Обратные тригонометрические функции

«Функция, как правило, определяется для тех значений аргумента, какие для данной задачи представляют реальное значение»

Хинчин А.Я.

,

При каких значениях t верно равенство?

$sint = 0{,}5$

$t_1 = \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z$

$t_2 = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z$

$sint = 0{,}3$

t=?

Обратные тригонометрические функции

$y = \arcsin x$

график

$y = \arccos x$

график

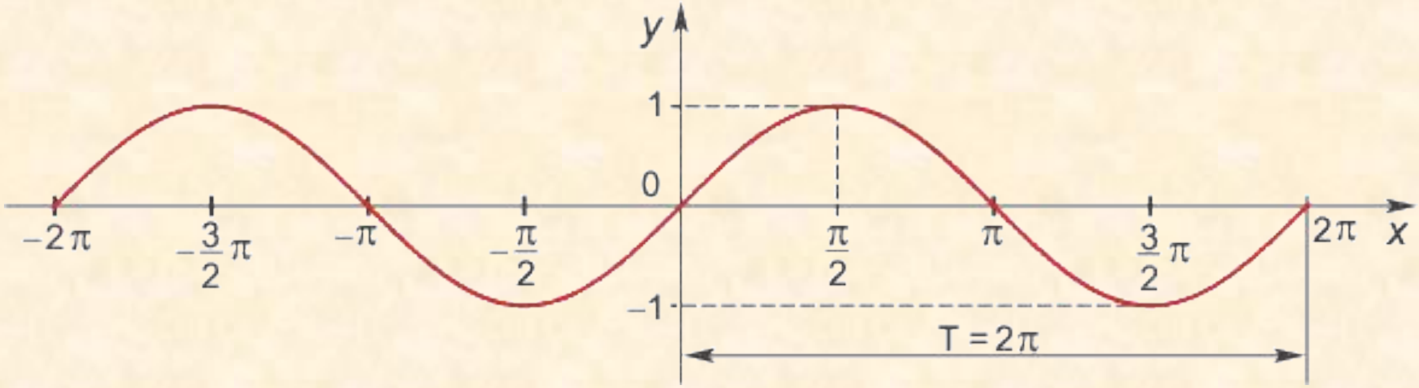
$y = \mathrm{arctg}\, x$

график

$y = \mathrm{arcctg}\, x$

график

Функция y = sinx



Область определения функции — множество **R** всех действительных чисел.

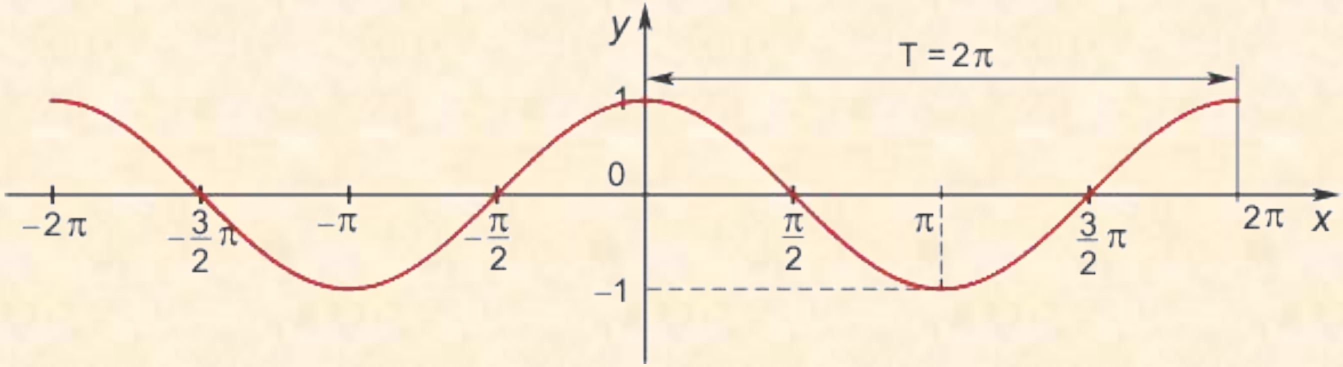
Множество значений функции — отрезок [-1; 1], т.е. синус функция — **ограниченная**.

