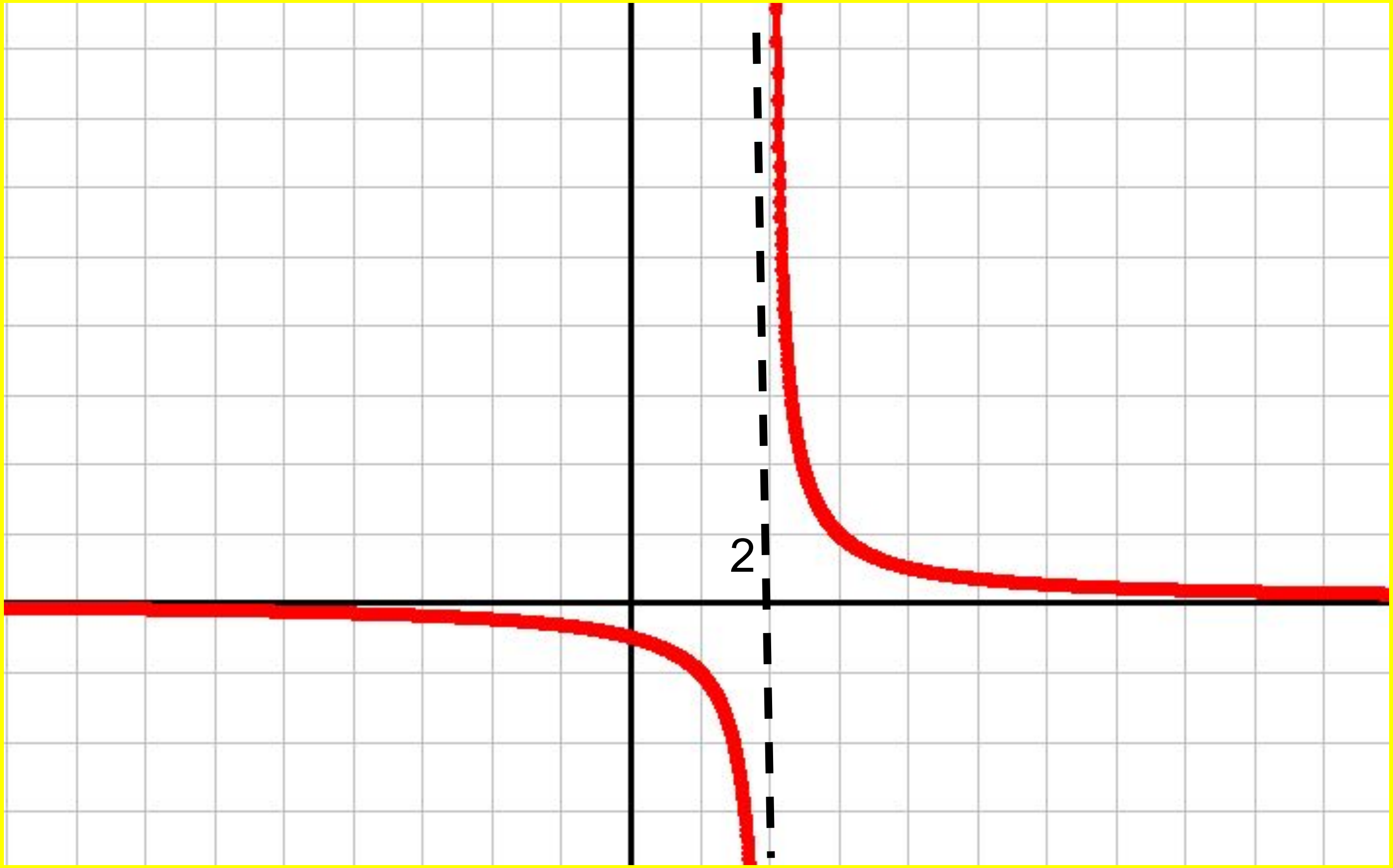
Асимптоты

Построение эскизов графиков.

