

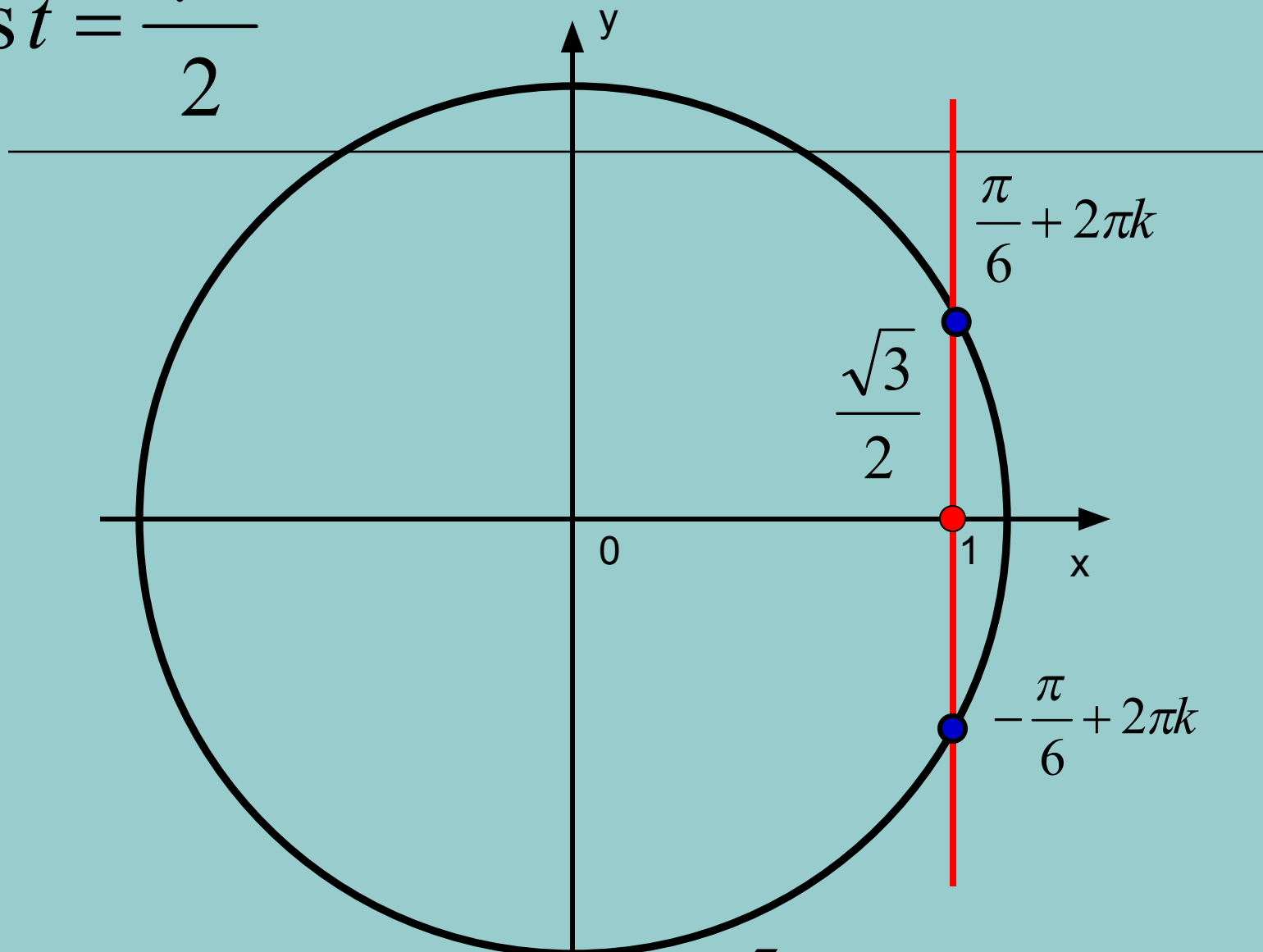
Арккосинус и решение уравнения $\cos x = a$

Уроки № 1-2

Цели урока

- ввести понятие $\arccos x$;
- вывести формулу решения уравнения $\cos x = a, |a| \leq 1$;
- рассмотреть уравнения на применение этой формулы;
- рассмотреть простейшие тригонометрические неравенства.