Функция нечетная: sin(−x)=−sin x для всех x ∈ **R**.

График функции симметричен относительно начала координат.

Функция периодическая с наименьшим положительным периодом 2π:

Функция y = cosx



Область определения функции — множество **R** всех действительных чисел.

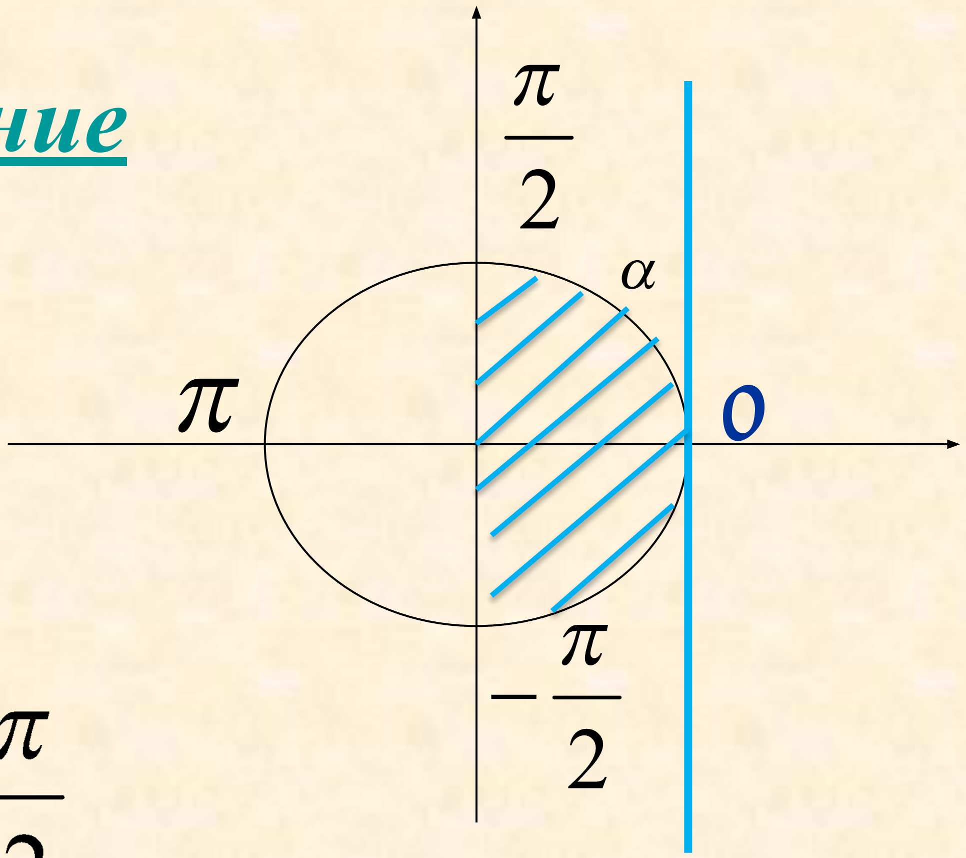
Множество значений функции — отрезок [-1; 1], т.е. косинус функция — **ограниченная**.

Функция четная: cos(−x)=cos x для всех x $\in$ **R**.

График функции симметричен относительно оси OY.

Функция периодическая с наименьшим положительным периодом 2*π*:

Определение



arcsin t = a

$$1)\ -\frac{\pi}{2} \le \alpha \le \frac{\pi}{2}$$

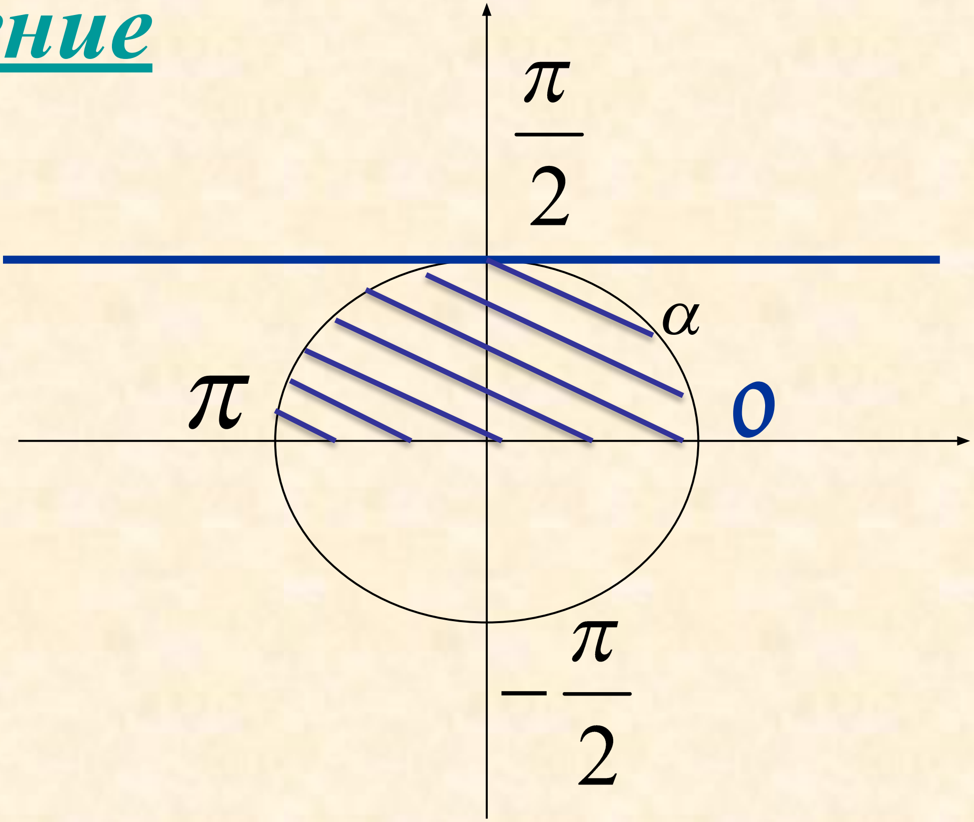
$$2)\ \sin \alpha = t$$

$$3)\ -1 \le t \le 1$$

arcsin(-x) = - arcsinx

Содержание

Определение



arccos t = a

$$1)\ 0 \le a \le \pi$$

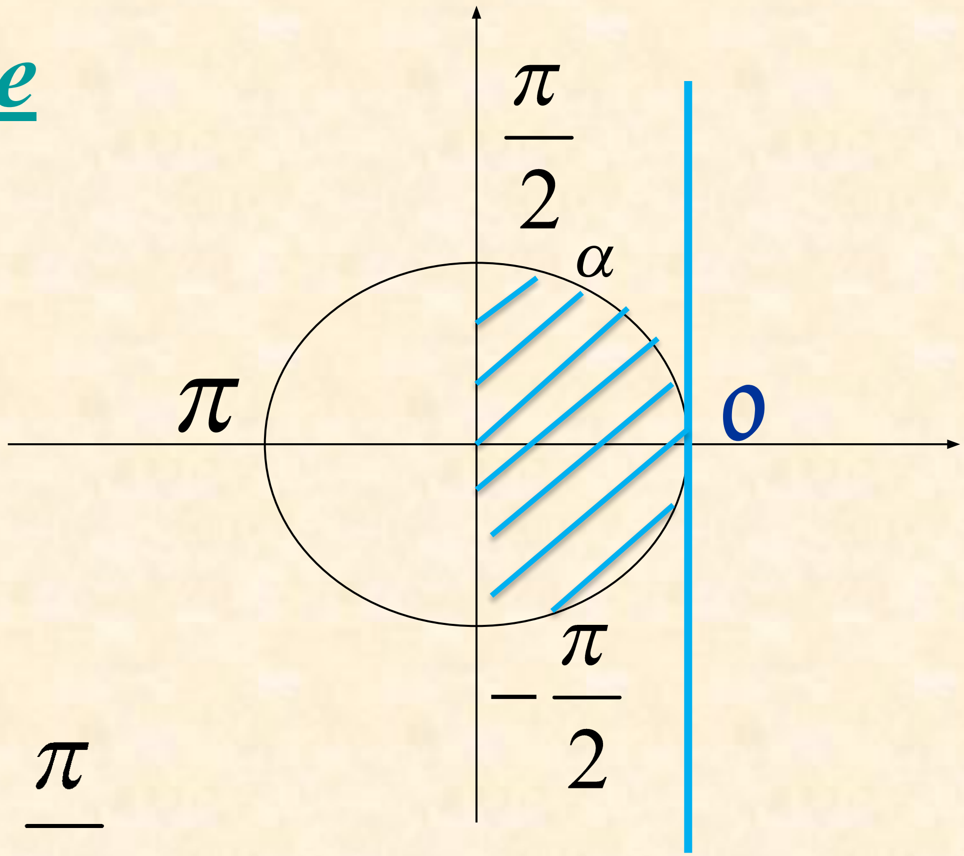
