

# Арккосинус и решение уравнения $\cos x = a$

---

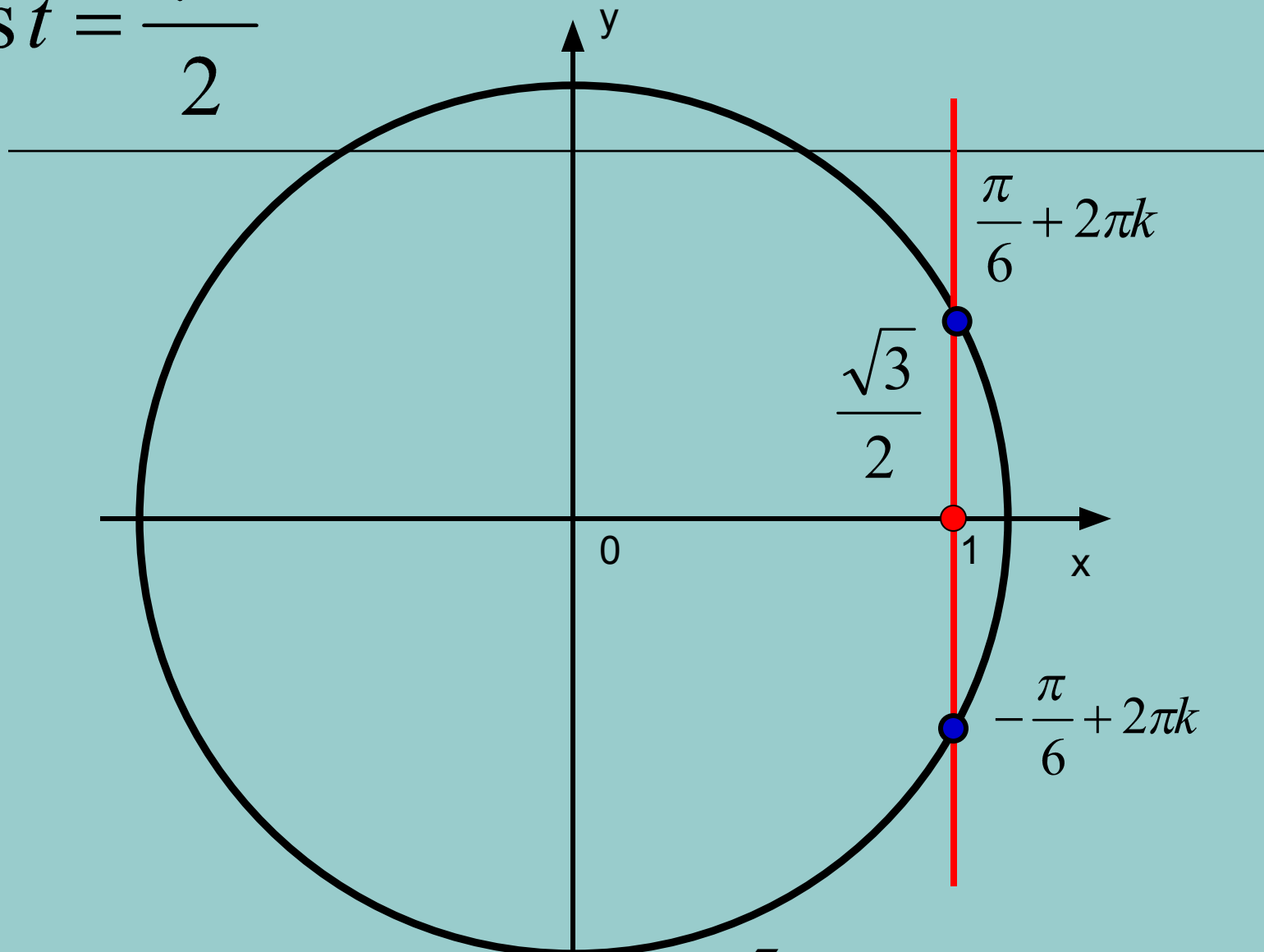
Уроки № 1-2

# Цели урока

---

- ввести понятие  $\arccos x$ ;
- вывести формулу решения уравнения  $\cos x = a, |a| \leq 1$  ;
- рассмотреть уравнения на применение этой формулы;
- рассмотреть простейшие тригонометрические неравенства.