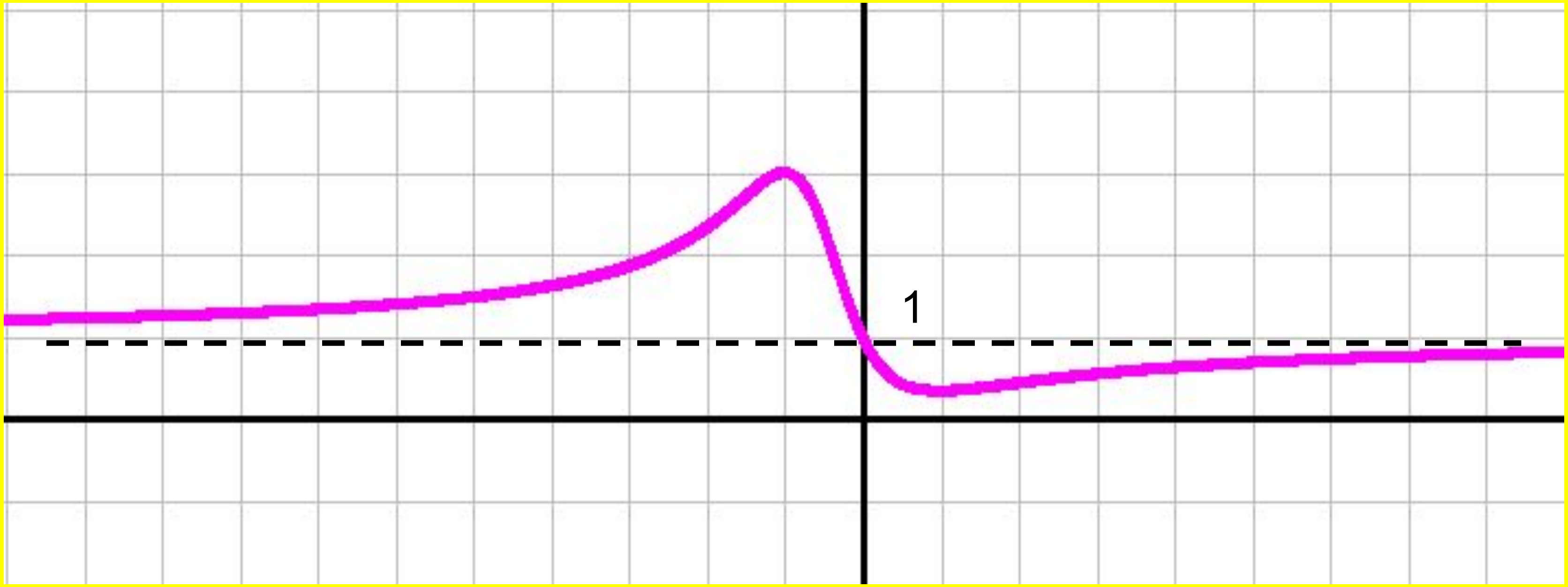


$$y = \frac{1}{x-2} \qquad D(y): x \neq 2$$

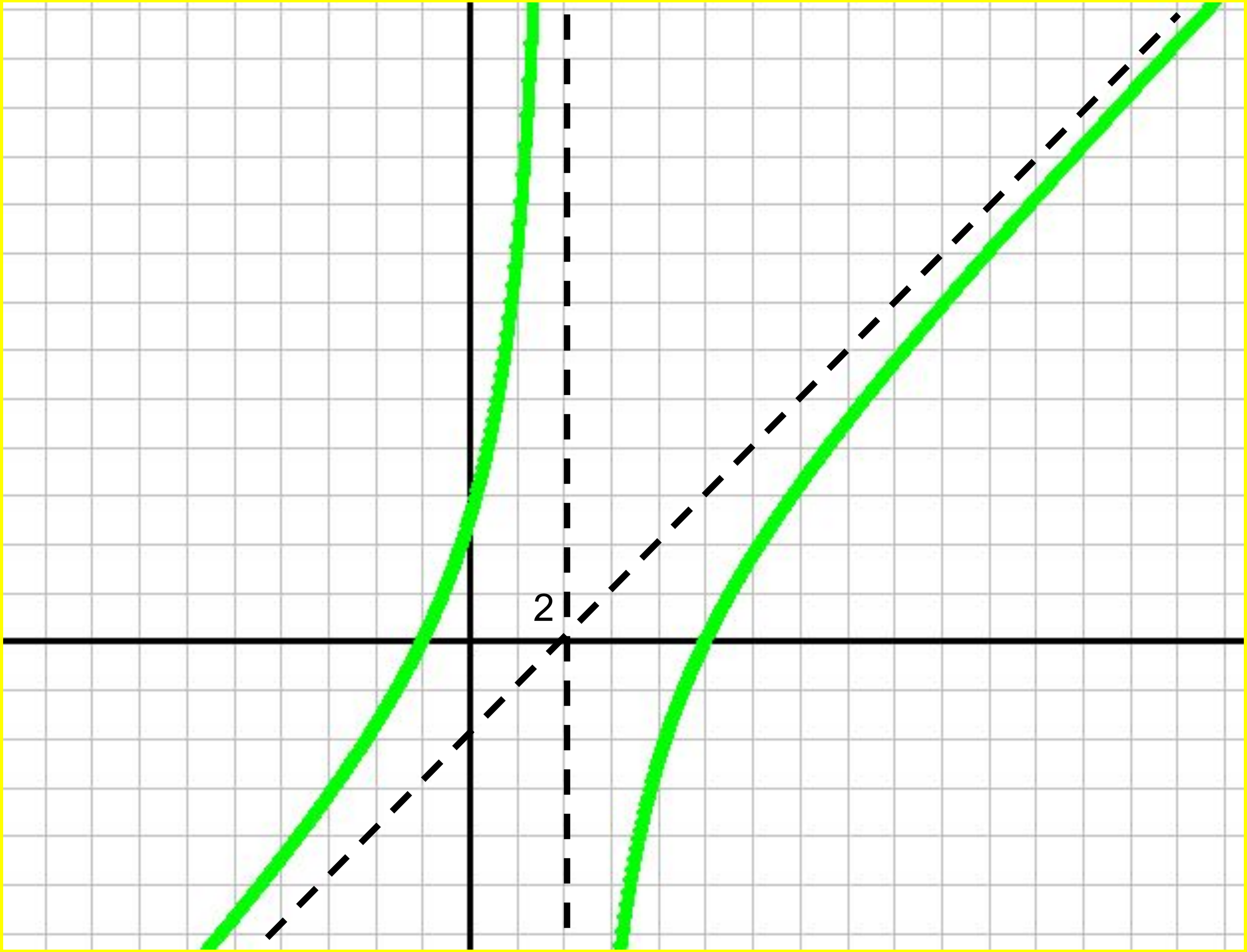
Определение: прямая вида **x=a** называется **вертикальной асимптотой** для y=f(x), если

$$\lim_{x \to a \pm 0} f(x) = \pm\infty$$

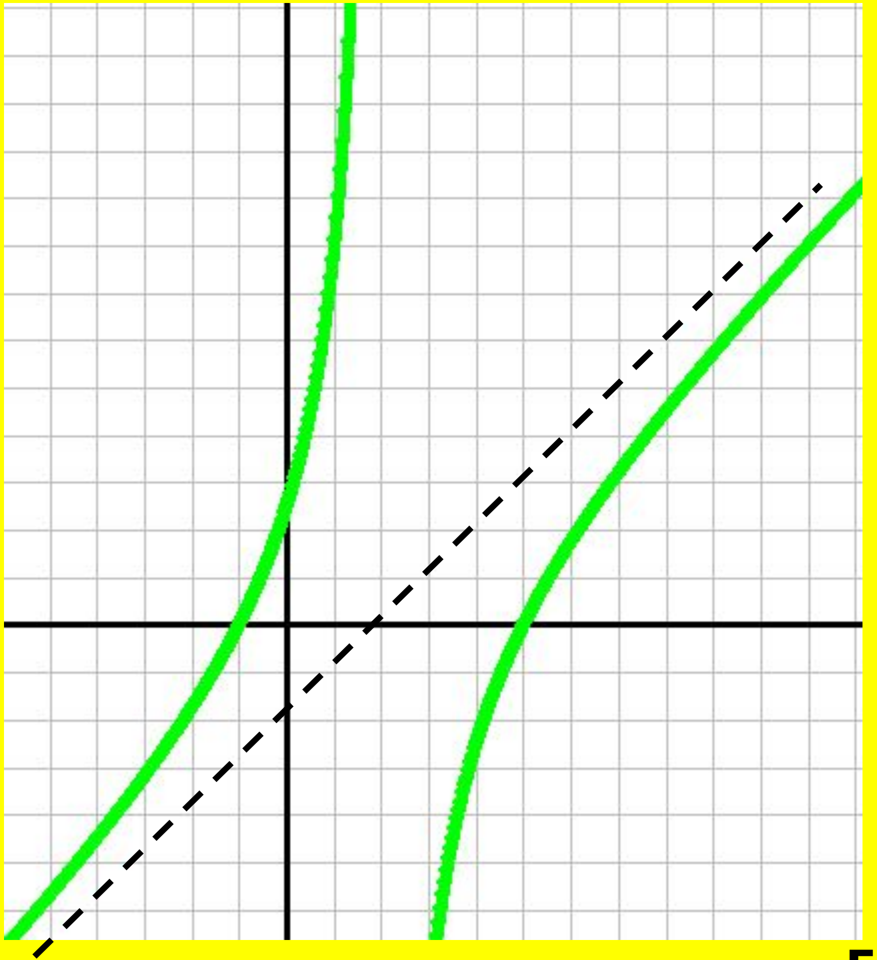
$$y=\frac{x^2-x+1}{x^2+x+1}$$



Определение: прямая вида y=b называется горизонтальной асимптотой, если $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)=b$



$$y = \frac{x^2 - 4x - 5}{x - 2}$$



Определение: прямая вида y=kx+b называется наклонной асимптотой, если для y=f(x)

$$\lim_{x\to\infty}\left[f(x)-(kx+b)\right]=0$$

Примечания:

1. Вертикальные асимптоты существуют в точках разрыва функции.

2. У дробно-рациональной функции горизонтальные асимптоты существуют, если степень числителя меньше или равна степени знаменателя.

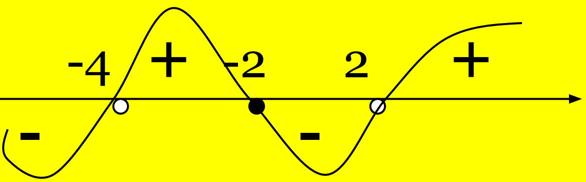
3. У дробно-рациональной функции наклонная асимптота существует, если степень числителя больше, чем степень знаменателя.

