

Студенческие ломоносовские чтения
Научная конференция школьников по математике

Исследовательская работа

***Арифметика Л.Ф. Магницкого –
«врата учёности» М.В. Ломоносова***

**Работу выполнила:
ученица 10«Б» класса
муниципального образовательного учреждения
«Общеобразовательная гимназия № 3»
Фефилова Елизавета Алексеевна**

**Научный руководитель:
Косарева Галина Николаевна,
учитель математики В.К.К.,
зав. кафедрой физики-математики,
Почётный работник общего образования РФ**

**г. Архангельск
2011 год**



**Математику уже затем учить
надо, что она ум в порядок
приводит.**

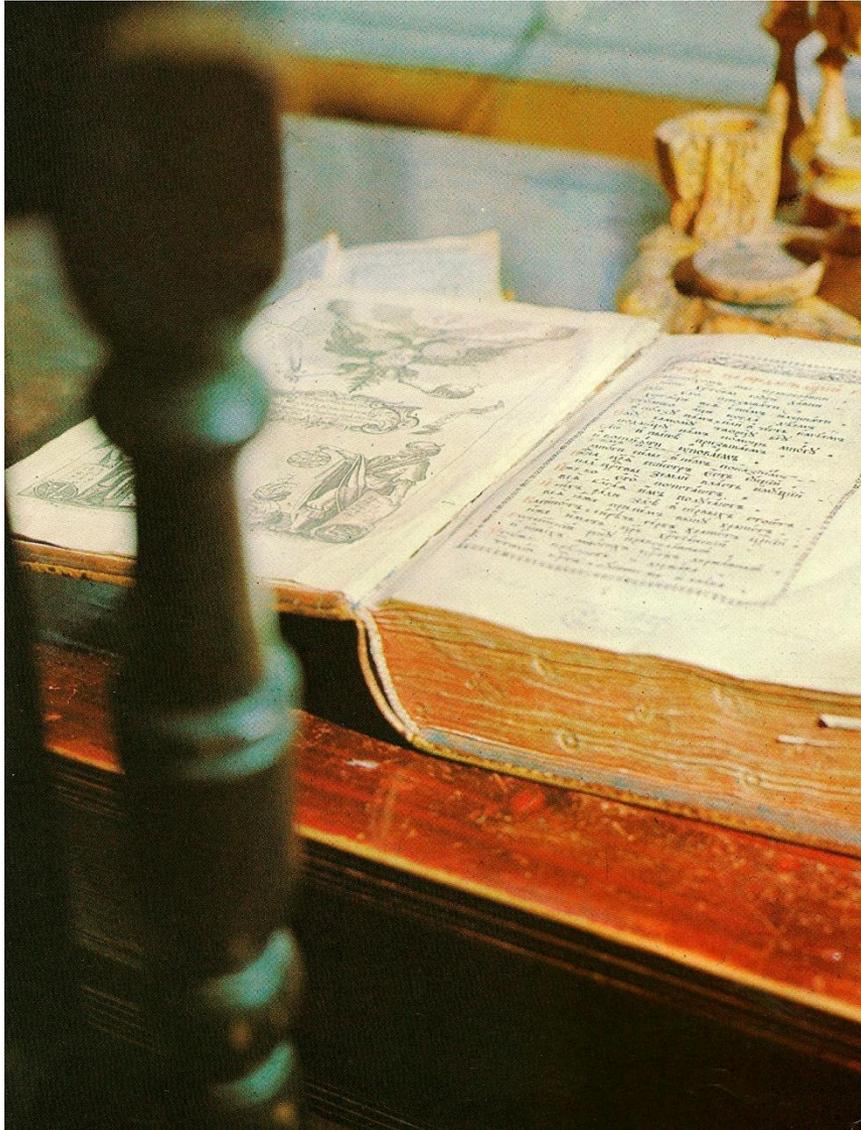
*М.В. Ломоносов (1711-1765),
великий русский учёный,
основатель Московского
университета*



Введение

В 1703 году вышло первое русское печатное руководство под длинным заглавием **«Арифметика, сиречь наука числительная, с разных диалектов на словенский язык переведённая и во едино собрана и на две книги разделена...Сочинися сия книга чрез труды Леонтия Магницкого»**.

В книге были сведения из механики, физики, гидравлики, метеорологии, навигации, корабельного дела и пр., то есть научный материал, который имел исключительное значение для всего русского народа, в том числе для поморов и М.В. Ломоносова.