$$\cos t = \frac{\sqrt{3}}{2}$$



$$t_1 = \frac{\pi}{6} + 2\pi k; t_2 = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k$$

$$\cos t = \frac{1}{4}$$

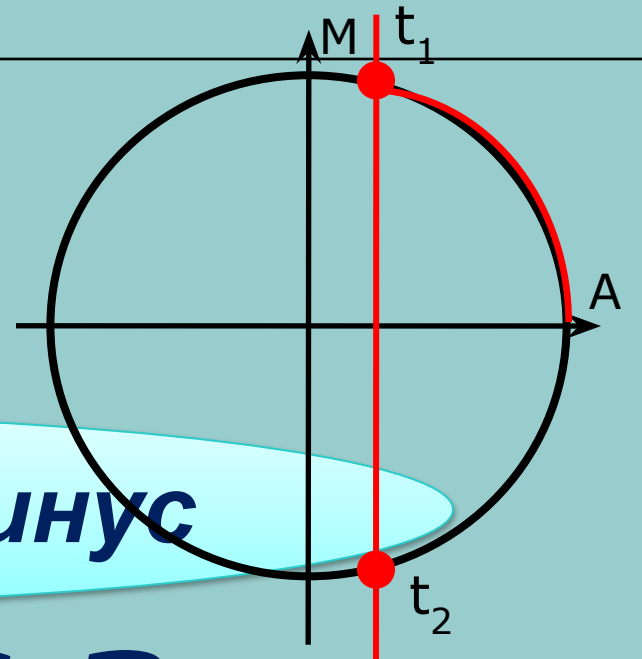
$$t = t_1 + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$t = t_2 + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

Где t_1 — длина дуги AM,

а $t_2 = -t_1$ — дуга «арккосинус»

Arccos $\frac{1}{4} a$

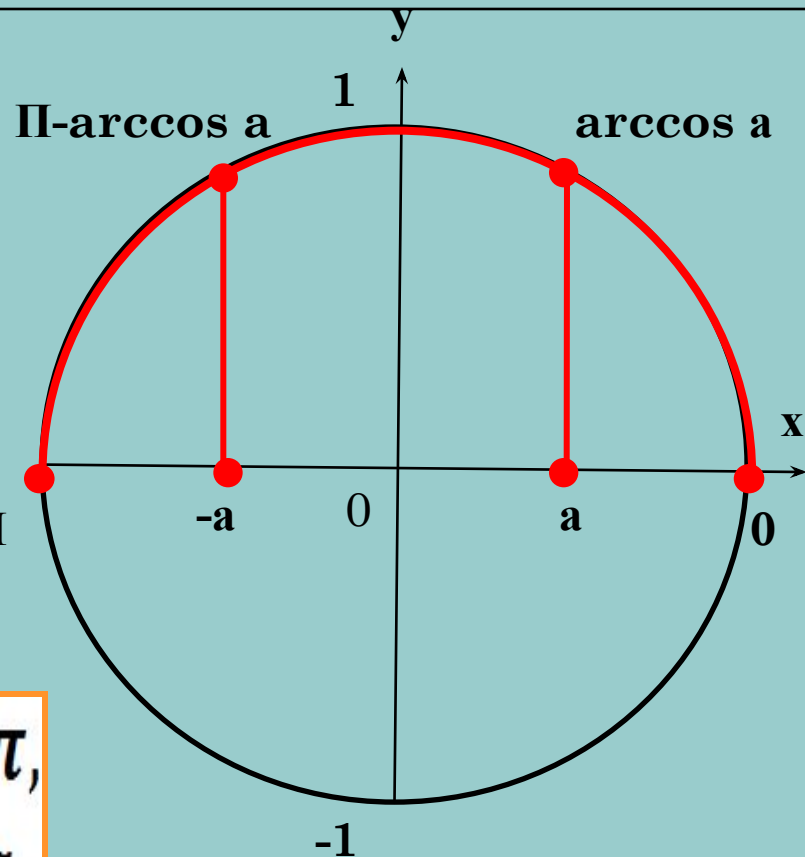


дуга

cos которой равен a

Понятие арккосинуса

Арккосинусом числа a называют такое число из промежутка $[0; \pi]$, косинус которого равен a



$$\arccos a = t \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq t \leq \pi, \\ \cos t = a. \end{cases}$$

$$a \in [-1; 1]$$

$$\arccos(-a) = \pi - \arccos a$$

Имеют смысл выражения?

$$\arccos \frac{\sqrt{3}}{2} - \text{да, т.к. } \frac{\sqrt{3}}{2} \in [-1; 1]$$

$$\arccos \sqrt{3}$$

$$\arccos(-\sqrt{3})$$

$$\arccos(\sqrt{3} - 1)^2$$

Для чего нужен арккосинус?