$$2)\ \cos a = t$$

$$3)\ -1 \le t \le 1$$

arccos(-x) = π - arccosx

Содержание

Определение



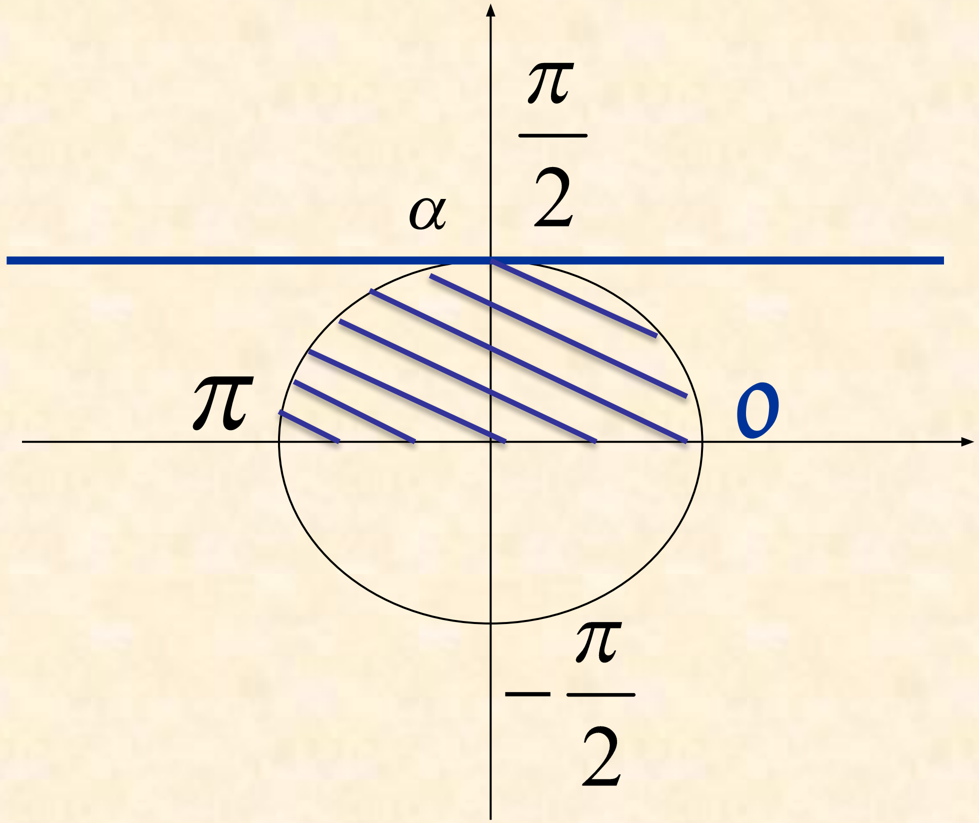
arctg t = a

$$1)\ -\frac{\pi}{2} < a < \frac{\pi}{2}$$

$$2)\ tga = t$$

Содержание

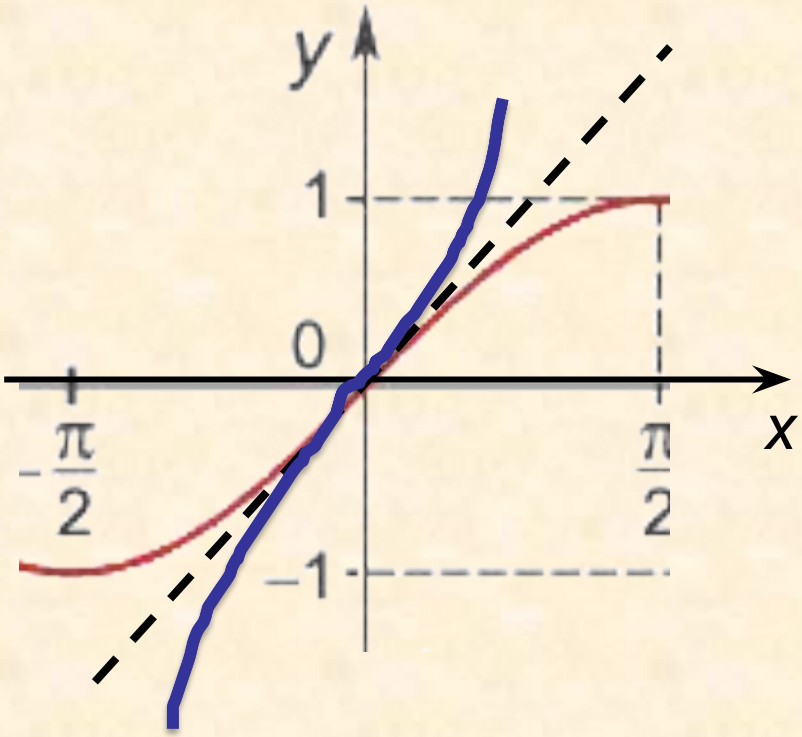
