

Арифметична прогресія та її властивості

Означення

$a_1; a_2; a_3; a_4$

$$a_2 = a_1 + d$$

$$a_3 = a_2 + d$$

d – різниця
арифметичної
прогресії

$a_{n+1} = a_n + d$ -
рекурентна формула

*Арифметичною
прогресією*

називають
послідовність,
кожний член якої,
починаючи із
другого, дорівнює
попередньому
члену, до якого
додається одне й те
ж число.

Арифметична прогресія

```
graph TD; A[Арифметична прогресія] --> B[скінченна]; A --> C[нескінченна]
```

скінченна

нескінченна

Властивість 1

$$a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}$$

Будь-який член арифметичної прогресії, починаючи з другого, є середнім арифметичним двох сусідніх з ним членів.

Властивість 2



Сума будь-яких двох членів скінченної арифметичної прогресії, які рівновіддалені від її крайніх членів, дорівнює сумі крайніх членів цієї прогресії.

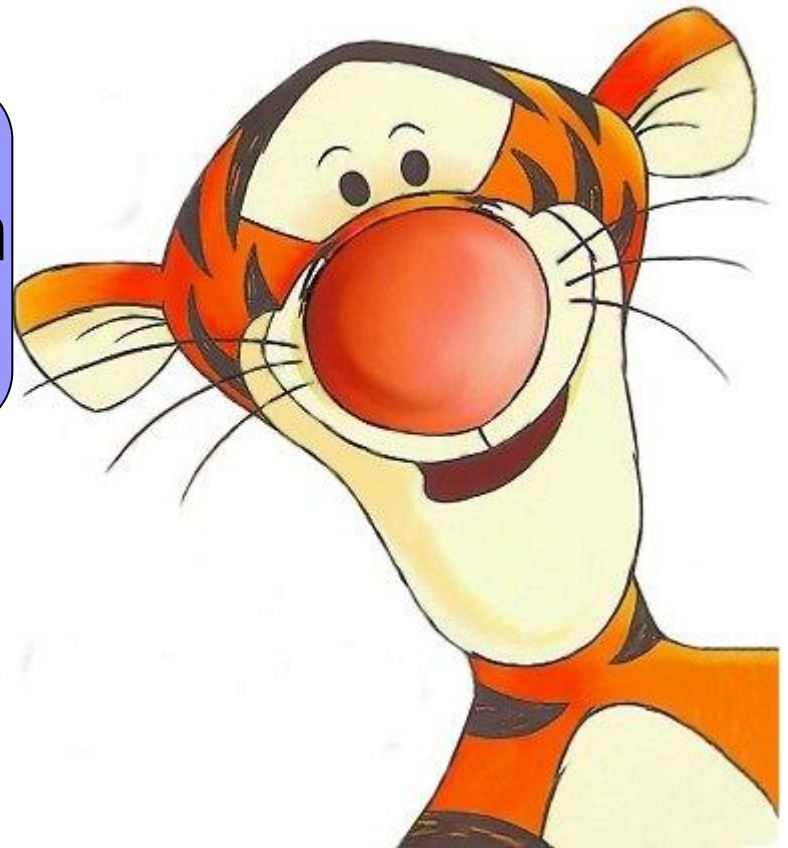
Формула n -го члена арифметичної прогресії



$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

Формула суми перших n членів арифметичної прогресії

$$S_n = \frac{2a_1 + (n-1)d}{2} * n$$



Задача 1

Знайти другий і третій член арифметичної прогресії, якщо $a_1=2$; $d=1,5$.



Розв'язання

$$a_2 = a_1 + d;$$

$$a_2 = 2 + 1,5;$$

$$a_2 = 3,5.$$

$$a_3 = a_2 + d;$$

$$a_3 = 3,5 + 1,5;$$

$$a_3 = 5.$$

Відповідь: $a_2 = 3,5$; $a_3 = 5$

Задача 2

Знайти різницю та третій член арифметичної прогресії, у якій $a_1=4$, $a_2=7$.



Розв'язання

$$d = a_2 - a_1;$$

$$d = 7 - 4;$$

$$d = 3.$$

$$a_3 = a_2 + d;$$

$$a_3 = 7 + 3;$$

$$a_3 = 10$$

Відповідь: $d = 3$; $a_3 = 10$.

Задача 3

Чи є послідовність чисел 5; 10; 15; 20 арифметичною прогресією?



Розв'язання

Позначимо члени заданої послідовності:

$$a_1=5; a_2=10; a_3=15; a_4=20.$$

Знайдемо різниці наступного та попереднього членів послідовності:

$$a_2-a_1=10-5=5;$$

$$a_3-a_2=15-5=5;$$

$$a_4-a_3=20-15=5.$$

Оскільки одержані різниці дорівнюють одному й тому ж числу 5, то ця послідовність є арифметичною прогресією.