$$x^2=9$$



$$x=\pm 3$$

$$\cos t = \frac{\sqrt{3}}{2}$$



$$t = \arccos \frac{\sqrt{3}}{2} = \pi/6$$

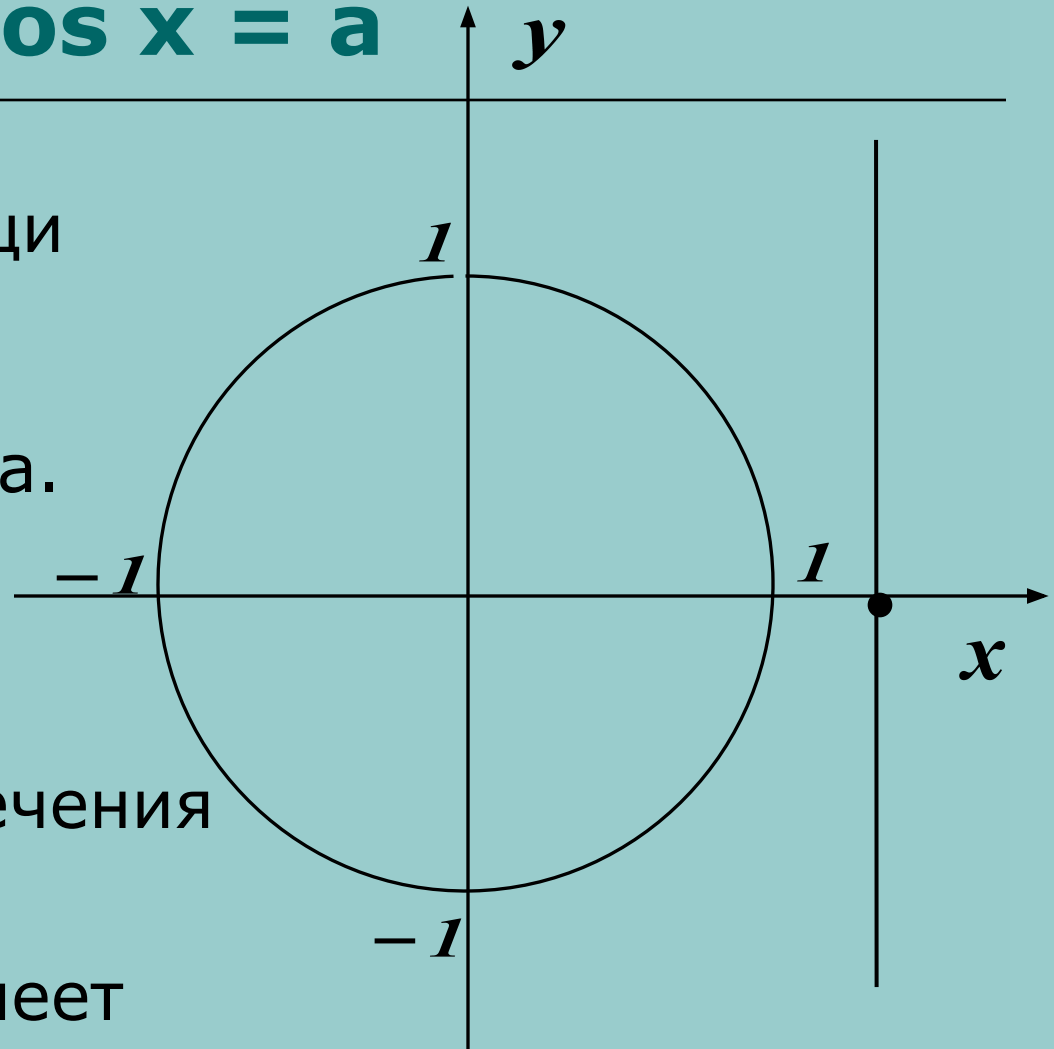
Арккосинус и решение уравнения $\cos x = a$

Решим при помощи числовой окружности уравнение $\cos t = a$.

1) $|a| > 1$

Нет точек пересечения с окружностью.

Уравнение не имеет решений.



