

Обратные тригонометрические функции

«Функция, как правило, определяется для тех значений аргумента, какие для данной задачи представляют реальное значение»

Хинчин А.Я.

При каких значениях t верно равенство?

$$\sin t = 0,5$$

$$t_1 = \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$t_2 = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\sin t = 0,3$$

$$t = ?$$

Обратные тригонометрические функции

$$y = \arcsin x$$

график

$$y = \text{arcctg} x$$

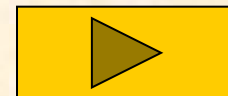
график

$$y = \arccos x$$

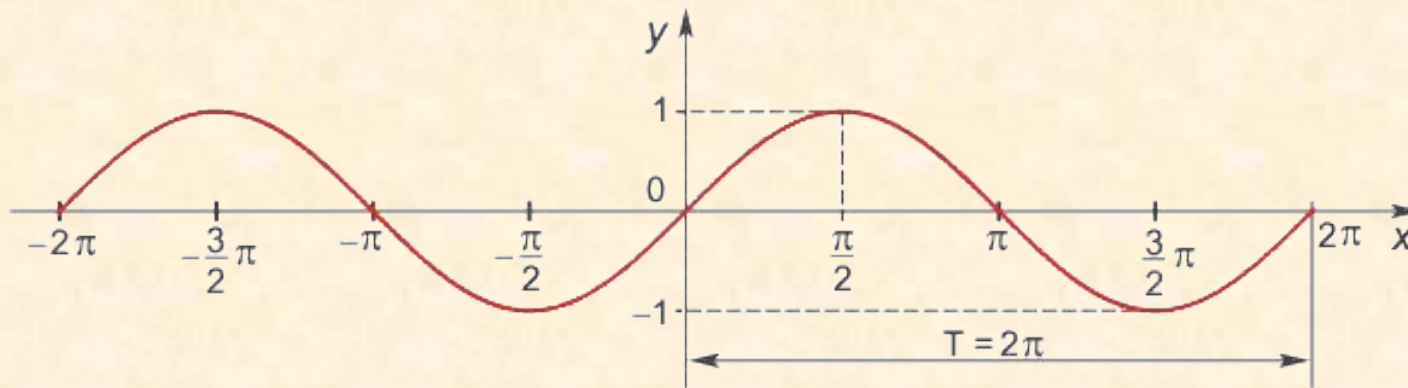
график

$$y = \text{arctg} x$$

график



Функция $y = \sin x$



Область определения функции — множество \mathbf{R} всех действительных чисел.

Множество значений функции — отрезок $[-1; 1]$, т.е. синус функция — ограниченная.

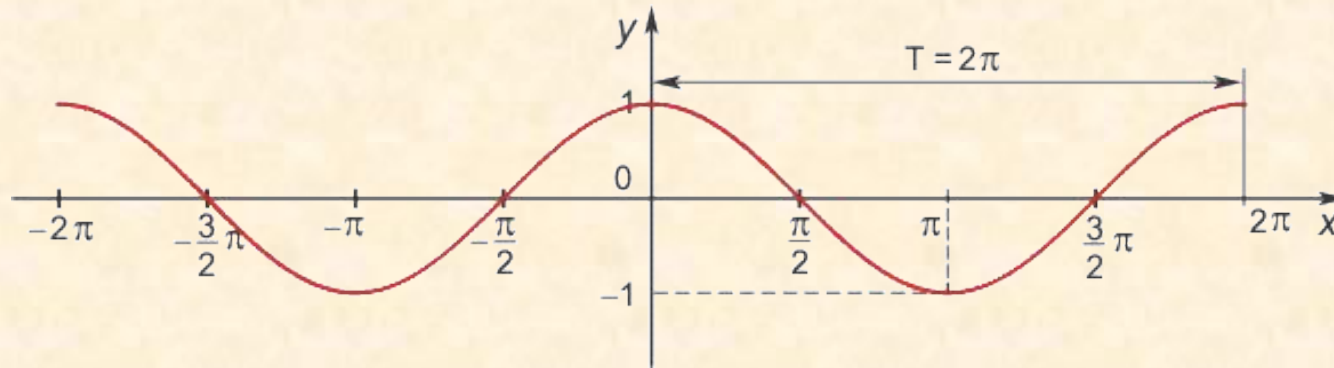
Функция нечетная: $\sin(-x) = -\sin x$ для всех $x \in \mathbf{R}$.