4. Для более точного построения эскиза нужно найти:

- *промежутки знакопостоянства функции*
- *нули функции*
- *точки пересечения графика с осями (по возможности) и с асимптотами*

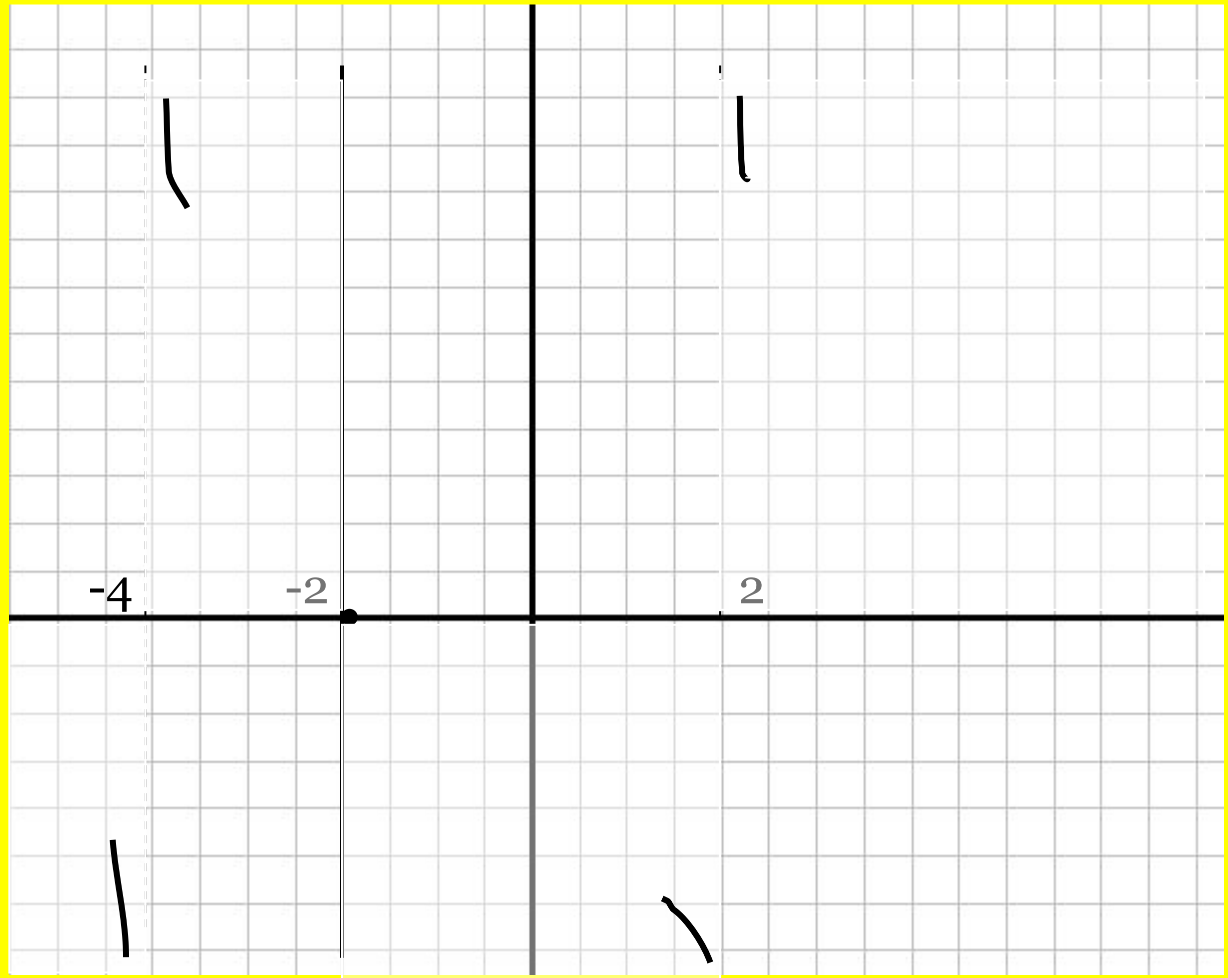
Области существования графика на координатной плоскости.

$$y = \frac{x+2}{x^2+2x-8}$$



Если y>0, то график расположен выше оси ОХ

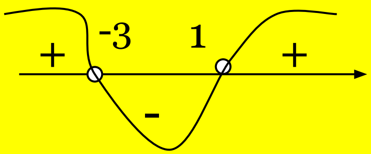
Если y<0, то график расположен ниже оси ОХ