Определение



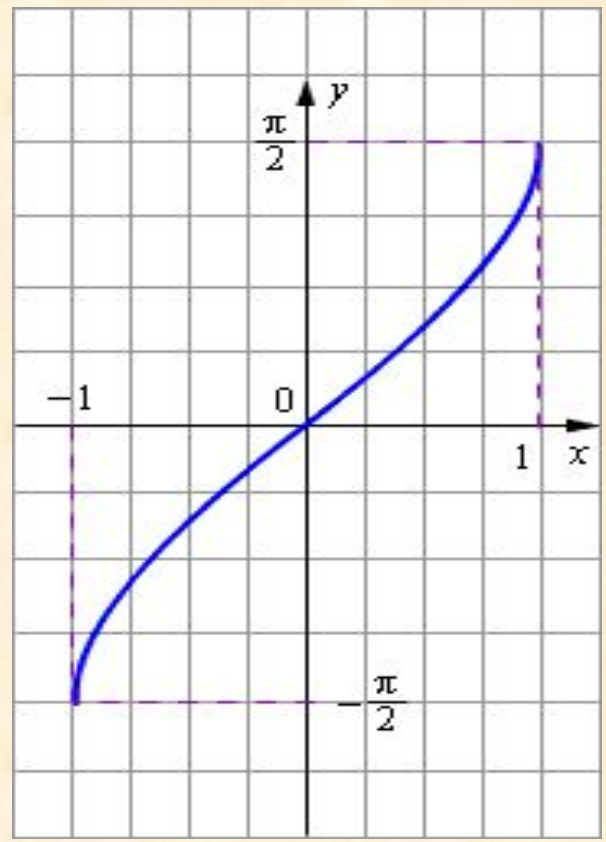
arcctg t = a

$$1)\ 0 < a < \pi$$

$$2)\ ctg a = t$$



y = arcsinx



1)Область определения: отрезок [-1; 1];

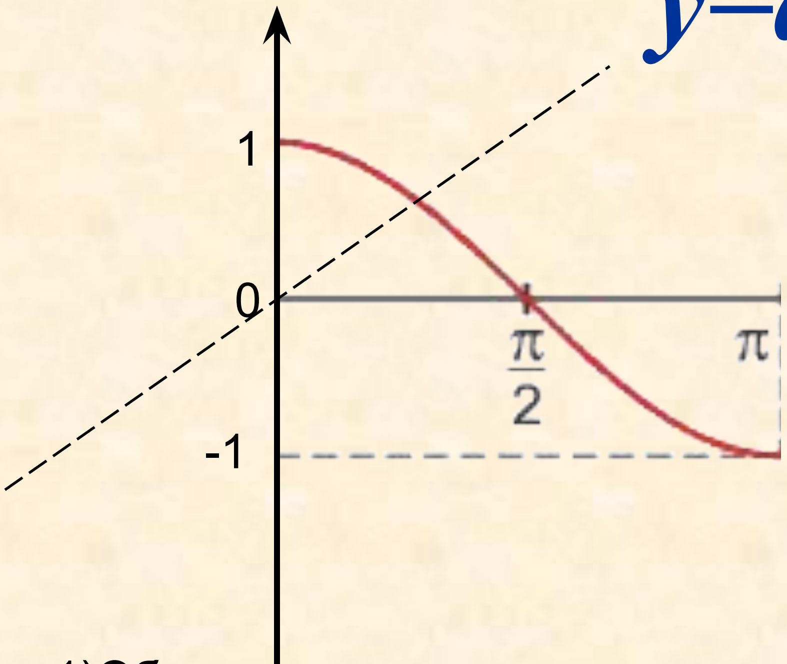
2)Область значений: отрезок $\left[-\frac{\pi}{2};\ \frac{\pi}{2}\right]$