Арккосинус и решение уравнения $\cos x = a$

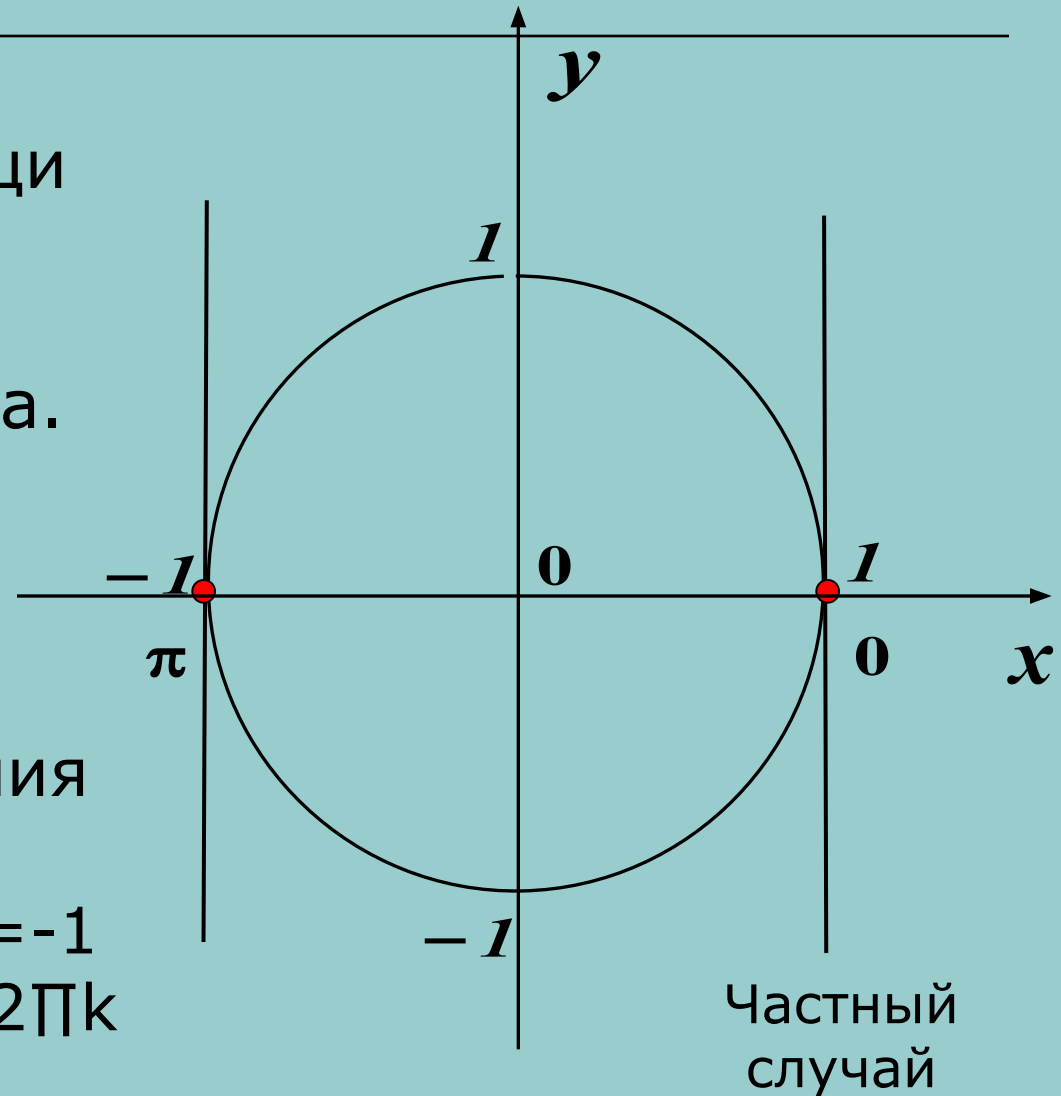
Решим при помощи
числовой
окружности
уравнение $\cos t = a$.

$$2) \quad |a| = 1$$

Решения уравнения

$$\begin{aligned} \cos t &= 1 \\ t &= 2\pi k \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cos t &= -1 \\ t &= \pi + 2\pi k \end{aligned}$$