Арифметике
любезно оучися,
В ней разных
правил и штук
придержися,
Ибо в гражданстве
к делам есть
потребно...

Цель работы – исследовать «Арифметику» Магницкого.

Задачи работы:

1. Показать значимость «Арифметики» Магницкого.
2. Рассмотреть приёмы решения «фальшивых» задач, предложенные Магницким.
3. Продемонстрировать решение задач из «Арифметики» Магницкого.
4. Выяснить, верно ли «фальшивое» правило.

Методы исследования:

1. Поиск, анализ и синтез различных источников информации (литературы, интернет-ресурсов);
2. Самостоятельная оценка методов решения задач;
3. Самостоятельное решение задач.
4. Самостоятельное составление задач.

**Леонтий Филиппович
Магницкий (1669-1742)** вышел из
народа. «Магницкий» –
псевдоним, который придумал
для него Пётр I. Распутывая
трудности, возникшие при
создании Навигационной школы –
первого в России технического
учебного заведения, Пётр пришёл
в восторг от разговора с этим
молодым соотечественником и
сравнил его с магнитом,
притягивающим к себе
разнообразные знания и нужных
людей.

Навигационная школа



Создание и значение

«Арифметики»

Почти каждое старинное русское руководство по математике начинается с разъяснения значения этой науки для человека. Изобретение арифметики и геометрии приписывается чаще всего Пифагору (греческому философу и математику VI века до н.э.). Эту традицию продолжает и Магницкий. В своей «Арифметике» на **титольном листе** он изобразил, кроме Пифагора, ещё и Архимеда, и написал:



Архимедес же тут представлен,
Древний философ велик явлен,
Где с ним и другой равный ему
Лицу представлен есть твоему.
Оный Архимед и Пифагор
Излиша яко воды от гор,
Первые были снискатели,
Сицевых наук писатели,
Равно об водам излияша,
Многи науки в мир издаша

Размер книги 312 x 203мм, в ней 331 лист, то есть 662 ~~страницы, набранные славянским шрифтом.~~



«Арифметика» Л.Ф. Магницкого в музее М.В. Ломоносова в селе Ломоносово

Т а б л и ц а .

x 2	$\left. \begin{array}{c} 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \\ 10 \end{array} \right\}$	} « <i>сѣтъ</i> »	$\left. \begin{array}{c} 4 \\ 6 \\ 8 \\ 10 \\ 12 \\ 14 \\ 16 \\ 18 \\ 20 \end{array} \right\}$	} x	$\left. \begin{array}{c} 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \\ 10 \end{array} \right\}$	} « <i>сѣтъ</i> »	$\left. \begin{array}{c} 25 \\ 30 \\ 35 \\ 40 \\ 45 \\ 50 \end{array} \right\}$
x 3	$\left. \begin{array}{c} 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \\ 10 \end{array} \right\}$	} « <i>сѣтъ</i> »	$\left. \begin{array}{c} 9 \\ 12 \\ 15 \\ 18 \\ 21 \\ 24 \\ 27 \\ 30 \end{array} \right\}$	} x	$\left. \begin{array}{c} 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \\ 10 \end{array} \right\}$	} « <i>сѣтъ</i> »	$\left. \begin{array}{c} 36 \\ 42 \\ 48 \\ 54 \\ 60 \end{array} \right\}$
x 4	$\left. \begin{array}{c} 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \\ 10 \end{array} \right\}$	} « <i>сѣтъ</i> »	$\left. \begin{array}{c} 16 \\ 20 \\ 24 \\ 28 \\ 32 \\ 36 \\ 40 \end{array} \right\}$	} x	$\left. \begin{array}{c} 7 \\ 8 \\ 9 \\ 10 \end{array} \right\}$	} « <i>сѣтъ</i> »	$\left. \begin{array}{c} 49 \\ 56 \\ 63 \\ 70 \end{array} \right\}$
					$\left. \begin{array}{c} 8 \\ 9 \\ 10 \end{array} \right\}$	} « <i>сѣтъ</i> »	$\left. \begin{array}{c} 64 \\ 72 \\ 80 \end{array} \right\}$
					$\left. \begin{array}{c} 9 \\ 10 \end{array} \right\}$	} « <i>сѣтъ</i> »	$\left. \begin{array}{c} 81 \\ 90 \end{array} \right\}$

Аще кто не твердитъ
таблицы, и гордится
Не можетъ познати
числама что множити
И къ пользѣ
аще и

И ко сей таблѣ
никогда ѿ лѣви
Колѣни ни вѣнча
чѣи съ вѣрнѣи
не вѣдѣтъ
завѣдѣтъ

В «Арифметике» Магницкого рассматривается ~~пять~~ действий: нумерация, сложение, вычитание, умножение и деление.