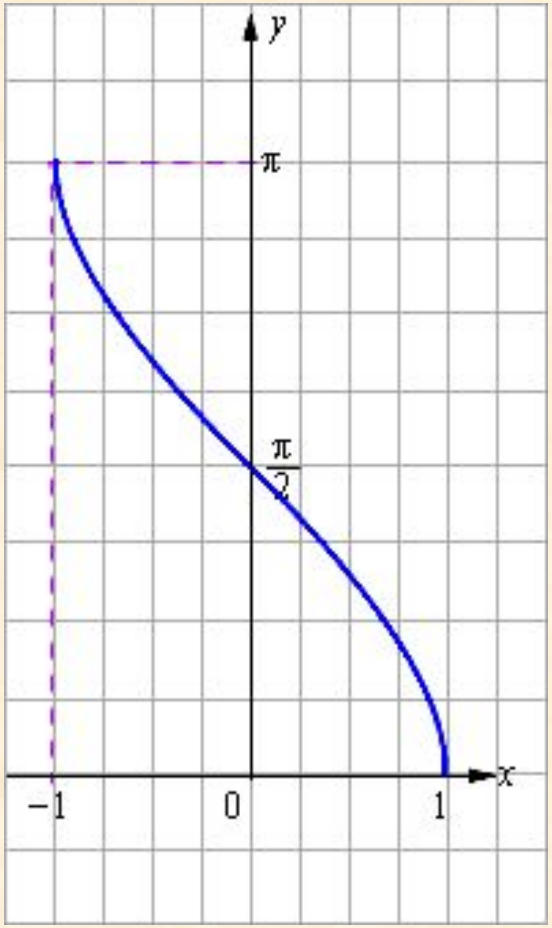
3)Функция y = arcsin x нечетная:
arcsin (-x) = - arcsin x;

4)Функция y = arcsin x монотонно возрастающая;

Содержание

$y=\arccos x$





1)Область определения: отрезок [-1; 1];