График функции симметричен относительно начала координат.

Функция периодическая с наименьшим положительным периодом 2π :



Функция $y = \cos x$



Область определения функции — множество \mathbf{R} всех действительных чисел.

Множество значений функции — отрезок $[-1; 1]$, т.е. косинус функция — ограниченная.

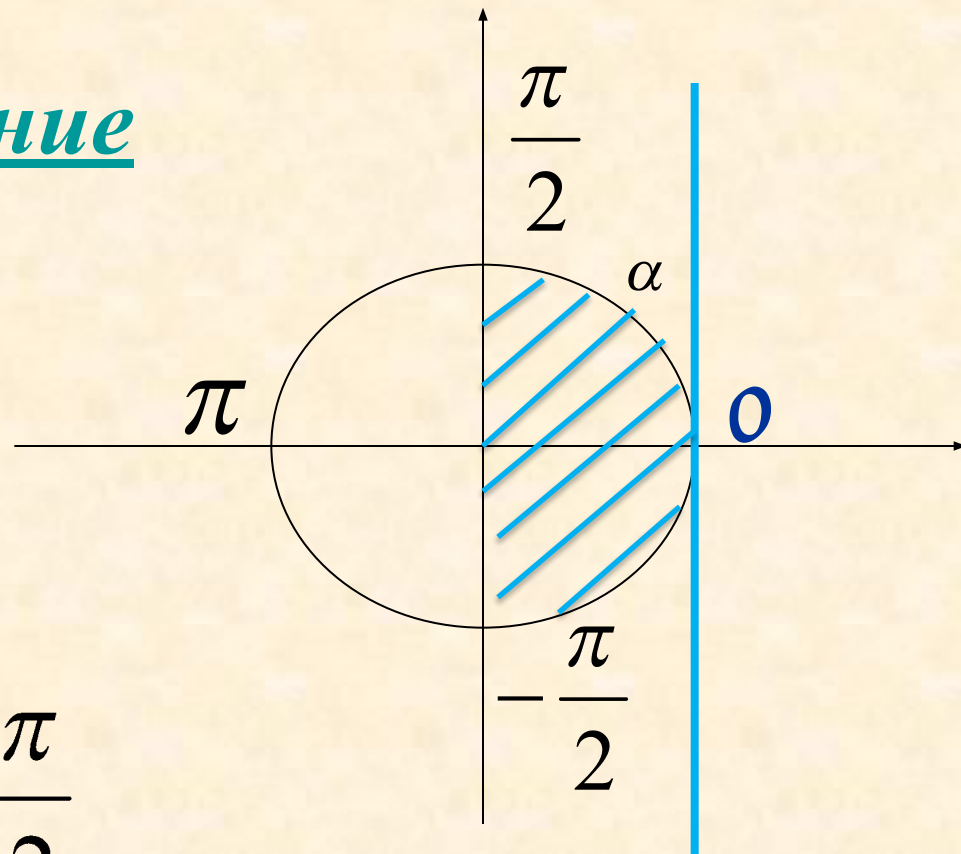
Функция четная: $\cos(-x) = \cos x$ для всех $x \in \mathbf{R}$.

График функции симметричен относительно оси OY .

Функция периодическая с наименьшим положительным периодом 2π :