Магницкий впервые ввёл термины «множитель», «делитель», «произведение», «извлечение корня», изменил устаревшие слова «тьма, легион» словами «миллион, биллион, триллион, квадриллион».

В «Арифметике» Магницкий впервые использует арабские цифры.

Таблица умножения из «Арифметики»

«Фальшивое» правило

«Арифметика» Магницкого содержала много такого, что полезно знать изучающему математику и в наше время. В «Арифметике» Магницкого были задачи, которые имели преимущественно практический характер. Они решались по правилам и приложенным к ним образцам. Мы остановимся на **«фальшивом» правиле**. Так называют способ решения задач, который теперь известен под названием «правила ложного положения». При помощи этого правила в старинном руководстве решаются задачи, приводящие к уравнениям первой степени.

Решение «фальшивой» задачи

Задача. «Спросил некто учителя: сколько у тебя в классе учеников, так как хочу отдать к тебе в учение своего сына. Учитель ответил: если придёт ещё учеников столько же, сколько имею, и пол столько и четвёртая часть и твой сын, тогда будет у меня в учении 100. Спрашивается, сколько было у учителя учеников?»

Решение современным методом:

Пусть x учеников было у учителя изначально, тогда после того как сложили $2x$, $0.5x$, $0.25x$ и 1 , то стало 100 учеников. Составим уравнение:

$$2x + 0.5x + 0.25x + 1 = 100 ;$$

$$2.75x = 99 ;$$

$$x = 36.$$

Ответ: в классе было 36 учеников.

Задача. «Спросил некто учителя: сколько у тебя в классе учеников, так как хочу отдать к тебе в учение своего сына. Учитель ответил: если придёт ещё учеников столько же, сколько имею, и пол столько и четвёртая часть и твой сын, тогда будет у меня в учении 100. Спрашивается, сколько было у учителя учеников?»

Способ решения Магницкого.

Делаем **первое предположение**: учеников было 24.

Тогда по смыслу задачи к этому числу надо прибавить «столько, пол столько, четверть столько и 1»; имели бы:

$$24 + 24 + 12 + 6 + 1 = 67$$

То есть на $100 - 67 = 33$ **меньше** (чем требовалось по условию задачи); число 33 называем «первым отклонением».

Делаем **второе предположение**: учеников было 32; тогда имели бы:

$$32 + 32 + 16 + 8 + 1 = 89,$$

То есть на $100 - 89 = 11$ **меньше** (второе отклонение).

На случай, если при обоих предположениях получилось меньше, даётся правило: **помножить первое предположение на второе отклонение, а второе предположение на первое отклонение, отнять от большего произведения меньшее и разность разделить на разность отклонений:**

$$\frac{32 \times 33 - 24 \times 11}{33 - 11} = 36$$

Ответ: учеников было 36.

Задача. «Спросил некто учителя: сколько у тебя в классе учеников, так как хочу отдать к тебе в учение своего сына. Учитель ответил: если придёт ещё учеников столько же, сколько имею, и пол столько и четвёртая часть и твой сын, тогда будет у меня в учении 100. Спрашивается, сколько было у учителя учеников?»

Если при обоих предположениях получилось *больше*, чем полагается по условию, пользуемся тем же правилом: **помножить первое предположение на второе отклонение, а второе предположение на первое отклонение, отнять от большего произведения меньшее и разность разделить на разность отклонений.**

Например:

Первое предположение: 52.

$$52 + 52 + 26 + 13 + 1 = 144.$$

Получили на $144 - 100 = 44$ **больше** (первое отклонение).

Второе предположение: 40.

$$40 + 40 + 20 + 10 + 1 = 111.$$

Получили на $111 - 100 = 11$ **больше** (второе отклонение).

$$\frac{40 \times 44 - 52 \times 11}{44 - 11} = 36$$

Ответ: учеников было 36.

Задача. «Спросил некто учителя: сколько у тебя в классе учеников, так как хочу отдать к тебе в учение своего сына. Учитель ответил: если придёт ещё учеников столько же, сколько имею, и пол столько и четвёртая часть и твой сын, тогда будет у меня в учении 100. Спрашивается, сколько было у учителя учеников?»