$$\cos t = \frac{\sqrt{3}}{2}$$



$$t_1 = \frac{\pi}{6} + 2\pi k; t_2 = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k$$

$$\cos t = \frac{1}{4}$$

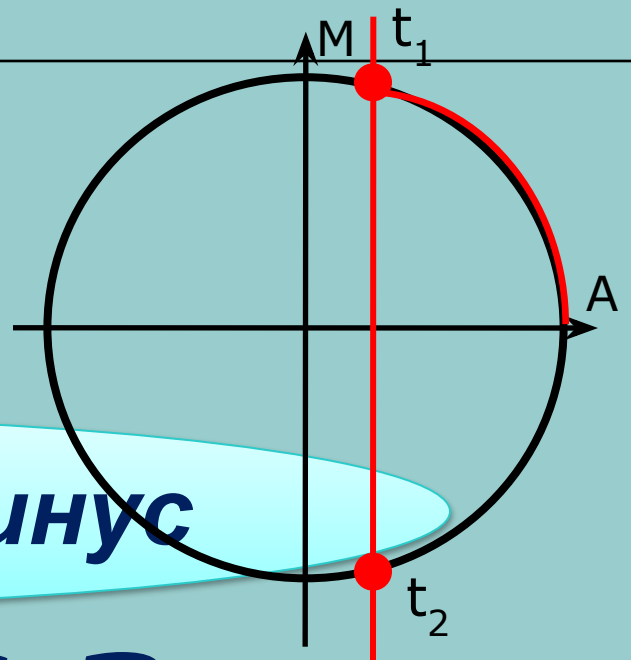
$$t = t_1 + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$t = t_2 + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

Где  $t_1$  — длина дуги AM,

а  $t_2 = -t_1$  — дуга «arcus» — арккосинус

$\frac{1}{4}$   
**Arccos a**

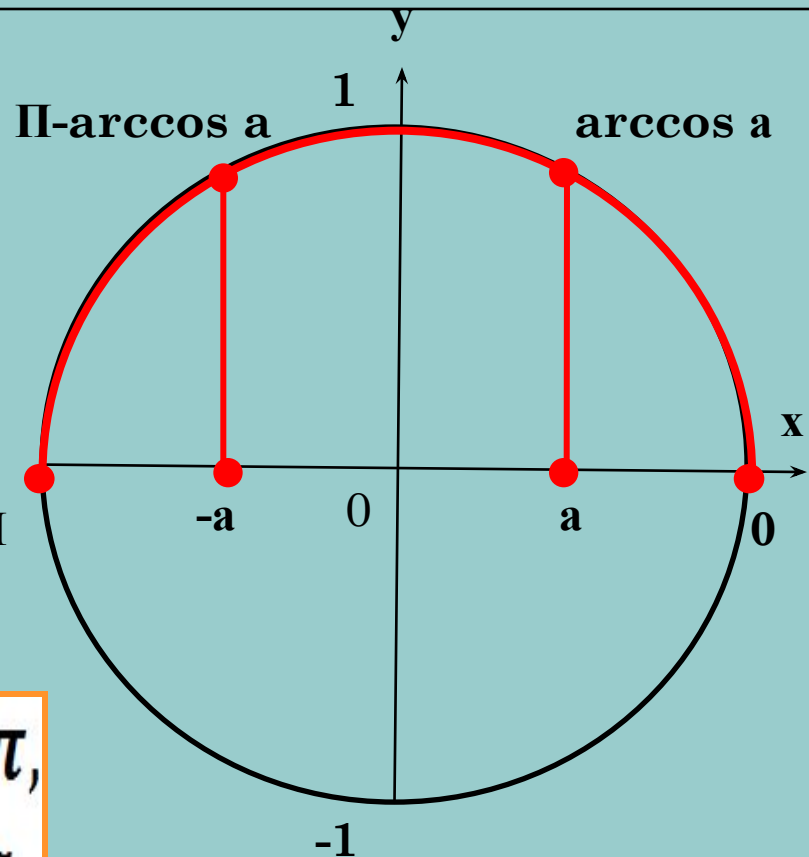


дуга

cos которой равен a

# Понятие арккосинуса

Арккосинусом числа  $a$  называют такое число из промежутка  $[0; \pi]$ , косинус которого равен  $a$



$$\arccos a = t \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq t \leq \pi, \\ \cos t = a. \end{cases}$$

