b}$$

Так как $\sqrt{a} \geq 0$ и $\sqrt{b} > 0$, то $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \geq 0.$

По свойству возведения дроби в степень и определению квадратного корня получаем:

$$\left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\right)^2 = \frac{(\sqrt{a})^2}{(\sqrt{b})^2} = \frac{a}{b}$$

По доказанной теореме *при делении корней* можно разделить подкоренные выражения и из результата извлечь корень:

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}.$$