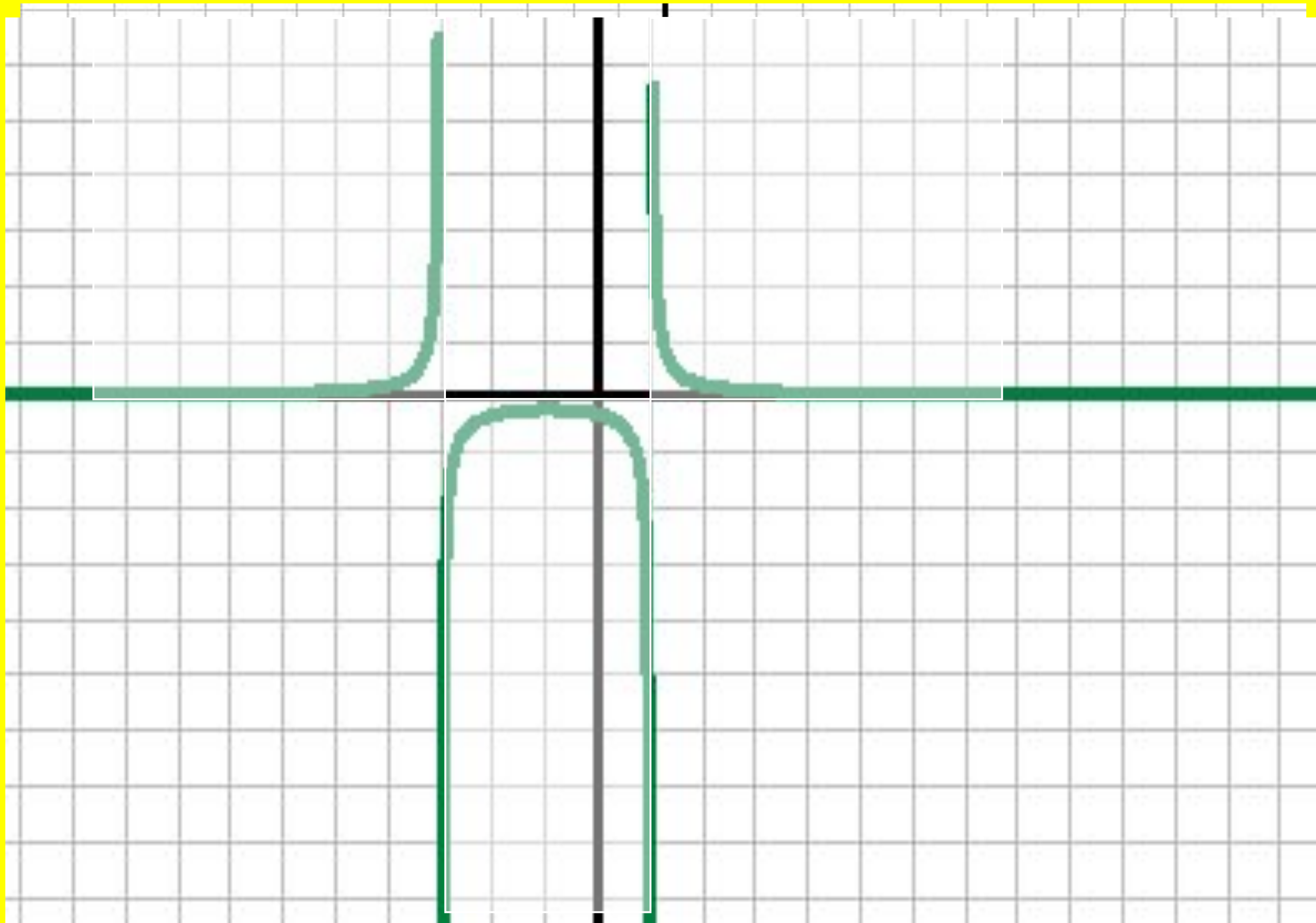


Нахождение асимптот и построение эскизов графиков

$$y=\frac{1}{x^2+2x-3}$$

$$D(y):\begin{cases} x\neq -3 \\ x\neq 1 \end{cases}$$





$$\lim_{x\to -3+0}\frac{1}{x^2+2x-3}=-\infty$$

$$\lim_{x\to -3-0}\frac{1}{x^2+2x-3}=+\infty$$

$$\lim_{x\to 1+0}\frac{1}{x^2+2x-3}=+\infty$$

$$\lim_{x\to 1-0}\frac{1}{x^2+2x-3}=-\infty$$

$$\lim_{x\to \infty}\frac{1}{x^2+2x-3}=0$$

y=0- горизонтальная асимптота

x=-3 и x=1- вертикальные асимптоты

Для более точного построения возьмем контольные точки: *x=2* *x=0* *x=-4*

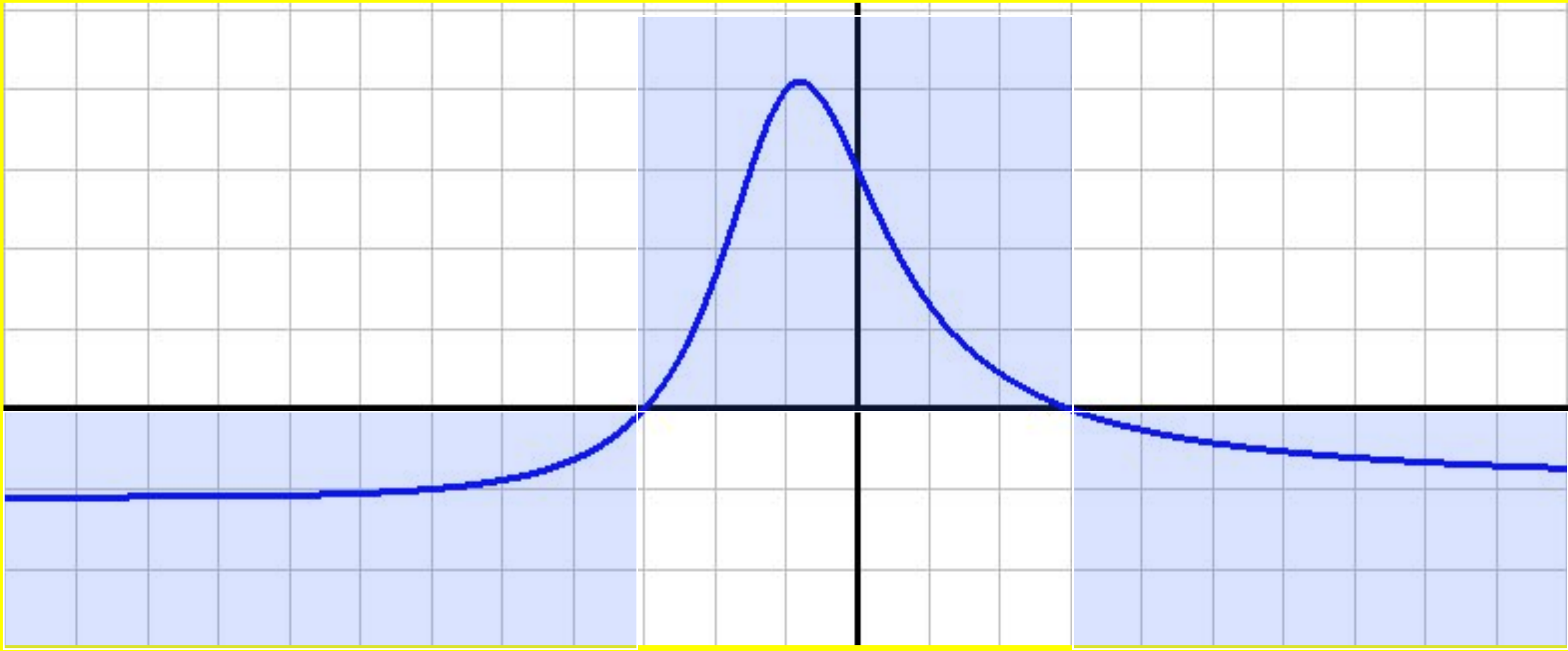
y=1/5 y=-1/3 y=1/5

Нахождение асимптот и построение эскизов графиков

$$y=\frac{9-x^2}{x^2+2x+3}$$

$D(f): x\in R$, **вертикальных асимптот нет**

Горизонтальная асимптота y=-1.