$$a \in [-1; 1]$$

$$\arccos(-a) = \pi - \arccos a$$

# Имеют смысл выражения?

---

$$\arccos \frac{\sqrt{3}}{2} - \text{да, т.к. } \frac{\sqrt{3}}{2} \in [-1; 1]$$

$$\arccos \sqrt{3}$$

$$\arccos(-\sqrt{3})$$

$$\arccos(\sqrt{3} - 1)^2$$

# Для чего нужен арккосинус?

---

$$x^2=9$$



$$x=\pm 3$$

$$\cos t = \frac{\sqrt{3}}{2}$$



$$t = \arccos \frac{\sqrt{3}}{2} = \pi/6$$

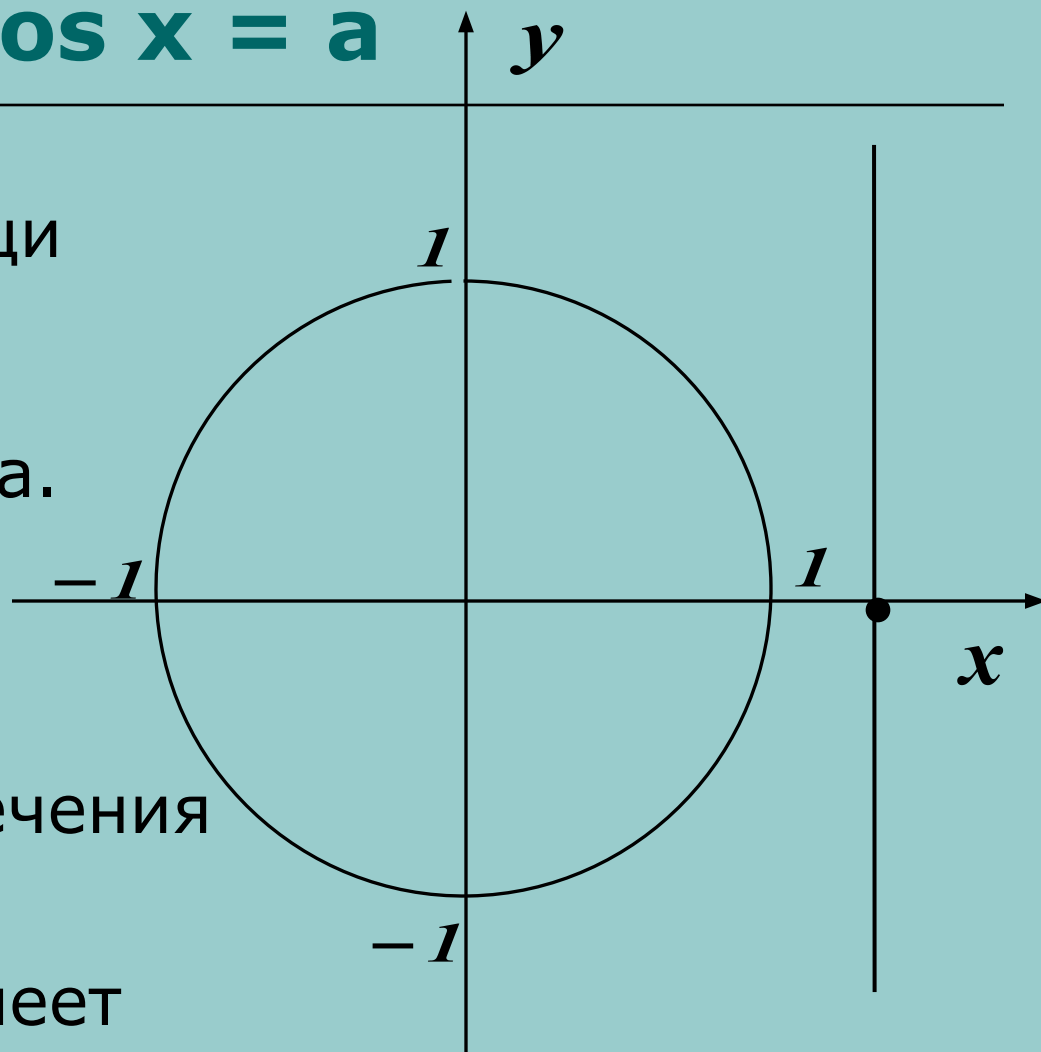
# Арккосинус и решение уравнения $\cos x = a$

Решим при помощи числовой окружности уравнение  $\cos t = a$ .

1)  $|a| > 1$

Нет точек пересечения с окружностью.

Уравнение не имеет решений.