Определение



$$\underline{\arcsin t = \alpha}$$

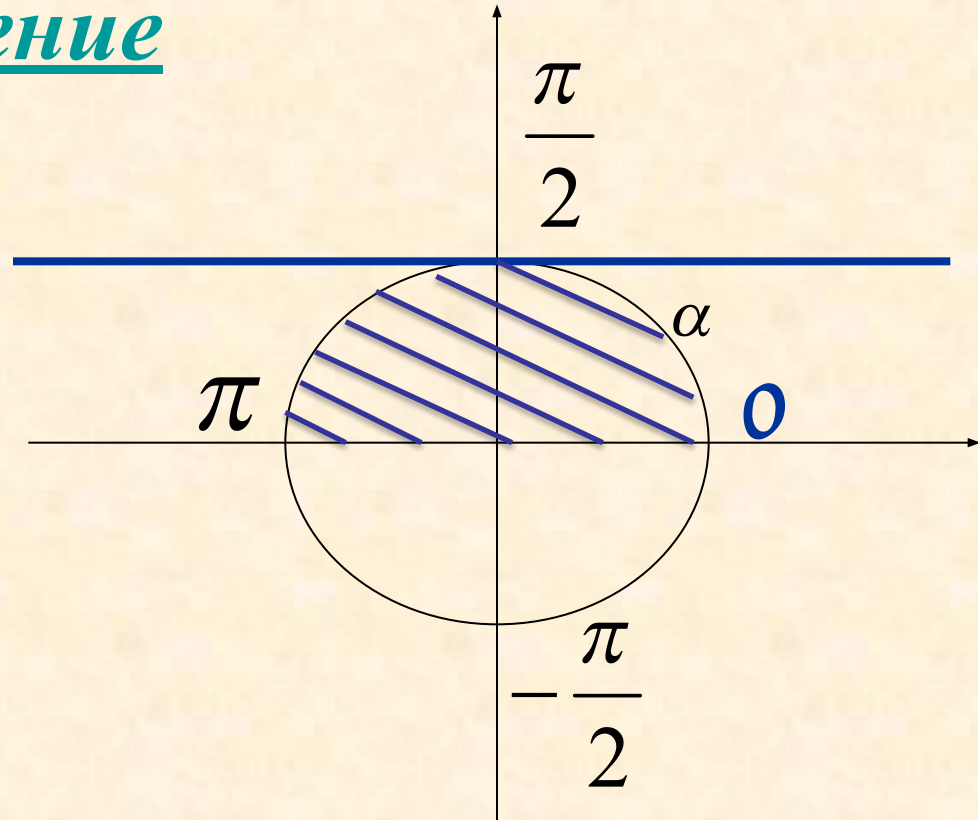
$$1) -\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$$