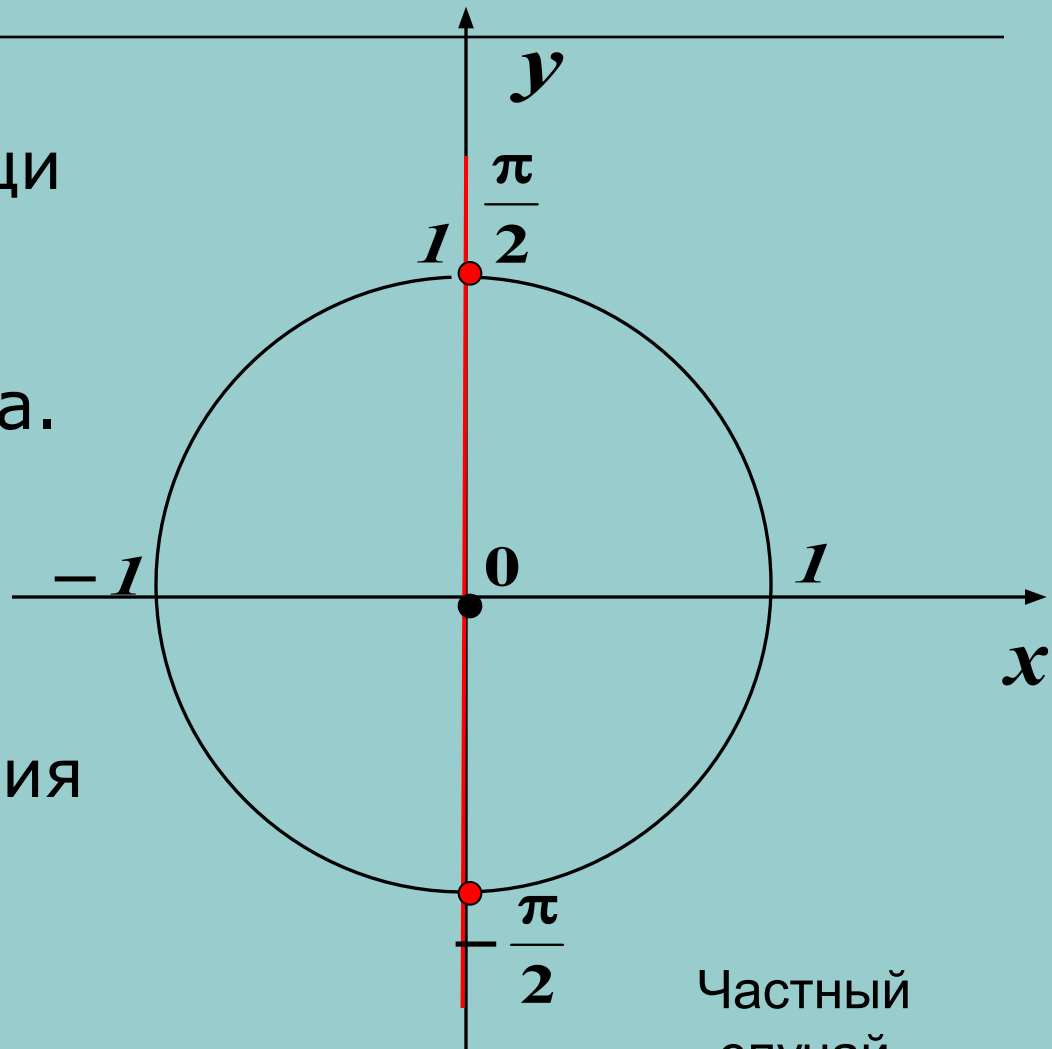
Арккосинус и решение уравнения $\cos x = a$

Решим при помощи
числовой
окружности
уравнение $\cos t = a$.