# Арккосинус и решение уравнения $\cos x = a$

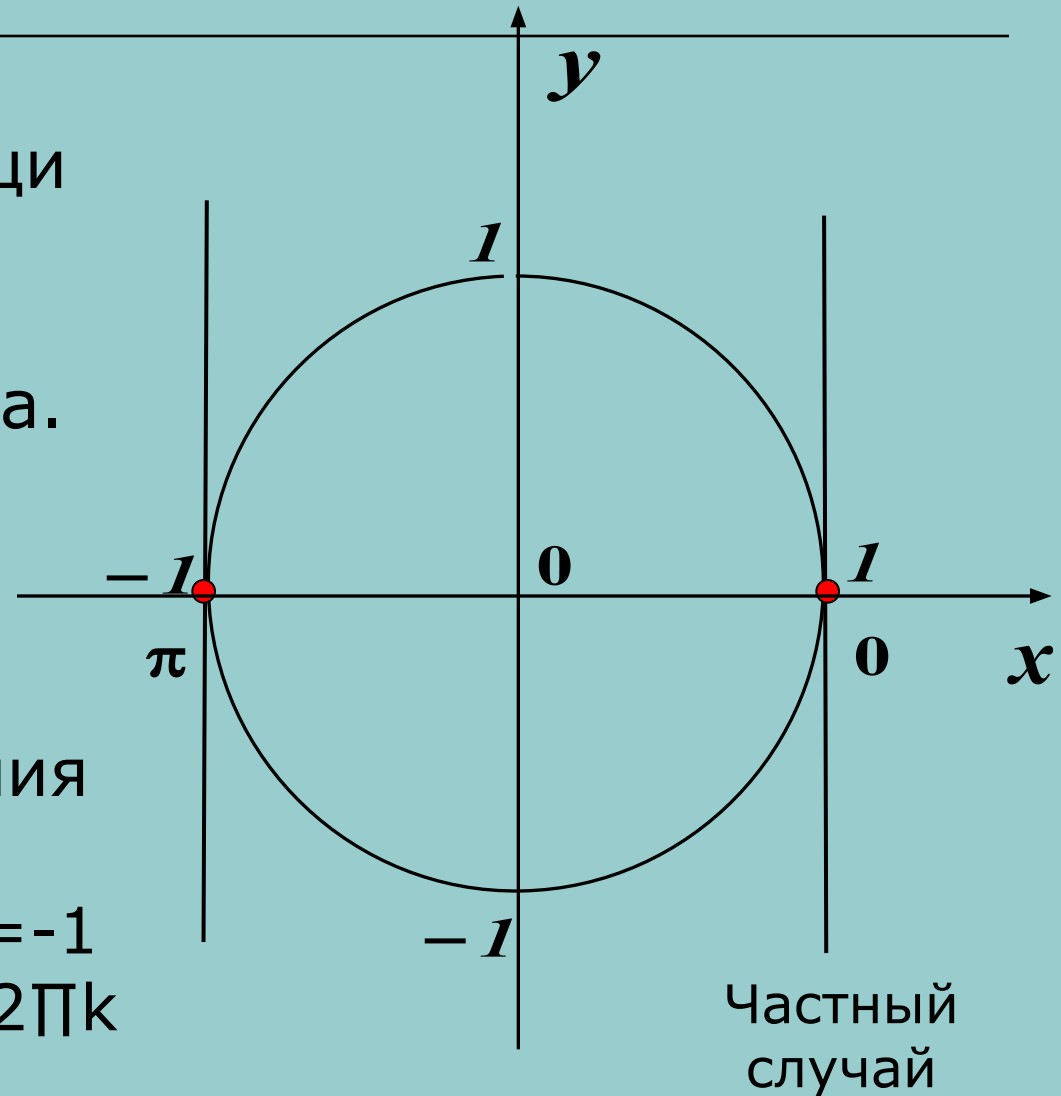
Решим при помощи числовой окружности уравнение  $\cos t = a$ .

$$2) \quad |a| = 1$$

Решения уравнения

$$\begin{aligned} \cos t &= 1 \\ t &= 2\pi k \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cos t &= -1 \\ t &= \pi + 2\pi k \end{aligned}$$