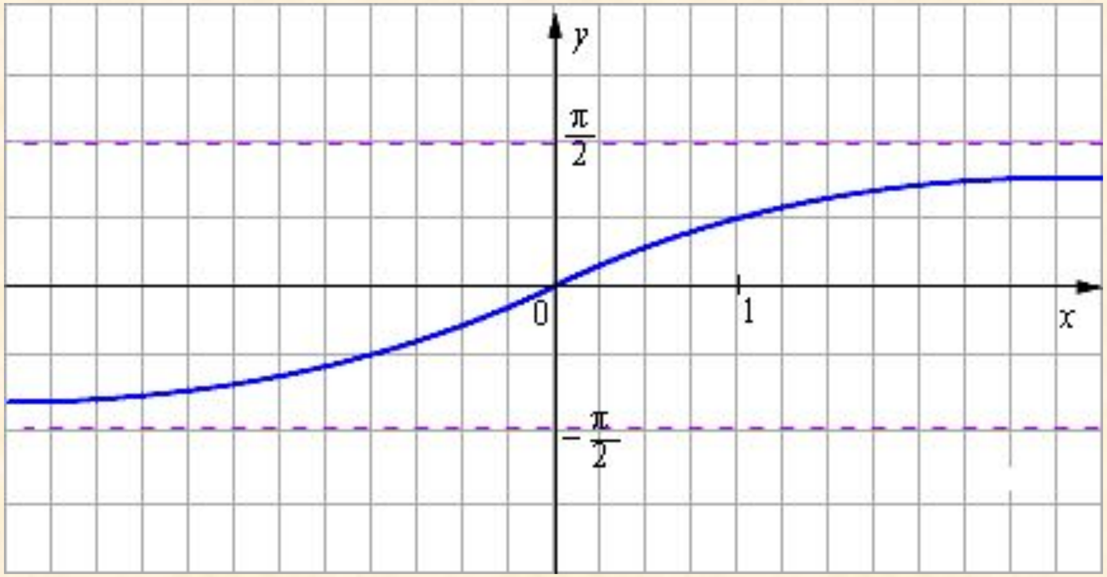
2)Область значений: отрезок $[0, \pi]$

3)Функция y = arccos x четная:
arcscos (-x) = $\pi - \arccos x$

4)Функция y = arccosx монотонно убывающая;

Содержание

y=arctgx



1)Область определения: R – множество действительных чисел

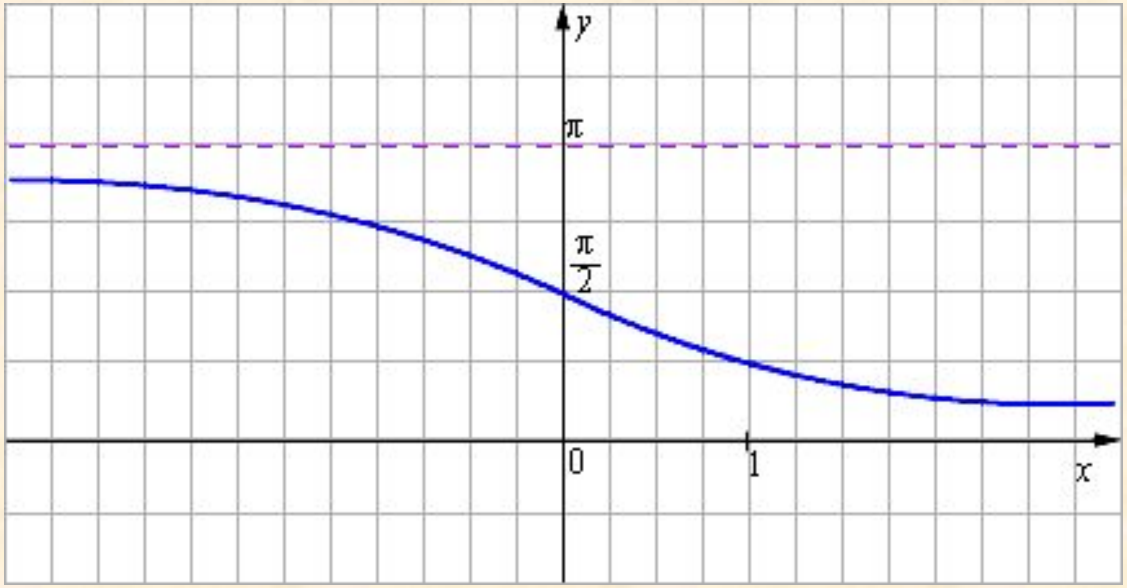
2)Область значений: $\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$

3)Функция y = arcsin x нечетная: arctg (-x) = - arctg x;

4)Функция y = arctg x монотонно возрастающая;

Содержание

y=arcctgx



1)Область определения: R -

2)Область значений: $(0,\pi)$

3)Функция y = arcctgx ни четная ни нечетная

$$arcctg(-x) = \pi - arcctgx$$

4)Функция y = arcctgx монотонно убывающая;

Содержание

Работаем устно

$\arcsin 1$ $\quad$ $\arcsin 0$ $\quad$ $\arcsin\frac{1}{2}$ $\quad$ $\arcsin(-\frac{1}{2})$

$\arccos 1$ $\quad$ $\arccos 0$ $\quad$ $\arccos\frac{1}{2}$ $\quad$ $\arccos(-\frac{1}{2})$

$\arcsin\frac{\sqrt{2}}{2}$ $\quad$ $\arccos\frac{1}{\sqrt{3}}$ $\quad$ $\arcsin(-\frac{\sqrt{3}}{2})$ $\quad$ $\arccos(-\frac{\sqrt{2}}{2})$

arcsin(-x) = - arcsinx $\quad$ **arccos(-x) = π - arccosx**

Содержание

Работаем устно

Имеет ли смысл выражение?