3) $a = 0$

Решения уравнения

$$t = \frac{\pi}{2} + \pi k$$



Частный
случай

Арккосинус и решение уравнения $\cos x = a$

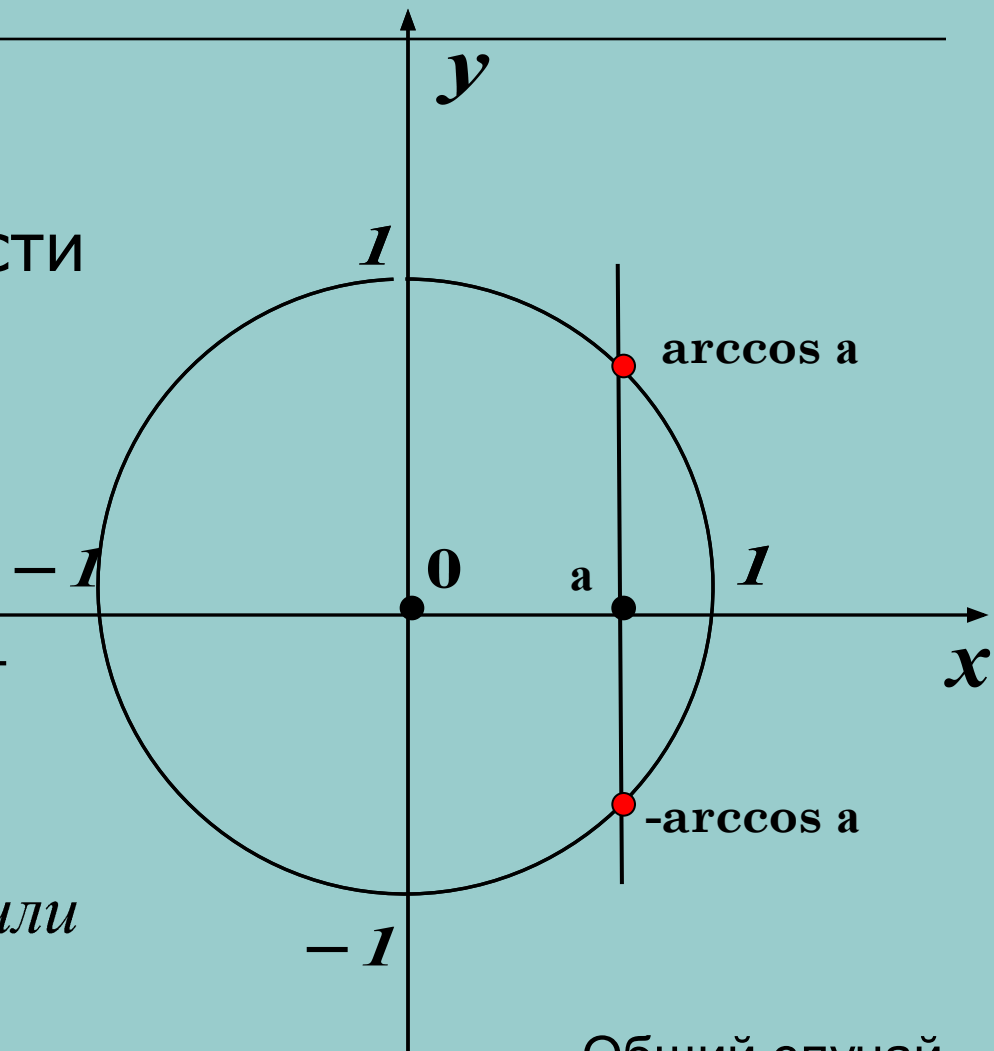
Решим при помощи числовой окружности уравнение $\cos t = a$.

$$4) \quad |a| < 1$$

Корни, симметричные относительно Ox , могут быть записаны:

$$t = \begin{cases} \arccos a + 2\pi k, \\ -\arccos a + 2\pi k \end{cases} \quad \text{или}$$

$$t = \pm \arccos a + 2\pi k$$



Общий случай

Арккосинус и решение уравнения $\cos x = a$

Значение a	Решение
$ a > 1$	Нет решений
$a = 0$	$t = \frac{\pi}{2} + \pi k$
$a = 1$	$t = 2\pi k$
$a = -1$	$t = \pi + 2\pi k$
$ a < 1$	$t = \pm \arccos a + 2\pi k$

Выясните, верно ли равенство?

$$\arccos \frac{1}{2} = -\frac{\pi}{3}, \text{ нет, т. к. 1) } \cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}, \text{ но 2) } -\frac{\pi}{3} \notin [0; \pi]$$

$$\arccos 1 = \pi$$

$$\arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{3\pi}{4}$$

$$\arccos \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\pi}{6}$$

Какие из чисел являются арккосинусами?

$\pi/4$

$\pi/2$

$-2\pi/3$

3

$2/7$

70°

$-\pi/6$

$3\pi/4$

$\sqrt{3}$

$3\pi/2$

1

Основная задача –

свести любое
тригонометрическое уравнение
к простейшему виду

Пример решения уравнения

$$-\cos 4x = 0$$

$$\cos 4x = 0$$

t

Это частный вид
уравнения $\cos t = a$,
где $a = 0$

$$t = 4x = \frac{\pi}{2} + \pi k$$

Разделим обе части на 4

$$x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{4}$$

Характерная грубая ошибка

$$\cos 4x = 0$$

Учащиеся делят обе части на 4
и получают следующее:

$$\cos x = 0$$

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi k$$

Пример решения уравнения

$$\sqrt{2} \cos 4x - 1 = 0$$

$$4x = \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi k$$

$$\sqrt{2} \cos 4x = 1$$

Разделим обе части на 4

t

$$\cos 4x = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$x = \pm \frac{\pi}{16} + \frac{\pi k}{2}$$