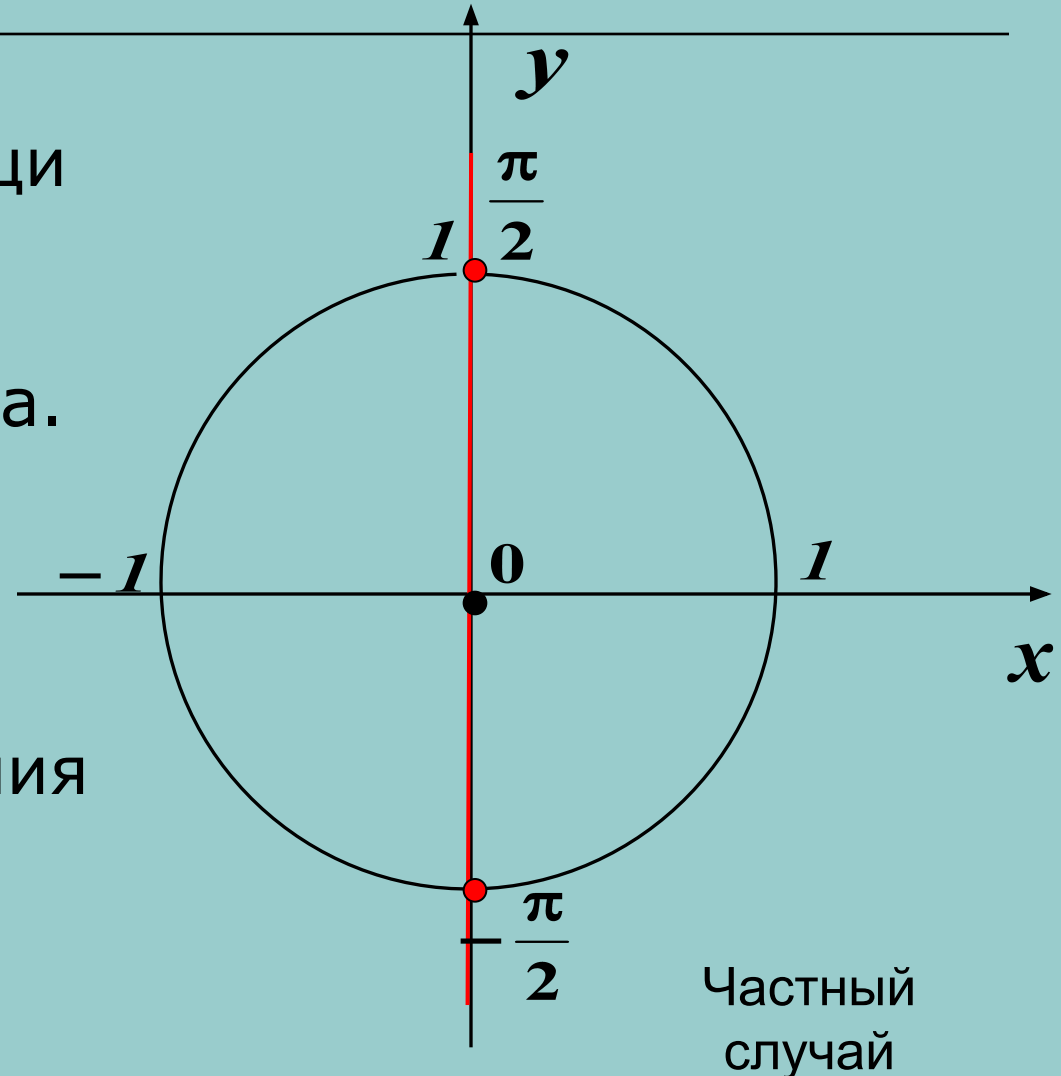
# Арккосинус и решение уравнения $\cos x = a$

Решим при помощи  
числовой  
окружности  
уравнение  $\cos t = a$ .