$$\arcsin 2 \qquad \arccos 3\pi \qquad arctg100$$

Может ли arcsint и arccost принимать значение равное

$$5, \quad -\frac{5}{9}, \quad \pi, \quad -10, \quad \frac{3}{7}, ?$$

Содержание

Работаем устно

Найдите значения выражений:

$$\arccos(\cos\frac{\pi}{3}) \qquad ctg(arcctg(-\frac{7}{8})) \qquad \sin(\arcsin\frac{5}{13})$$

$$\arcsin(\sin\frac{5\pi}{2}) \qquad tg(arctg15) \qquad \cos(\arcsin\frac{3\pi}{2})$$

Работаем устно

$$arctg1 \qquad arctg\sqrt{3} \qquad arctg(-\frac{\sqrt{3}}{3})$$

$$arcctg1 \qquad arcctg\sqrt{3} \qquad arcctg(-\frac{\sqrt{3}}{3})$$

arctg(-x) = - arctgx

arcctg(-x) = π - arcctgx

Содержание

Свойства аркфункций

$$\cos(\arccos x) = x,$$

$$\sin(\arcsin x) = x,$$

$$tg(arctgx) = x$$

$$ctg(arcctgx) = x$$

$$\arccos(\cos x) = x, x \in [-1;1]$$

$$\arcsin(\sin x) = x, x \in [-1;1]$$

$$arctg(tgx) = x,$$

$$arcctg(ctgx) = x.$$

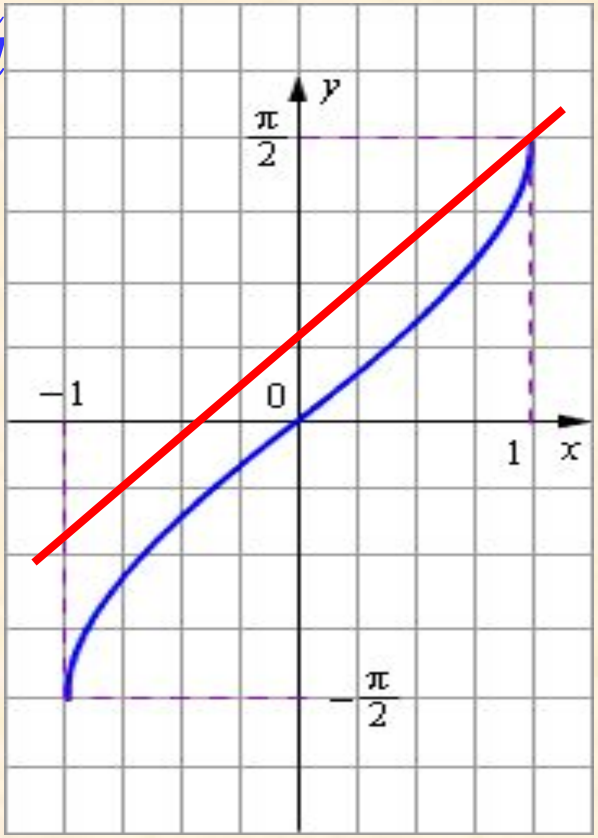
• Решите уравнение $\arcsin x = x + \frac{\pi}{2} - 1$

Графический метод решения уравнений

1) Строим график $y = \arcsin x$

2) Строим график $y = x + \frac{\pi}{2} - 1$

в той же системе координат.



3) Находим абсциссы точек пересечения графиков (значения берутся приближенно).

4)Записываем ответ.

Ответ.1.

Функционально-графический метод решения уравнений

Пример: решите равнение $$\arccos x = \frac{\pi}{2} + x$$

Решение.

1) y =arccosx *убывает* на области определения

$$2)\ g(x) = \frac{\pi}{2} + x, \quad \textit{возрастает на } D,$$

3) Уравнение f(x)=g(x) имеет не более одного корня.

4) Подбором находим, что x=0.

Ответ. 0.

Содержание

Спасибо за урок!

Успехов в дальнейшем изучении тригонометрии!

Содержание