$$2) \sin \alpha = t$$

$$3) -1 \leq t \leq 1$$

$$\arcsin(-x) = -\arcsin x$$

Определение



$$\underline{\arccos t = a}$$

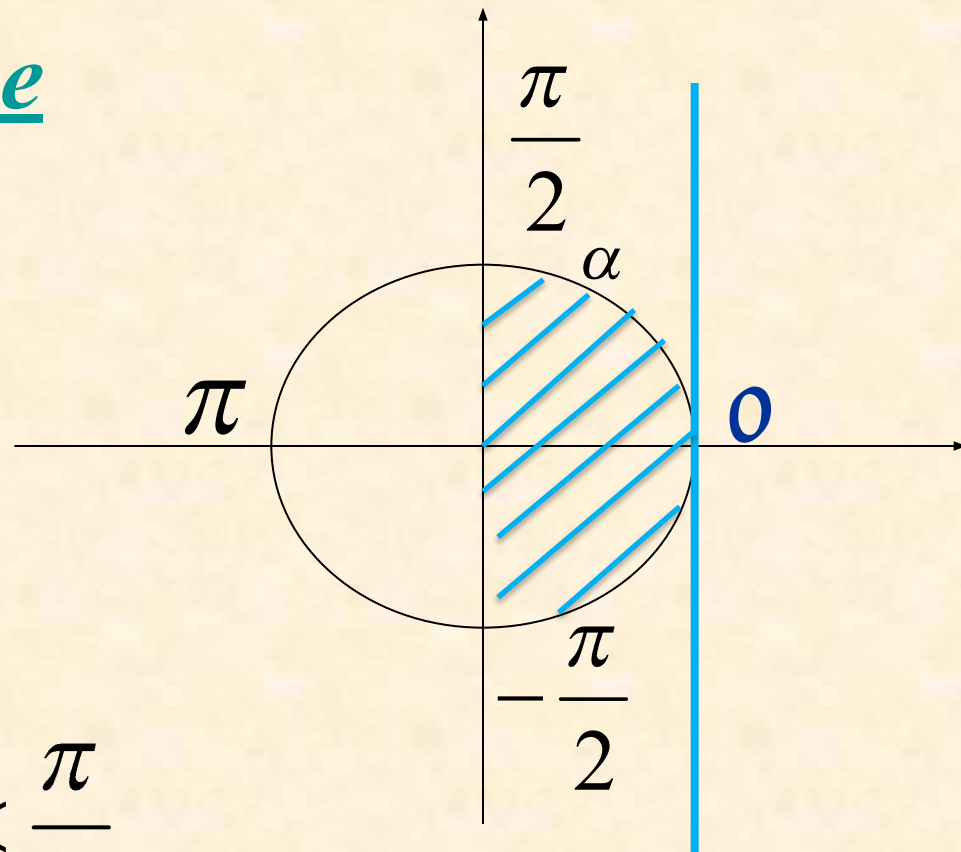
$$1) 0 \leq a \leq \pi$$

$$2) \cos a = t$$

$$3) -1 \leq t \leq 1$$

$$\blacktriangleright \arccos(-x) = \pi - \arccos x$$

Определение



$$\underline{\arctg t = a}$$