3)  $a = 0$

Решения уравнения

$$t = \frac{\pi}{2} + \pi k$$



# Арккосинус и решение уравнения $\cos x = a$

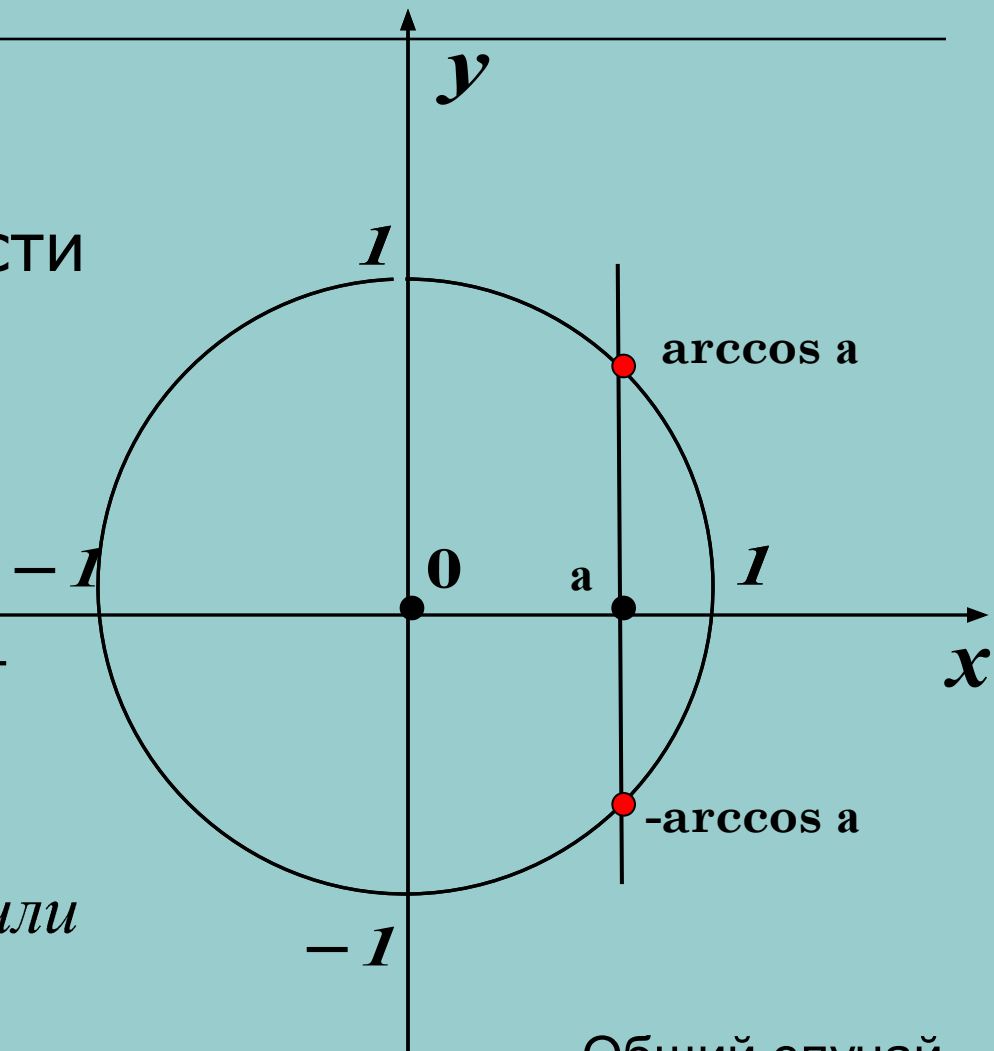
Решим при помощи числовой окружности уравнение  $\cos t = a$ .

$$4) \quad |a| < 1$$

Корни, симметричные относительно  $Ox$ , могут быть записаны:

$$t = \begin{cases} \arccos a + 2\pi k, \\ -\arccos a + 2\pi k \end{cases} \quad \text{или}$$

$$t = \pm \arccos a + 2\pi k$$



Общий случай

# Арккосинус и решение уравнения $\cos x = a$

Значение $a$	Решение
$ a  > 1$	Нет решений
$a = 0$	$t = \frac{\pi}{2} + \pi k$
$a = 1$	$t = 2\pi k$
$a = -1$	$t = \pi + 2\pi k$
$ a  < 1$	$t = \pm \arccos a + 2\pi k$

# Выясните, верно ли равенство?

---

$$\arccos \frac{1}{2} = -\frac{\pi}{3}, \text{ нет, т. к. } 1) \cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}, \text{ но } 2) -\frac{\pi}{3} \notin [0; \pi]$$

$$\arccos 1 = \pi$$

$$\arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{3\pi}{4}$$

$$\arccos \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\pi}{6}$$

# Какие из чисел являются арккосинусами?

---

$\pi/4$

$\pi/2$

$-2\pi/3$

3

$2/7$

$70^\circ$

$-\pi/6$

$3\pi/4$

$\sqrt{3}$

$3\pi/2$

1

# Основная задача –

---

свести любое  
тригонометрическое уравнение  
к простейшему виду

# Пример решения уравнения

---

$$-\cos 4x = 0$$

$$\cos 4x = 0$$

t

Это частный вид  
уравнения  $\cos t = a$ ,  
где  $a = 0$

$$t \rightarrow 4x = \frac{\pi}{2} + \pi k$$

Разделим обе части на 4

$$x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{4}$$



# Характерная грубая ошибка

---

$$\cos 4x = 0$$

Учащиеся делят обе части на 4  
и получают следующее:

$$\cos x = 0$$

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi k$$

# Пример решения уравнения

---

$$\sqrt{2} \cos 4x - 1 = 0$$

$$4x = \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi k$$

$$\sqrt{2} \cos 4x = 1$$

Разделим обе части на 4

t

$$\cos 4x = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$x = \pm \frac{\pi}{16} + \frac{\pi k}{2}$$