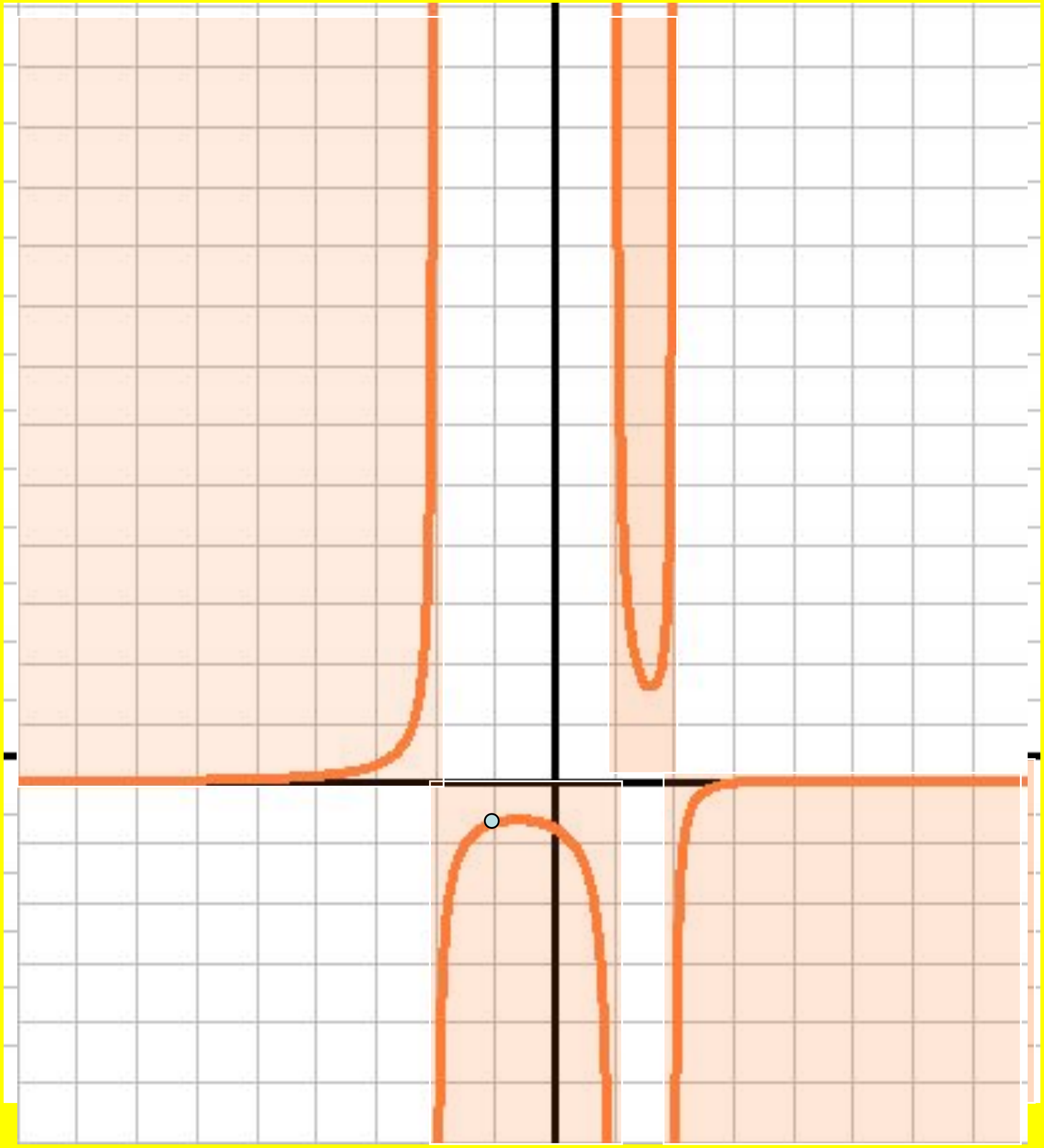


$$y = \frac{x^2 - 2x - 3}{x^4 - 5x^2 + 4}$$

x=2, x=1, x=-2

Вертикальные асимптоты

y=0 – *горизонтальная асимптота*



Нахождение асимптот и построение эскизов графиков

$$y = \frac{x^3 + x}{x^2 - 2x + 2}$$

$$D(f): x \in R$$

Вертикальных асимптот нет.

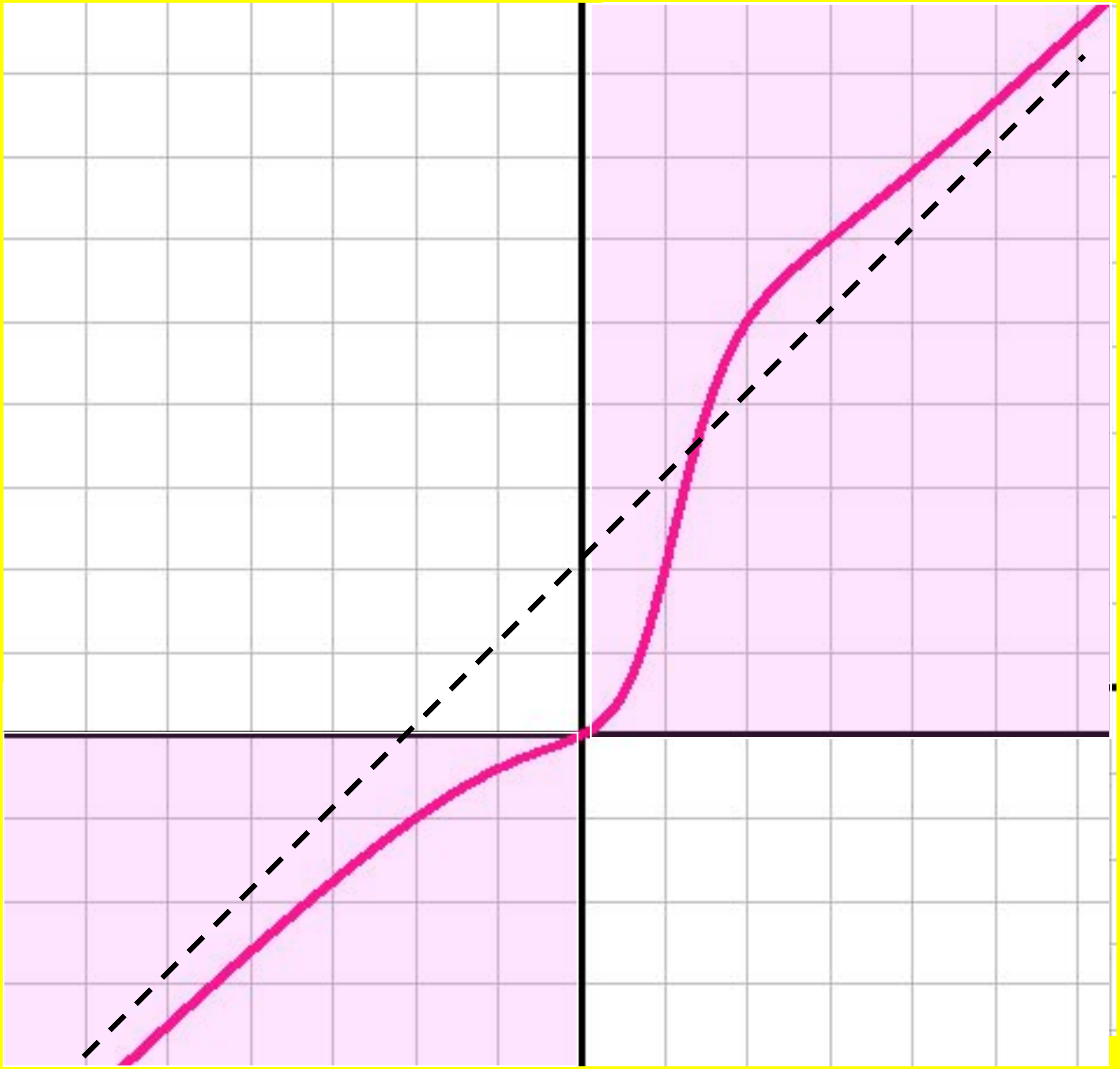
$$\lim_{x \to \infty} \frac{x^3 + x}{x^2 - 2x + 3} = \infty$$

Горизонтальных асимптот нет.