$$4x = \pm \arccos \frac{1}{\sqrt{2}} + 2\pi k$$

$$x = \pm \frac{\pi}{16} + \frac{\pi k}{2}$$

Пример решения уравнения

$$\cos\left(\frac{\pi}{3} - 3x\right) = 0$$

Это частный вид уравнения $\cos t = a$, где $a = 0$

$$\frac{\pi}{3} - 3x = \frac{\pi}{2} + \pi k$$

$$-3x = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3} + \pi k$$

Уравнение уже имеет

простейший вид $t = \left(\frac{\pi}{3} - 3x\right)$


$$-3x = \frac{\pi}{6} + \pi k \quad | \quad \div (-3)$$

$$x = -\frac{\pi}{18} + \frac{\pi k}{3}$$

$$x = -\frac{\pi}{18} + \frac{\pi k}{3}$$

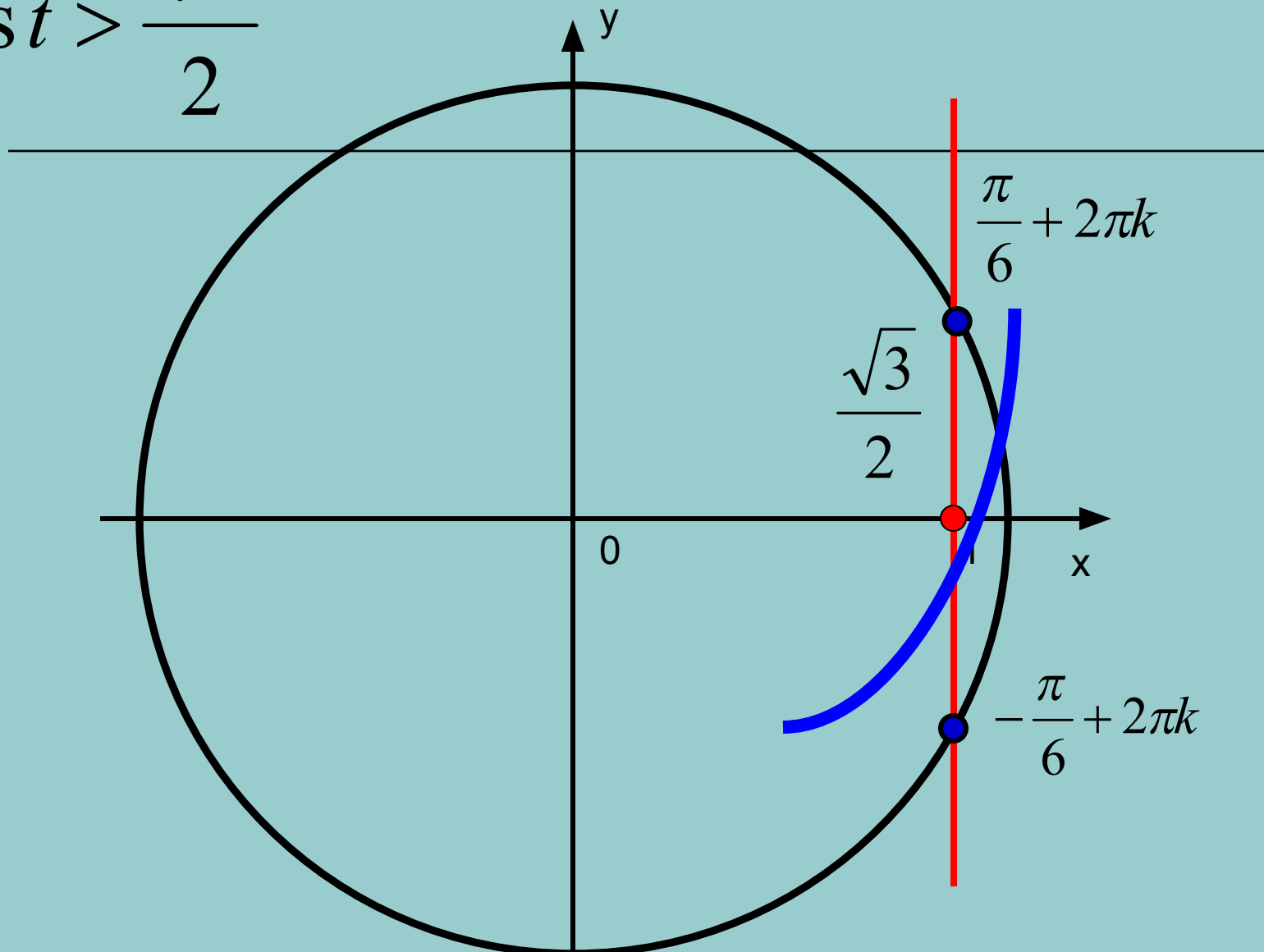
Закрепление изученного материала

