

# Арифметична прогресія та її властивості

# Означення

$a_1; a_2; a_3; a_4$

$$a_2 = a_1 + d$$

$$a_3 = a_2 + d$$

$d$  – різниця  
арифметичної  
прогресії

$$a_{n+1} = a_n + d -$$

рекурентна формула

*Арифметичною  
прогресією*

називають  
послідовність,  
кожний член якої,  
починаючи із  
другого, дорівнює  
попередньому  
члену, до якого  
додається одне й те  
ж число.

# Арифметична прогресія

```
graph TD; A[Арифметична прогресія] --> B[скінченна]; A --> C[нескінченна];
```

скінченна

нескінченна

# Властивість 1

$$a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}$$

Будь-який член арифметичної прогресії, починаючи з другого, є середнім арифметичним двох сусідніх з ним членів.

## Властивість 2



Сума будь-яких двох членів скінченної арифметичної прогресії, які рівновіддалені від її крайніх членів, дорівнює сумі крайніх членів цієї прогресії.

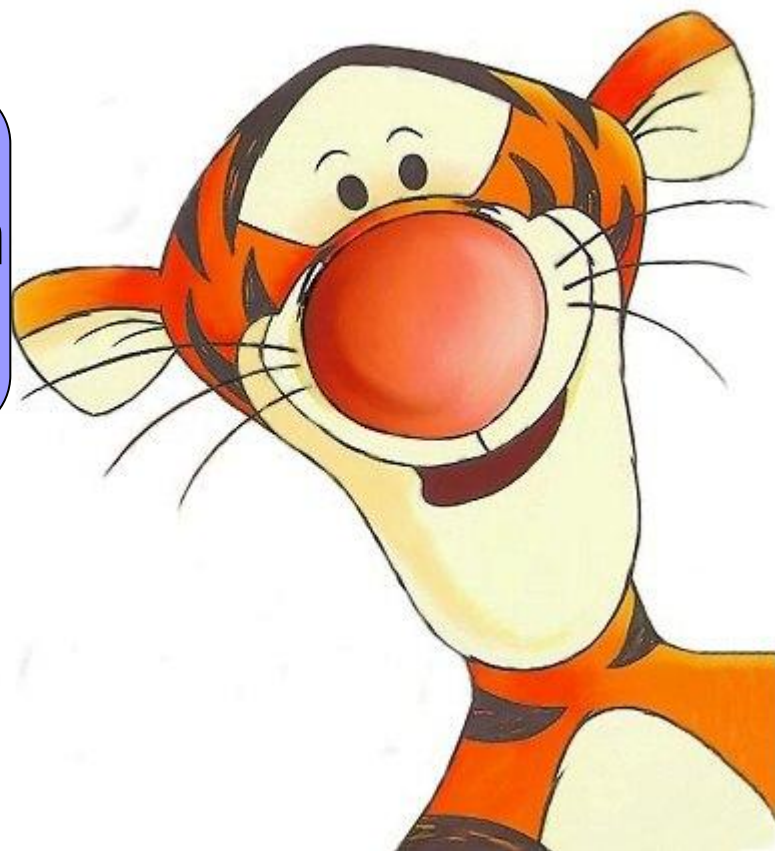
# Формула $n$ -го члена арифметичної прогресії



$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

# Формула суми перших $n$ членів арифметичної прогресії

$$S_n = \frac{2a_1 + (n-1)d}{2} * n$$



# Задача 1

Знайти другий і третій член арифметичної прогресії, якщо  $a_1=2$ ;  $d=1,5$ .





## Розв'язання

$$a_2 = a_1 + d;$$

$$a_2 = 2 + 1,5;$$

$$a_2 = 3,5.$$

$$a_3 = a_2 + d;$$

$$a_3 = 3,5 + 1,5;$$

$$a_3 = 5.$$

Відповідь:  $a_2 = 3,5$ ;  $a_3 = 5$

# Задача 2

Знайти різницю та третій член арифметичної прогресії, у якій  $a_1=4$ ,  $a_2=7$ .



# Розв'язання

$$d = a_2 - a_1;$$

$$d = 7 - 4;$$

$$d = 3.$$

$$a_3 = a_2 + d;$$

$$a_3 = 7 + 3;$$

$$a_3 = 10$$

Відповідь:  $d = 3$ ;  $a_3 = 10$ .

# Задача 3

Чи є послідовність чисел 5; 10; 15; 20 арифметичною прогресією?



# Розв'язання

Позначимо члени заданої послідовності:

$$a_1=5; a_2=10; a_3=15; a_4=20.$$

Знайдемо різниці наступного та попереднього членів послідовності:

$$a_2-a_1=10-5=5;$$

$$a_3-a_2=15-5=5;$$

$$a_4-a_3=20-15=5.$$

Оскільки одержані різниці дорівнюють одному й тому ж числу 5, то ця послідовність є арифметичною прогресією.