Наклонная асимптота y=x+2

При x=4/3 график

y=f(x) пересекает y=x+2 в точке y=3 1/3



Нахождение асимптот и построение эскизов графиков

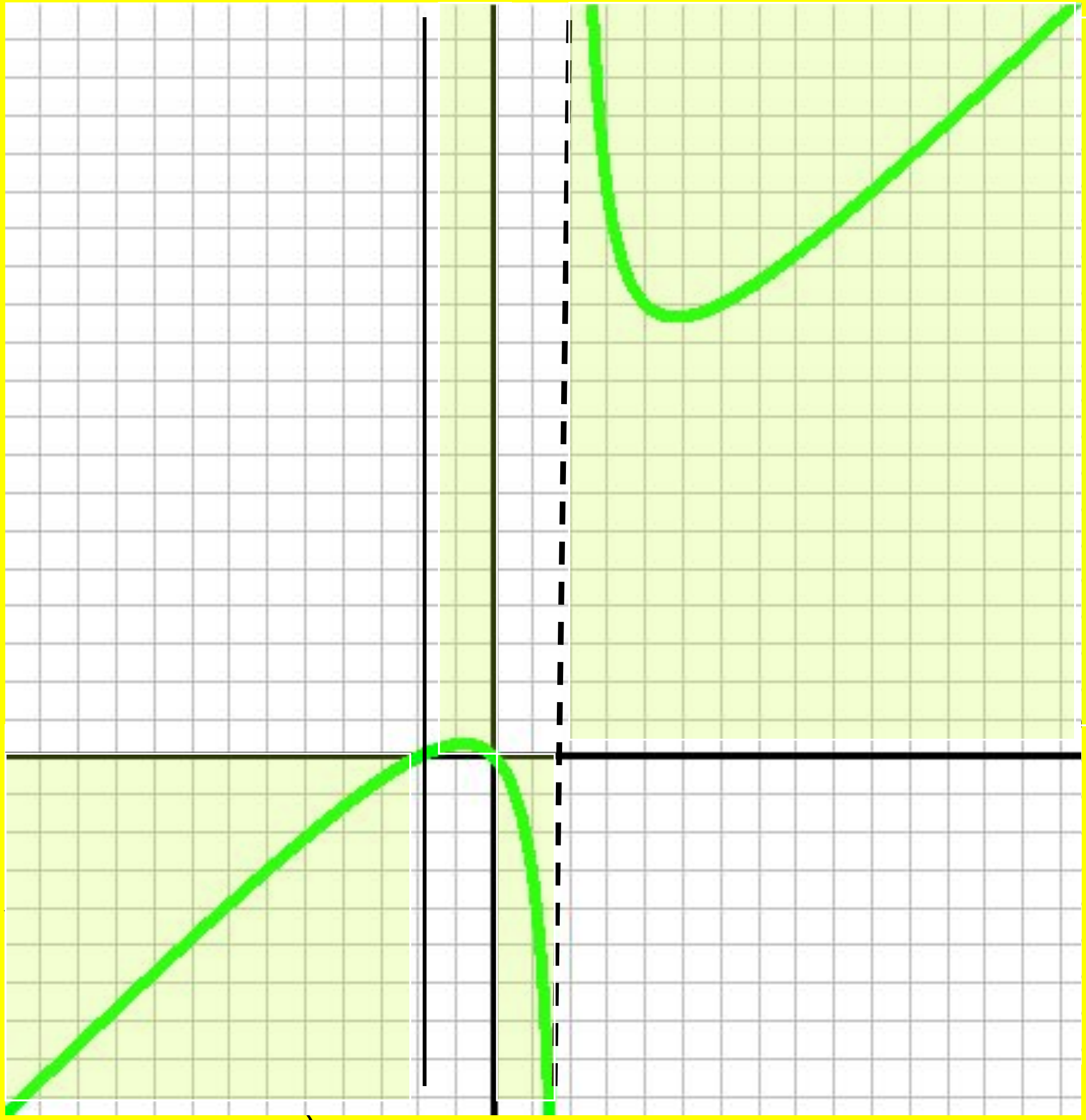
$$y = \frac{x^2 + 2x}{x - 2}$$

Вертик. асимптота x=2

Нуль функции x=-2

Горизонт. асимптот нет

Наклонная асимптота y=x+4

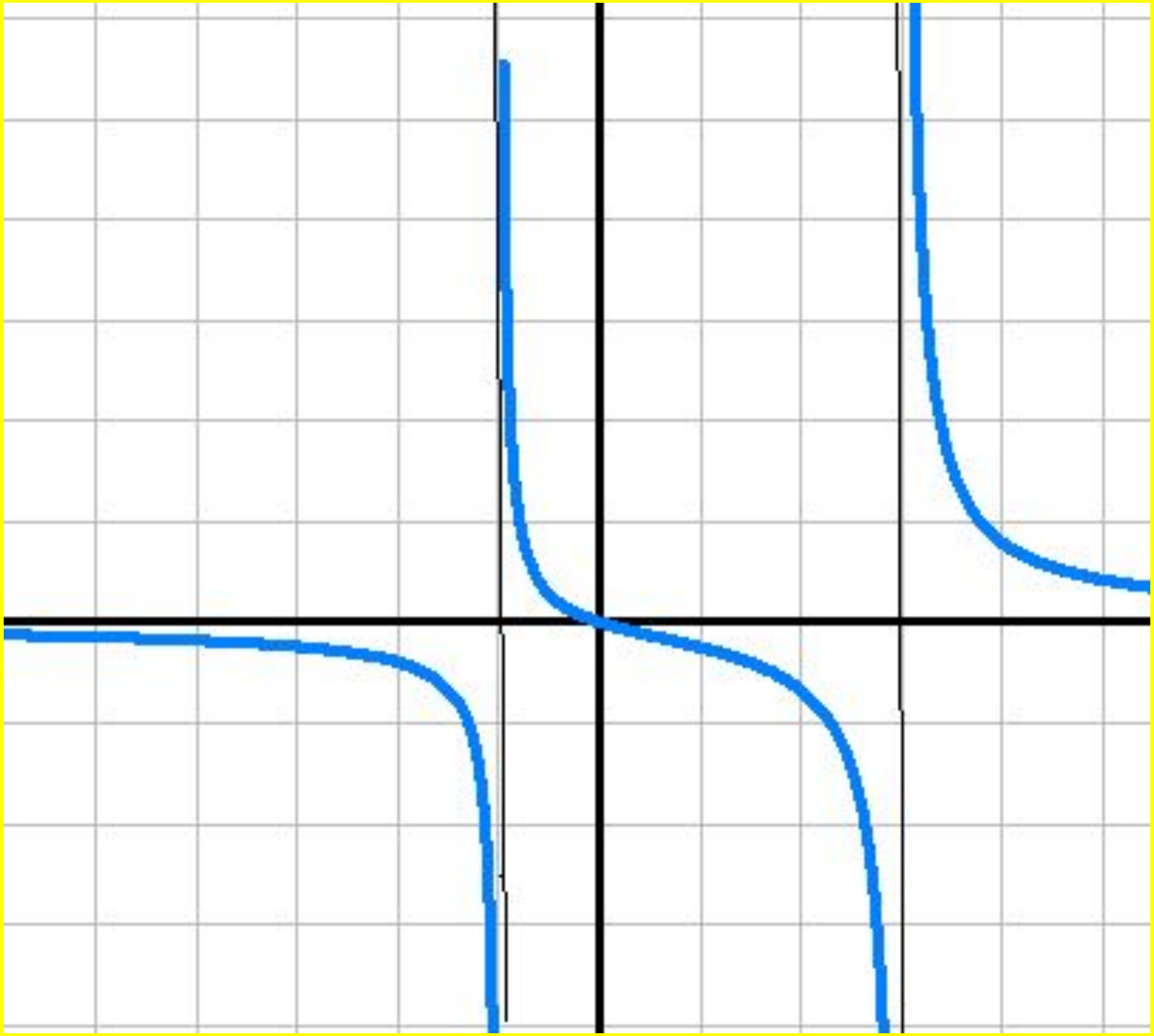


Найдем E(y):

$$y \in \left(-\infty; 6 - 4\sqrt{2}\right] \cup \left[6 + 4\sqrt{2}; +\infty\right)$$