$$1) -\frac{\pi}{2} < a < \frac{\pi}{2}$$

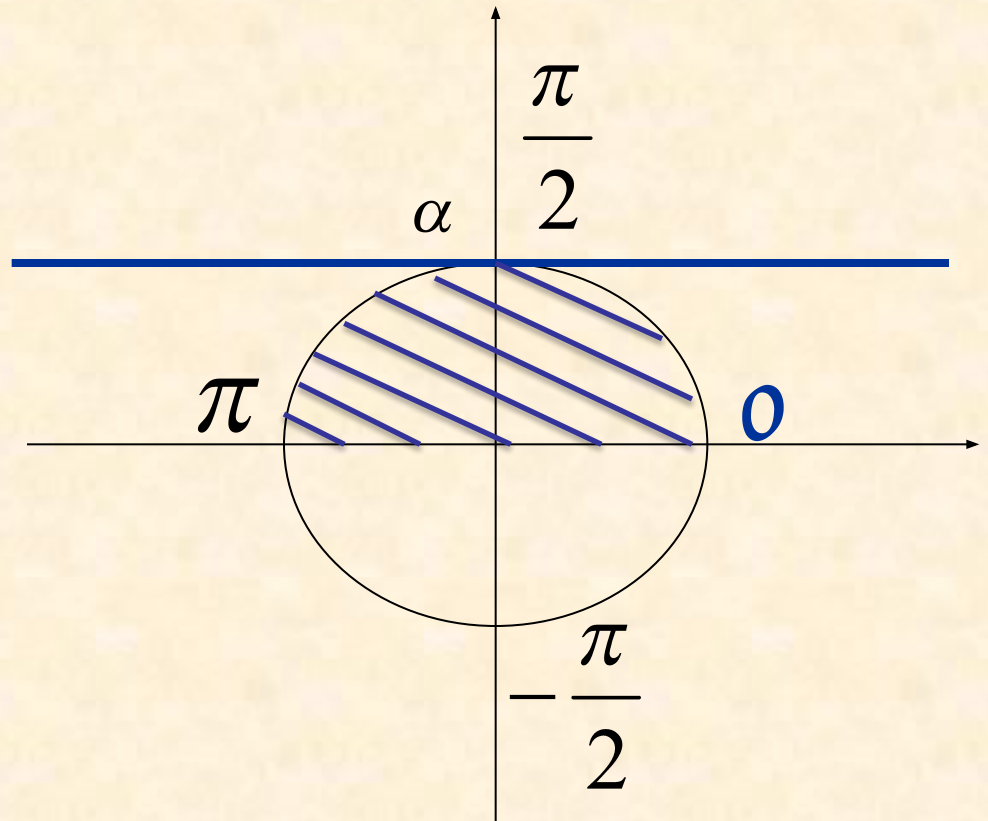
$$2) tga = t$$

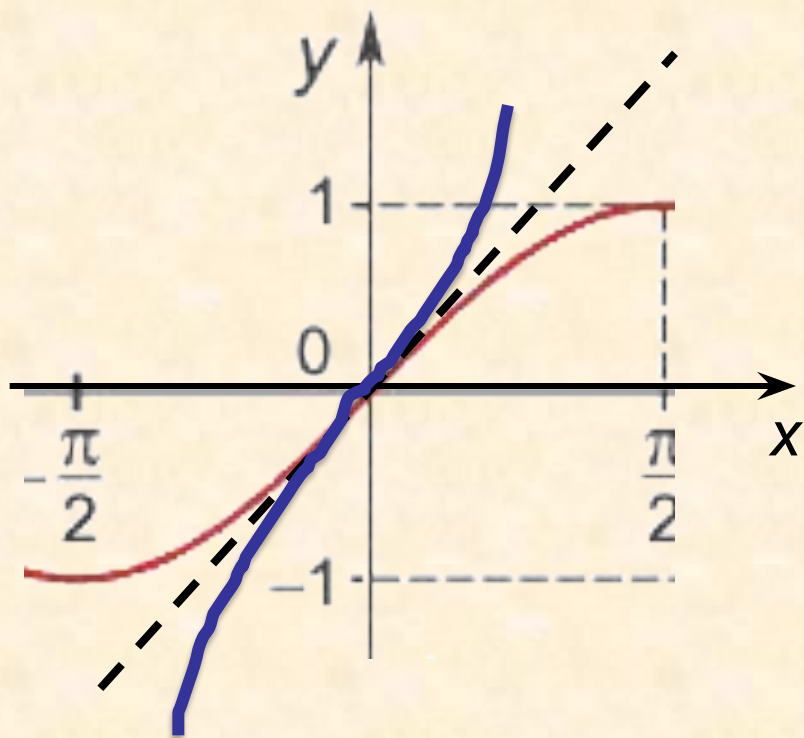
Определение

$$\underline{\text{arcctg } t = a}$$

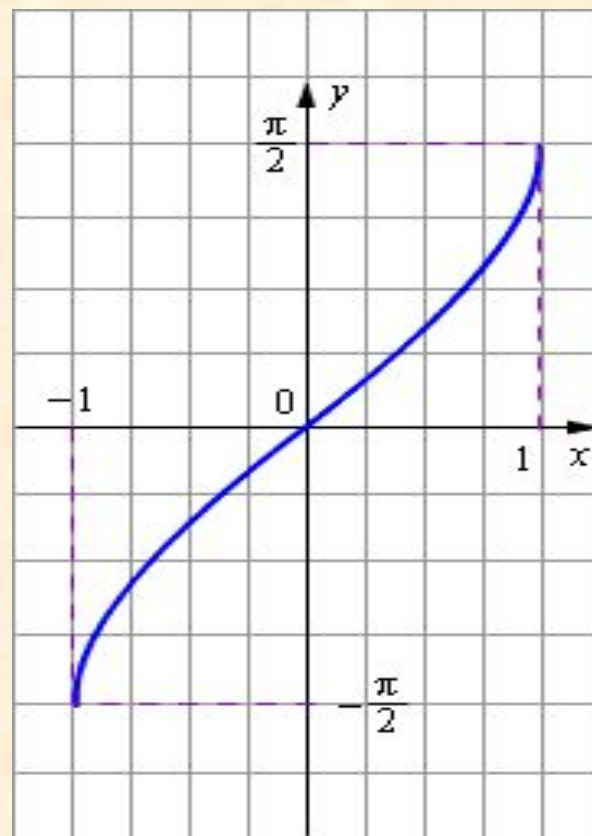
$$1) 0 < a < \pi$$

$$2) \text{ctg} a = t$$





$$y = \arcsin x$$



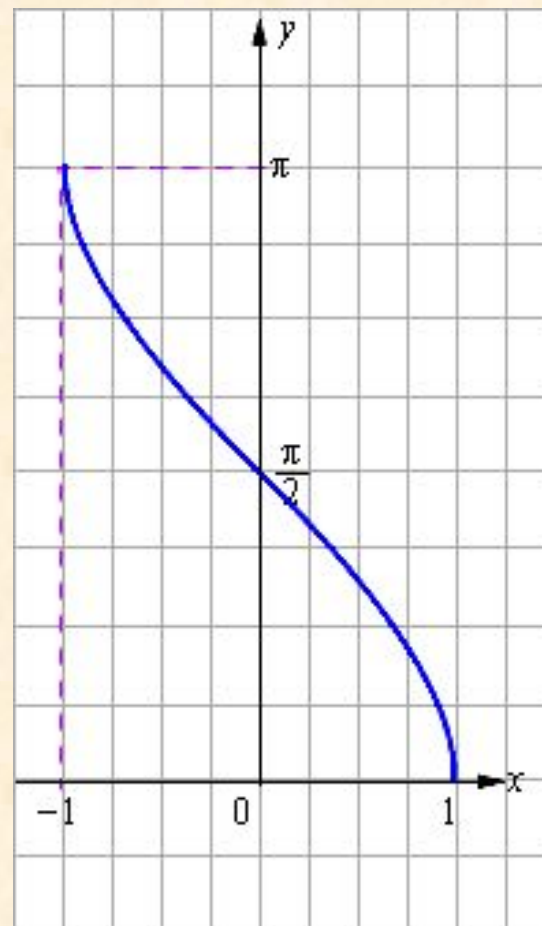