$$4x = \pm \arccos \frac{1}{\sqrt{2}} + 2\pi k$$

$$x = \pm \frac{\pi}{16} + \frac{\pi k}{2}$$

# Пример решения уравнения

---

$$\cos\left(\frac{\pi}{3} - 3x\right) = 0$$

Это частный вид уравнения  $\cos t = a$ , где  $a = 0$

$$\frac{\pi}{3} - 3x = \frac{\pi}{2} + \pi k$$

$$-3x = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3} + \pi k$$

Уравнение уже имеет

простейший вид  $t = \left(\frac{\pi}{3} - 3x\right)$

$$-3x = \frac{\pi}{6} + \pi k \quad | \quad \div (-3)$$

$$x = -\frac{\pi}{18} + \frac{\pi k}{3}$$

$$x = -\frac{\pi}{18} + \frac{\pi k}{3}$$

# Закрепление изученного материала

---

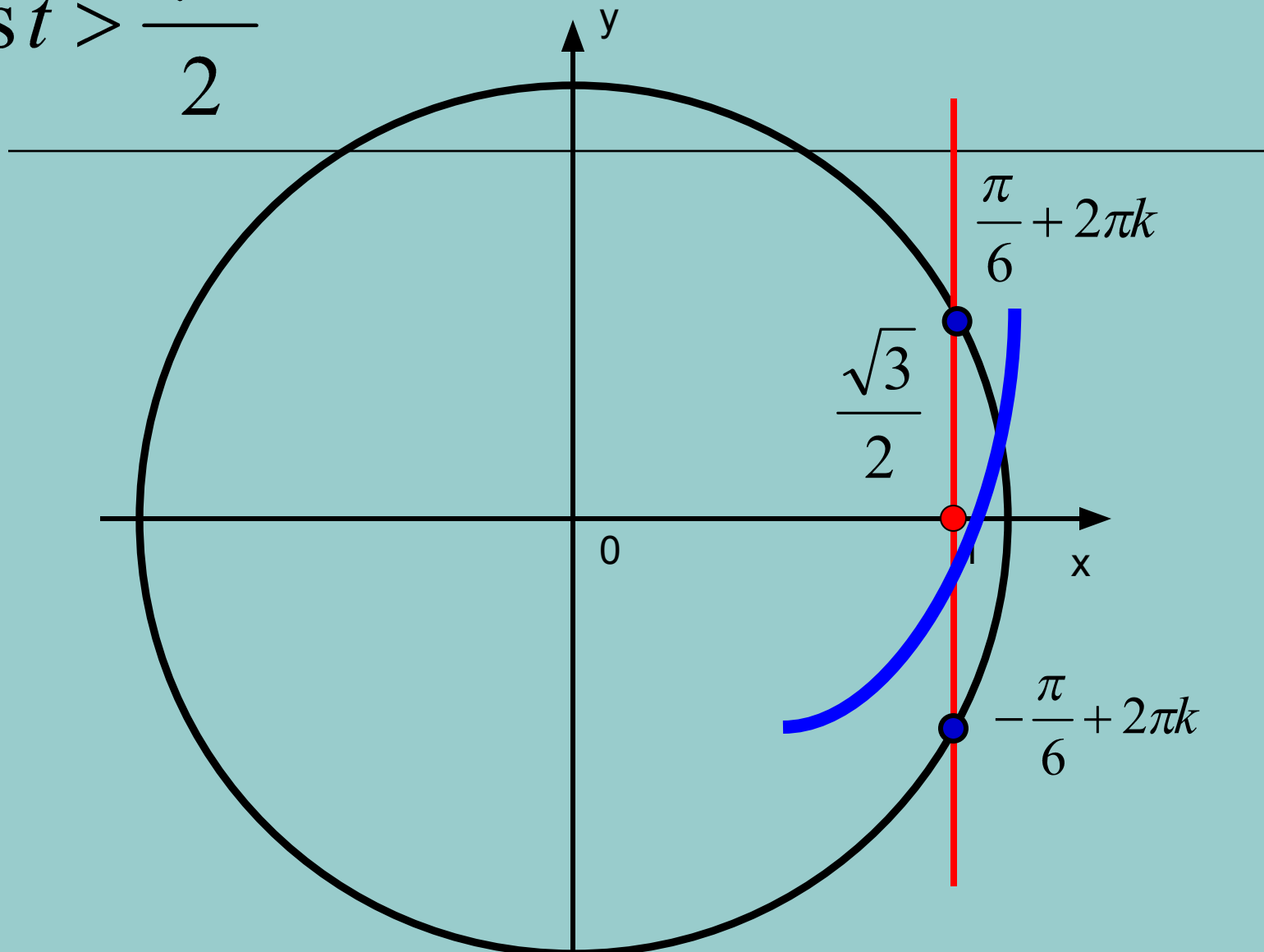
- № 289-291 (а, б)
- № 293 а, б
- № 294 а, б