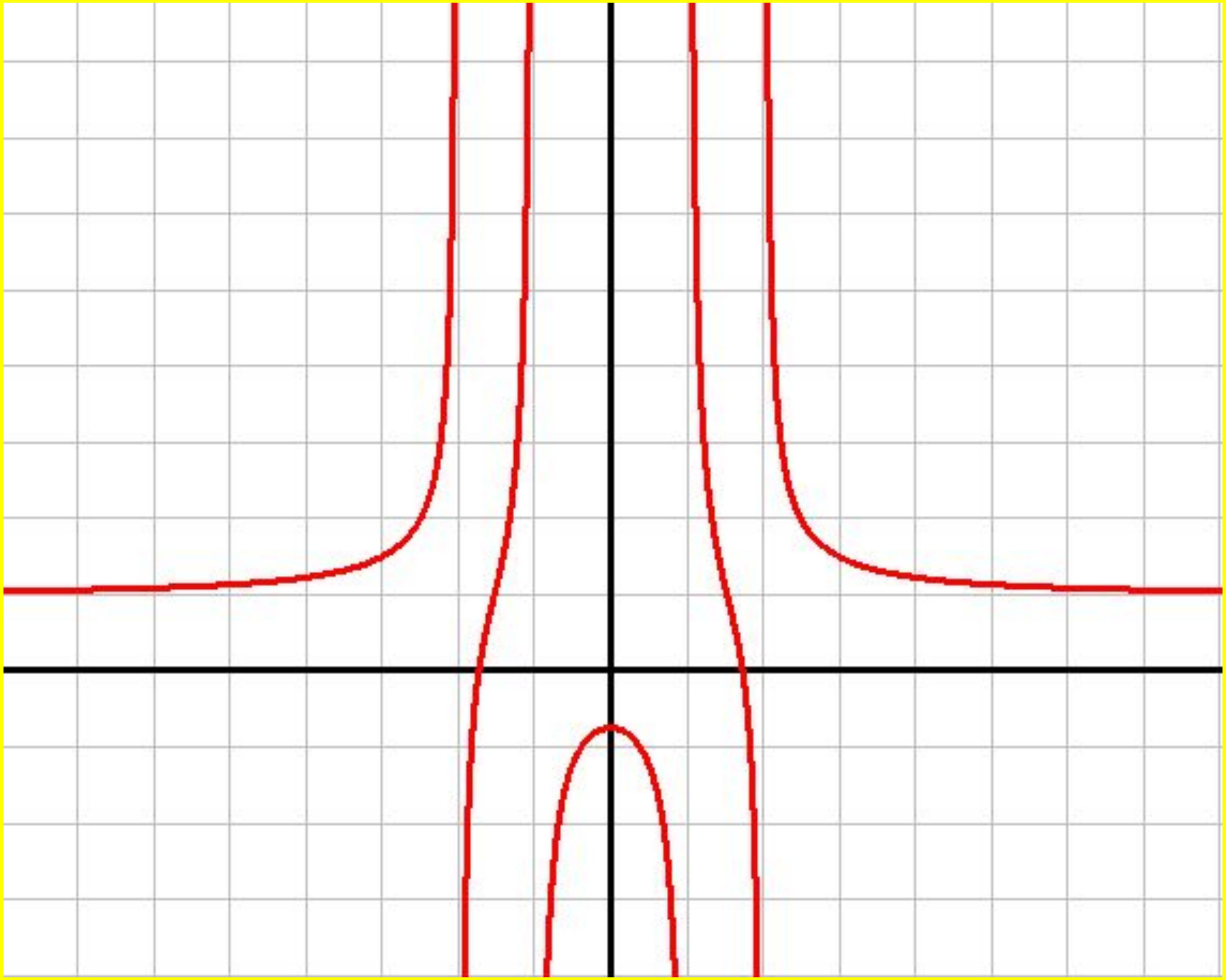
Задачи для самостоятельного решения

$$y = \frac{x}{x^2 - 2x - 3}$$



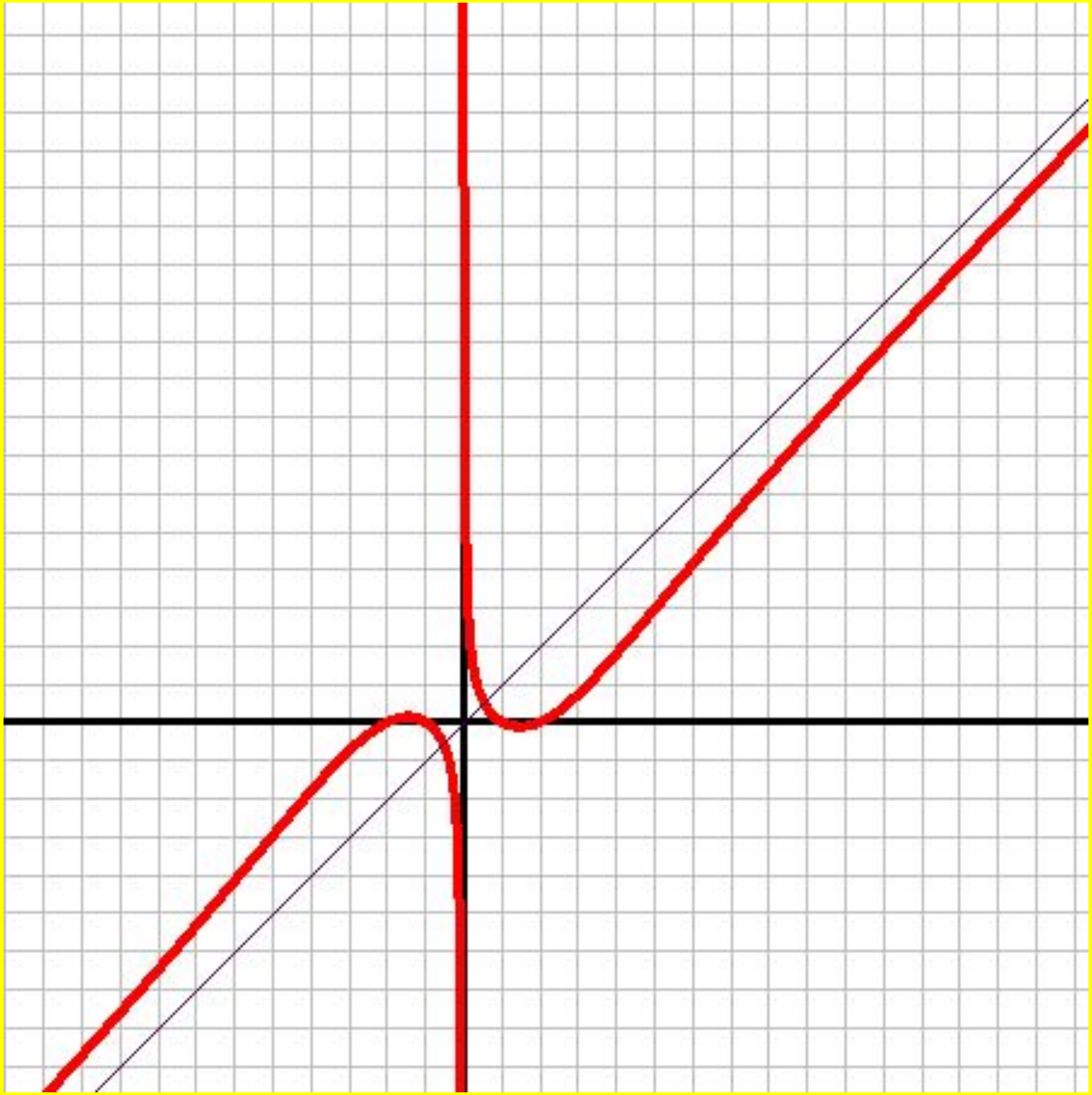
Задачи для самостоятельного решения

$$y = \frac{x^4 - 2x^2 - 3}{x^4 - 5x^2 + 4}$$



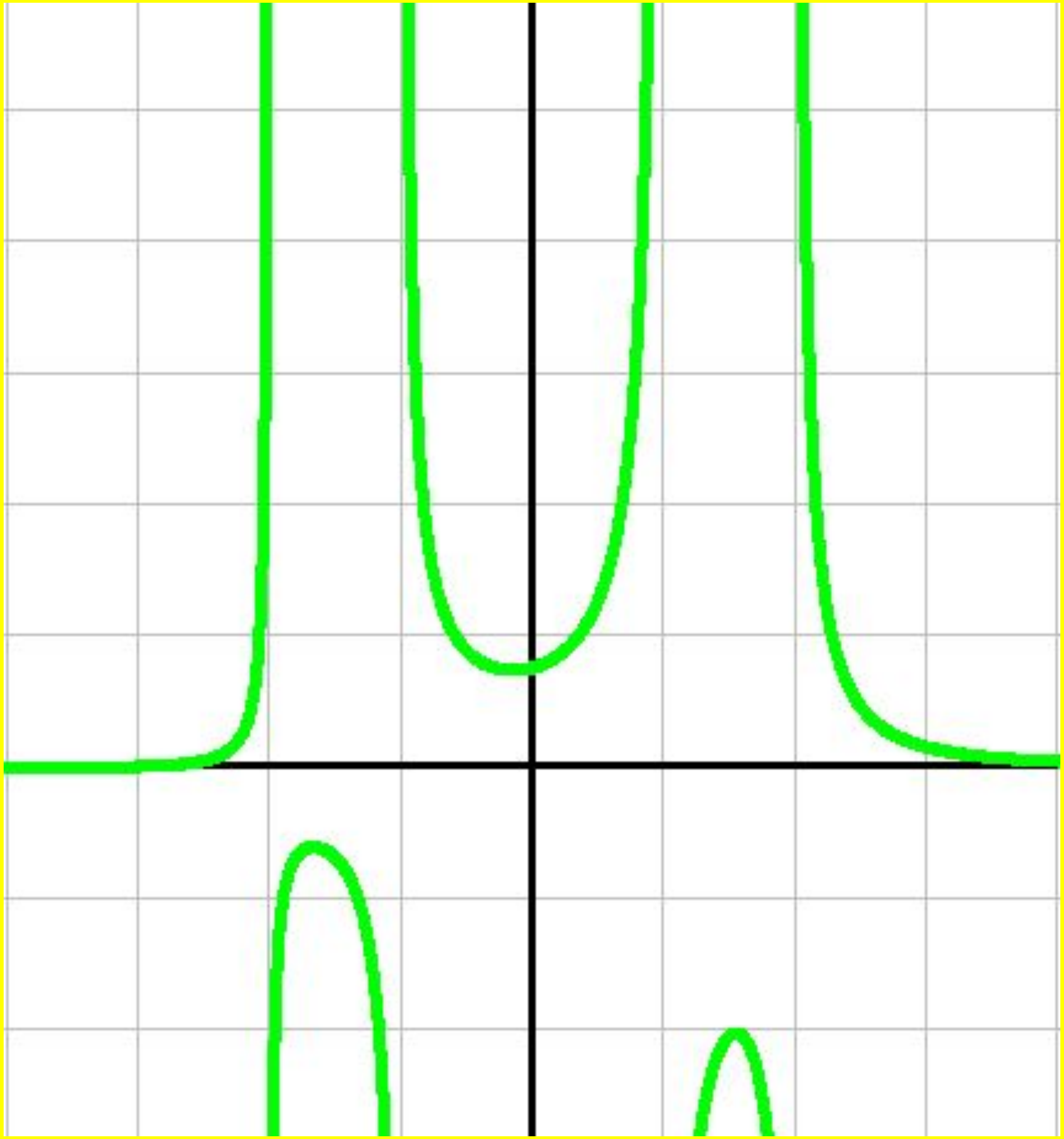
Задачи для самостоятельного решения

$$y = \frac{x^4 - 5x^2 + 4}{x^3 + 9x}$$