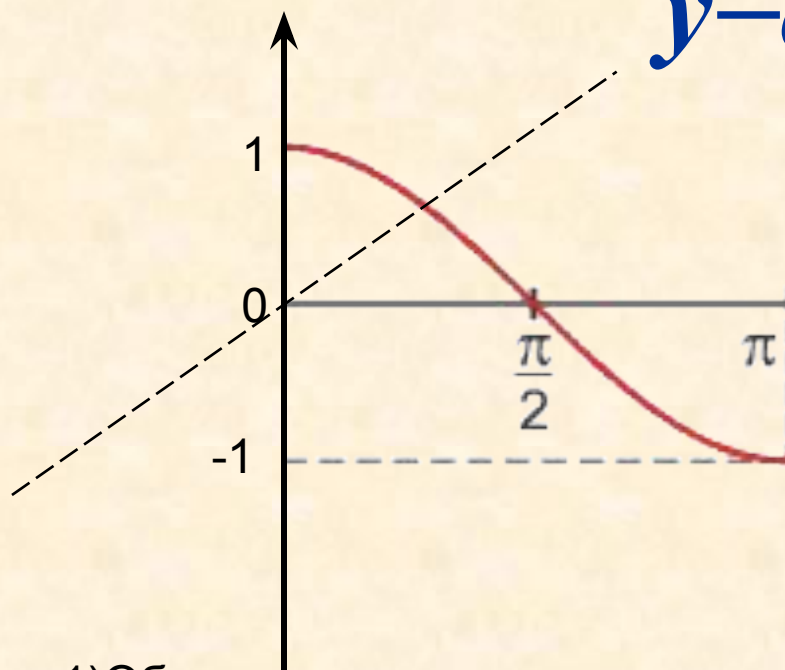
1) Область определения: отрезок $[-1; 1]$;

2) Область значений: отрезок $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$

3) Функция $y = \arcsin x$ нечетная:
 $\arcsin(-x) = -\arcsin x$;

4) Функция $y = \arcsin x$ монотонно возрастающая;

$y = \arccos x$



1) Область определения: отрезок $[-1; 1]$;