Если при одном предположении получим больше, а при другом меньше, чем требуется по условию задачи, то нужно при указанных выше вычислениях брать **не разности, а суммы**. Например:

Первое предположение: 60.

$$60 + 60 + 30 + 15 + 1 = 166.$$

Получили на $166 - 100 = 66$ **больше** (первое отклонение).

Второе предположение: 20.

$$20 + 20 + 10 + 5 + 1 = 56.$$

Получили на $100 - 56 = 44$ **меньше** (второе отклонение).

$$\frac{60 \times 44 + 20 \times 66}{66 + 44} = 36$$

Ответ: учеников было 36.

Задача

«Две девочки оформляют кабинет к трёхсотлетию М.В. Ломоносова. Они загадали по числу и сказали их друг другу. После чего первая говорит

1

3 твоего, то получится столько сколько сейчас было бы Ломоносову, то есть 300». А вторая говорит первой: «Если сложить моё число и

1

2 твоего, то будет тоже 300». Какое число загадала каждая?



Решение «фальшивым методом»

Делаем **1** предположение: первая девочка загадала число 220;
тогда по смыслу задачи вторая загадала $3(300 - 220) = 240$

Значит, $240 + 110 = 350$

$350 - 300 = 50$ (первое отклонение)

Делаем **2** предположение: первая девочка загадала число 270;
тогда вторая загадала $3(300 - 270) = 90$

Значит, $90 + 135 = 225$

$300 - 225 = 75$ (второе отклонение)

Воспользуемся уже приводимым ранее правилом:

$$\frac{50 \times 270 + 75 \times 220}{75 + 50} = 240$$

Получается первая загадала – 240,

Тогда вторая загадала – $3(300 - 240) = 180$

Ответ: 240 и 180.

Верно ли «фальшивое» правило

В решениях «фальшивых» задач всегда отыскивается какое-то одно неизвестное число. Если в задаче и другие неизвестные, то они с помощью условий задачи могут быть выражены через это единственное неизвестное число. Это неизвестное число, обозначим его за x , всегда удовлетворяет уравнению $ax+b=c$, где a , b и c – некоторые числа. Число c известно, числа же a , b можно вычислить по условию задачи. Взяв некоторое число x_1 и проделав с ним положенные операции, мы находим некоторое число c_1 . Повторив те же операции с числом x_2 , получим новое число c_2 .

Из равенств $ax_1 + b=c_1$, $ax_2 + b=c_2$ выводим

$$a = \frac{c_1 - c_2}{x_1 - x_2}$$

В то же время известно, что $ax + b = c$. Это даёт нам $a(x - x_2) = c - c_2$,

$$X = x_2 + \frac{c - c_2}{a} = x_2 + \frac{(c - c_2)(x_1 - x_2)}{c_1 - c_2} = \frac{x_2(c_1 - c) - x_1(c_2 - c)}{c_1 - c_2}$$

Если оба числа c_1, c_2 больше, чем c , то имеем

$$X = \frac{x_2(c_1 - c) - x_1(c_2 - c)}{(c_1 - c) - (c_2 - c)}$$

Если $c_1 < c, c_2 < c$, то

$$X = \frac{x_2(c - c_1) - x_1(c - c_2)}{(c - c_1) - (c - c_2)}$$

Если же $c_1 > c$ и $c_2 < c$, то

$$X = \frac{x_2(c_1 - c) + x_1(c - c_2)}{(c_1 - c) + (c - c_2)}$$

Таким образом, в каждом случае получаем именно ту последовательность вычислений, которая предписывается «фальшивым» правилом.

Заключение

В процессе исследования:

мы выяснили, что в учебнике Магницкого использованы традиции русских математических рукописей, но в нем значительно улучшена система изложения материала: вводятся определения, осуществляется плавный переход к новому, появляются новые разделы, задачи, приводятся дополнительные сведения;

мы убедились, что «Арифметика» Магницкого сыграла большую роль в распространении математических знаний в России. Недаром Ломоносов называл её «вратами учёности»;

- мы решили и составили задачи на «фальшивое» правило из «Арифметики» Магницкого. Решения некоторых из них продемонстрировали в работе;

- мы выяснили, для каких задач верно «фальшивое» правило;

- мы пришли к выводу, что некоторые из рассмотренных в работе методов решения задач положили основу современным методам или наоборот с течением времени перестали использоваться из-за нерациональности.

Таким образом, цель работы достигнута.

«Арифметика»

Магницкого поддержала
стремление М.В.

Ломоносова учиться.

Обладая поморской
«упрямкой», он пошёл в
путь за знанием. **А**

**знание – главная сила в
жизни.**





Спасибо за внимание!