# Решение простейших тригонометрических неравенств

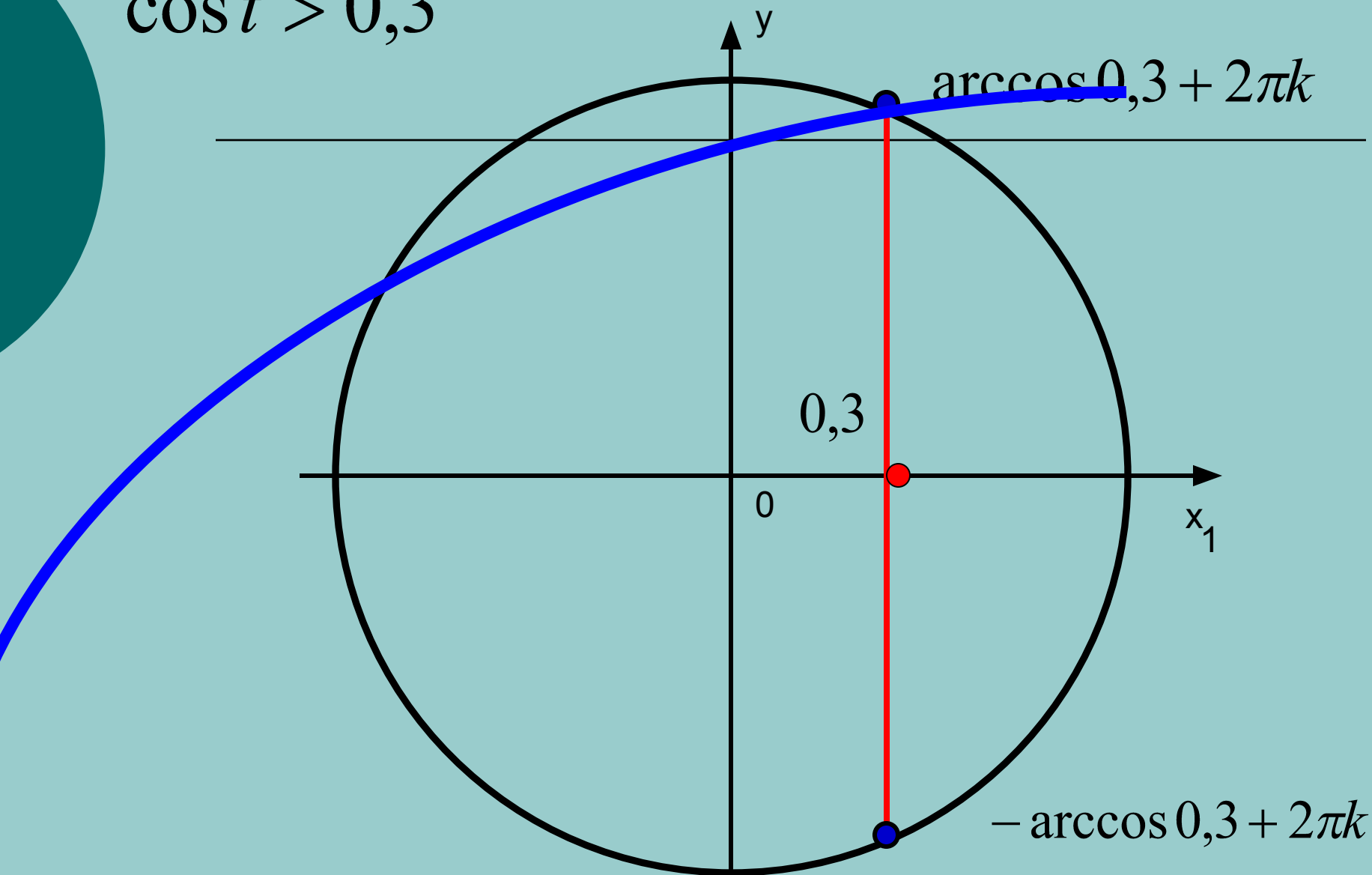
---

$$\cos t > \frac{\sqrt{3}}{2}$$



$$-\frac{\pi}{6} + 2\pi k < t < \frac{\pi}{6} + 2\pi k$$

$$\cos t > 0,3$$



$$\arccos 0,3 + 2\pi k$$

0,3

0

$x_1$

$$-\arccos 0,3 + 2\pi k$$

$$-\arccos 0,3 + 2\pi k < t < \arccos 0,3 + 2\pi k$$

# Закрепление изученного материала

---

- №303 (а, г)
- № 304 (а, г)
- № 305 (а, г),
- № 306 (а, г).



# Домашнее задание

---

Теория: стр. 75-81

- № 291 (в, г)
- № 293 (в, г)
- № 294 (в, г)
- № 303 (б, в)
- № 304 (б, в)
- № 305 (б, в)
- № 306 (б, в)