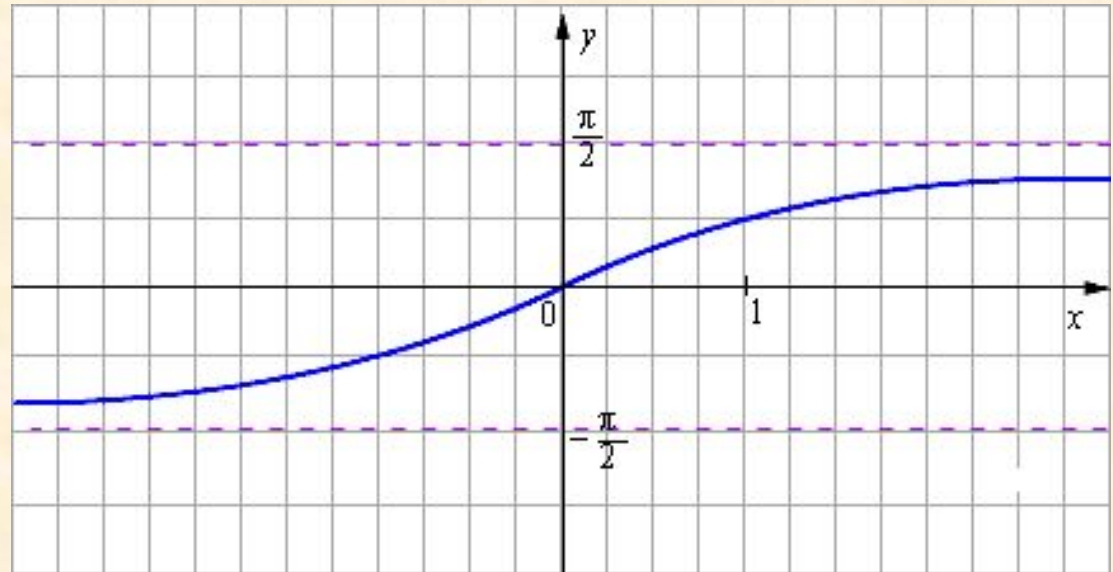
2) Область значений: отрезок $[0, \pi]$

3) Функция $y = \arccos x$ четная:
 $\arccos(-x) = \pi - \arccos x$

4) Функция $y = \arccos x$ монотонно убывающая;



$y = \operatorname{arctg} x$



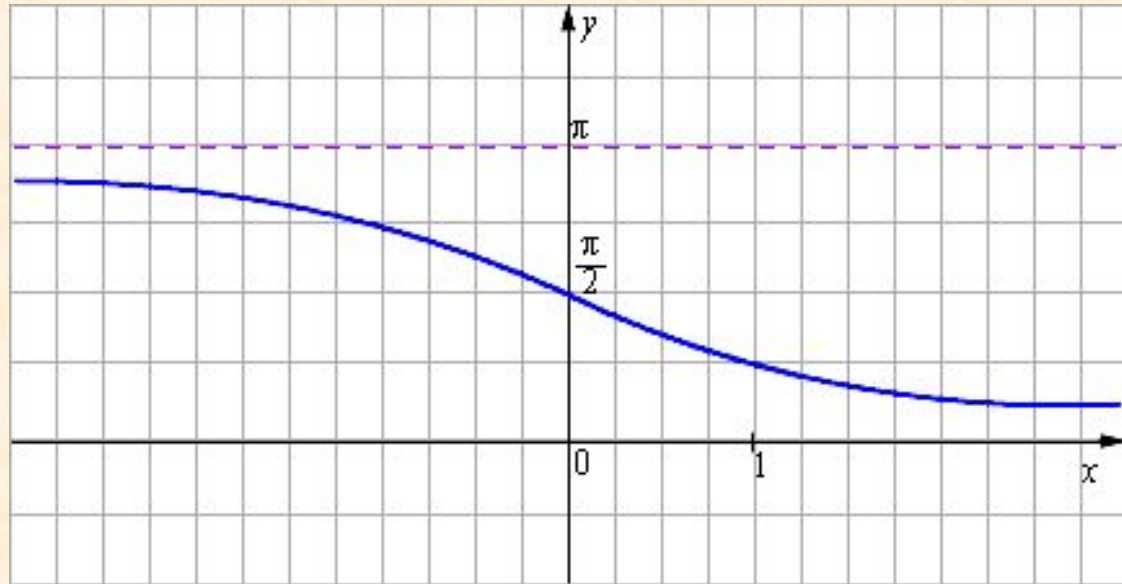
1) Область определения: \mathbb{R} – множество действительных чисел

2) Область значений: $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$

3) Функция $y = \operatorname{arcsin} x$ нечетная: $\operatorname{arctg} (-x) = -\operatorname{arctg} x$;

4) Функция $y = \operatorname{arctg} x$ монотонно возрастающая;

$y = \text{arcctg} x$



1) Область определения: \mathbb{R} -

2) Область значений: $(0, \pi)$

3) Функция $y = \text{arcctg} x$ ни четная ни нечетная

$$\text{arcctg}(-x) = \pi - \text{arcctg} x$$

4) Функция $y = \text{arcctg} x$ монотонно убывающая;



Работаем устно

$$\arcsin 1 \quad \arcsin 0 \quad \arcsin \frac{1}{2} \quad \arcsin\left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$\arccos 1 \quad \arccos 0 \quad \arccos \frac{1}{2} \quad \arccos\left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$\arcsin \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \arccos \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \quad \arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

$$\arcsin(-x) = -\arcsin x \quad \arccos(-x) = \pi - \arccos x$$

Работаем устно

Имеет ли смысл выражение?