- № 289-291 (а, б)
- № 293 а, б
- № 294 а, б



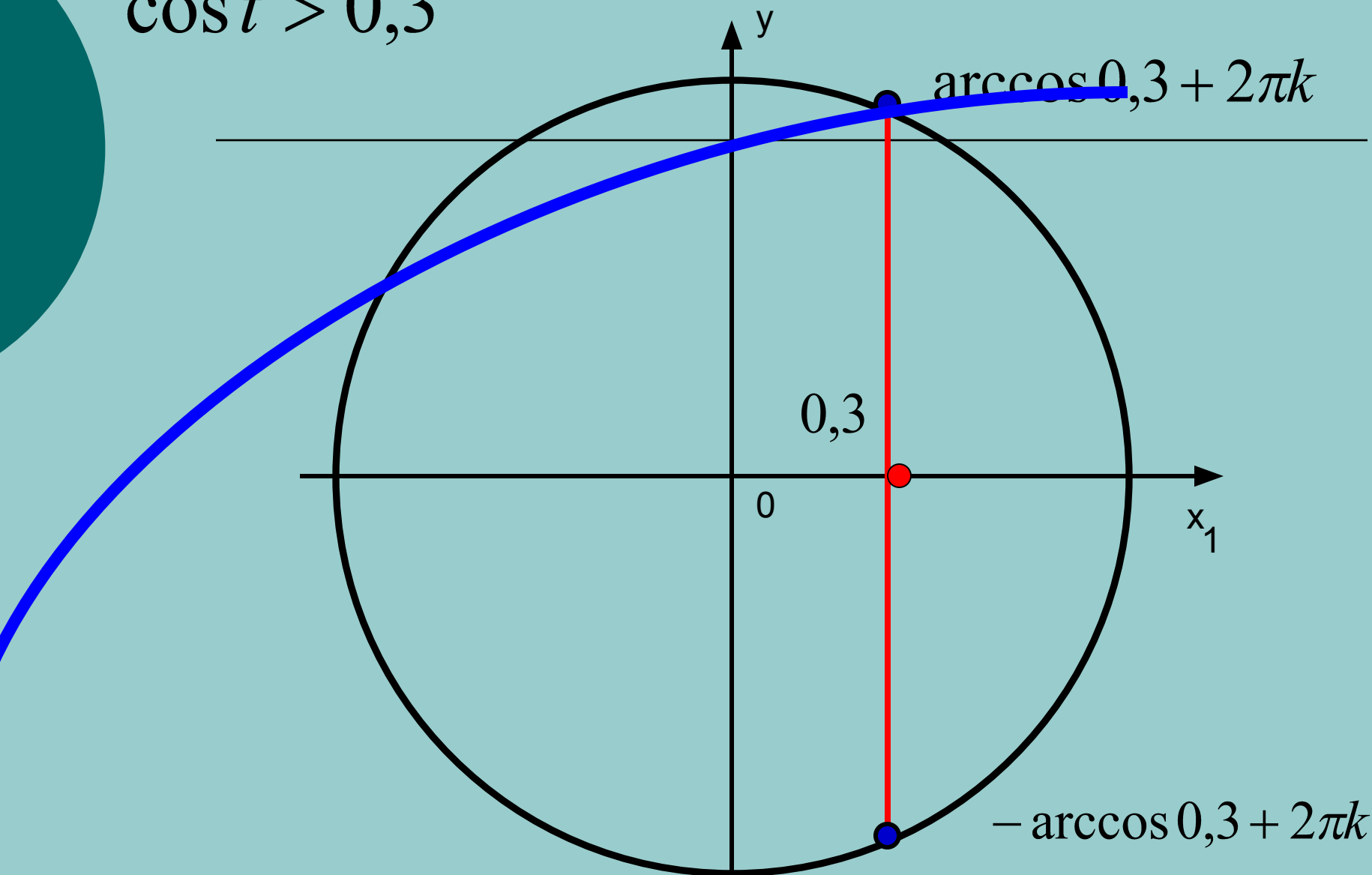
Решение простейших тригонометрических неравенств

$$\cos t > \frac{\sqrt{3}}{2}$$



$$-\frac{\pi}{6} + 2\pi k < t < \frac{\pi}{6} + 2\pi k$$

$$\cos t > 0,3$$



$$\arccos 0,3 + 2\pi k$$

0,3

0

x_1

$$-\arccos 0,3 + 2\pi k$$

$$-\arccos 0,3 + 2\pi k < t < \arccos 0,3 + 2\pi k$$

Закрепление изученного материала

- №303 (а, г)
- № 304 (а, г)
- № 305 (а, г),
- № 306 (а, г).

Домашнее задание

Теория: стр. 75-81

- № 291 (в, г)
- № 293 (в, г)
- № 294 (в, г)
- № 303 (б, в)
- № 304 (б, в)
- № 305 (б, в)
- № 306 (б, в)