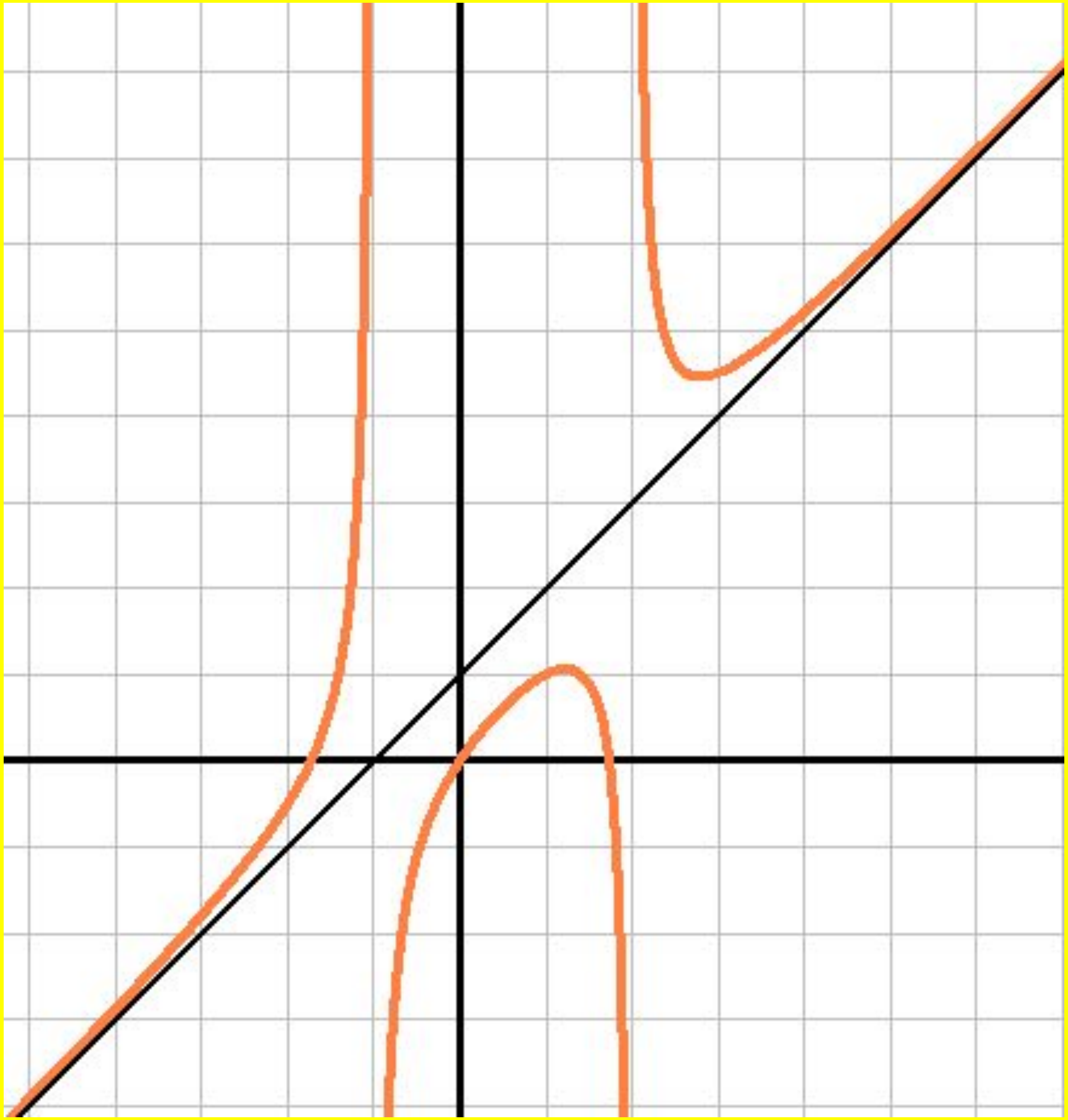
Задачи для самостоятельного решения

$$y=\frac{x+3}{x^4-5x^2+4}$$



Задачи для самостоятельного решения

$$y = \frac{x^3 - 3x}{x^2 - x - 2}$$



Литература:

1. Богомолов Н.В. «Практические занятия по математике», М. «Просвещение»2010
2. А.Х.Шахмейстер «Построение графиков функции элементарными методами»,Издательство Московского университета, МЦНМО,2003