$\arcsin 2$ $\arccos 3\pi$ $\operatorname{arctg} 100$

Может ли $\arcsin t$ и $\arccos t$ принимать значение равное

$5,$ $-\frac{5}{9},$ $\pi,$ $-10,$ $\frac{3}{7}, ?$

Работаем устно

Найдите значения выражений:

$$\arccos\left(\cos\frac{\pi}{3}\right)$$

$$\operatorname{ctg}\left(\operatorname{arccctg}\left(-\frac{7}{8}\right)\right)$$

$$\sin\left(\arcsin\frac{5}{13}\right)$$

$$\arcsin\left(\sin\frac{5\pi}{2}\right)$$

$$\operatorname{tg}(\operatorname{arctg}15)$$

$$\cos\left(\arcsin\frac{3\pi}{2}\right)$$

Работаем устно

$$\operatorname{arctg} 1 \quad \operatorname{arctg} \sqrt{3} \quad \operatorname{arctg} \left(-\frac{\sqrt{3}}{3} \right)$$

$$\operatorname{arcctg} 1 \quad \operatorname{arcctg} \sqrt{3} \quad \operatorname{arcctg} \left(-\frac{\sqrt{3}}{3} \right)$$

$$\operatorname{arctg}(-x) = -\operatorname{arctg} x$$

$$\operatorname{arcctg}(-x) = \pi - \operatorname{arcctg} x$$

Свойства аркфункций

$$\cos(\arccos x) = x,$$

$$\sin(\arcsin x) = x,$$

$$tg(\arctg x) = x$$

$$ctg(\arcctg x) = x$$

$$\arccos(\cos x) = x, x \in [-1;1]$$

$$\arcsin(\sin x) = x, x \in [-1;1]$$

$$\arctg(tg x) = x,$$

$$\arcctg(ctg x) = x.$$

- Решите уравнение $\arcsin x = x + \frac{\pi}{2} - 1$

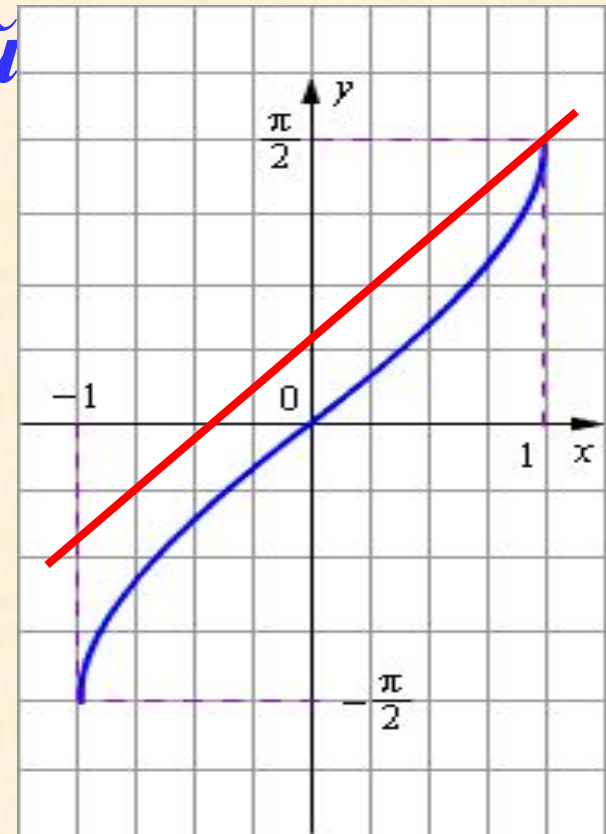
Графический метод решения уравнений

- 1) Строим график $y = \arcsin x$
- 2) Строим график $y = x + \frac{\pi}{2} - 1$
в той же системе координат.

3) Находим абсциссы точек пересечения графиков (значения берутся приближенно).

4) Записываем ответ.

Ответ. 1.



Функционально-графический метод решения уравнений

Пример: решите уравнение $\arccos x = \frac{\pi}{2} + x$

Решение.

1) $y = \arccos x$ убывает на области определения

2) $g(x) = \frac{\pi}{2} + x$, возрастает на D ,

3) Уравнение $f(x) = g(x)$ имеет не более одного корня.

4) Подбором находим, что $x = 0$.

Ответ. 0.

Спасибо за урок!

*Успехов в дальнейшем
изучении тригонометрии!*