«Барицентрический метод. Геометрия, которую я люблю»

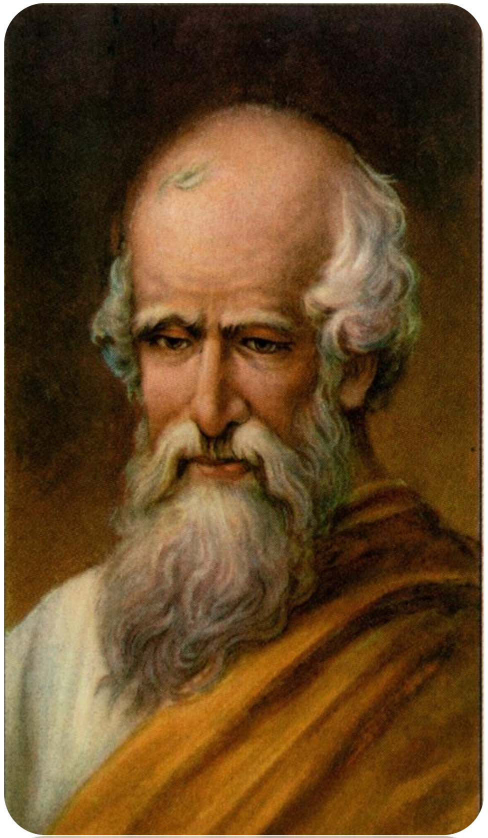
Выполнила:
Ученица 10А класса
Багаева Наталия

Научный руководитель:
Красина Е.М

Мудрость прошлого

«...Я счел нужным написать тебе и... изложить особый метод, при помощи которого ты получишь возможность находить некоторые математические теоремы. Я уверен, что этот метод будет тебе ничуть не менее полезен и для доказательства самих теорем».

Архимед



Актуальность проекта

Выбранная мной тема тесно связана с топологией. В свою очередь топология считается на данный момент самым актуальным и перспективным разделом высшей математики

Благодаря данному методу у учащихся формируется

дартное мышление,

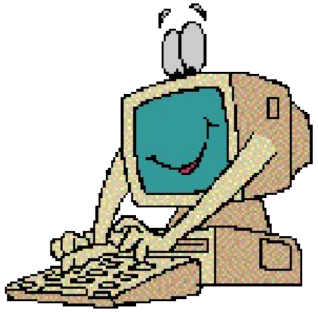
анию природы происходящих

Цель

- ***Рассмотреть барицентрический метод и возможность его применения при решении задач в различных научных дисциплинах.***

Задачи:

- *ознакомиться с историей открытия барицентрического метода;*
- *рассмотреть основные формулировки, свойства, теоремы, связанные с данным методом;*
- *изучить центроиды треугольника и тетраэдра;*
- *провести исследовательскую деятельность, направленную на определение области применения барицентрического метода;*
- *создать программу в среде Borland C++ Builder, с целью проверки задач.*

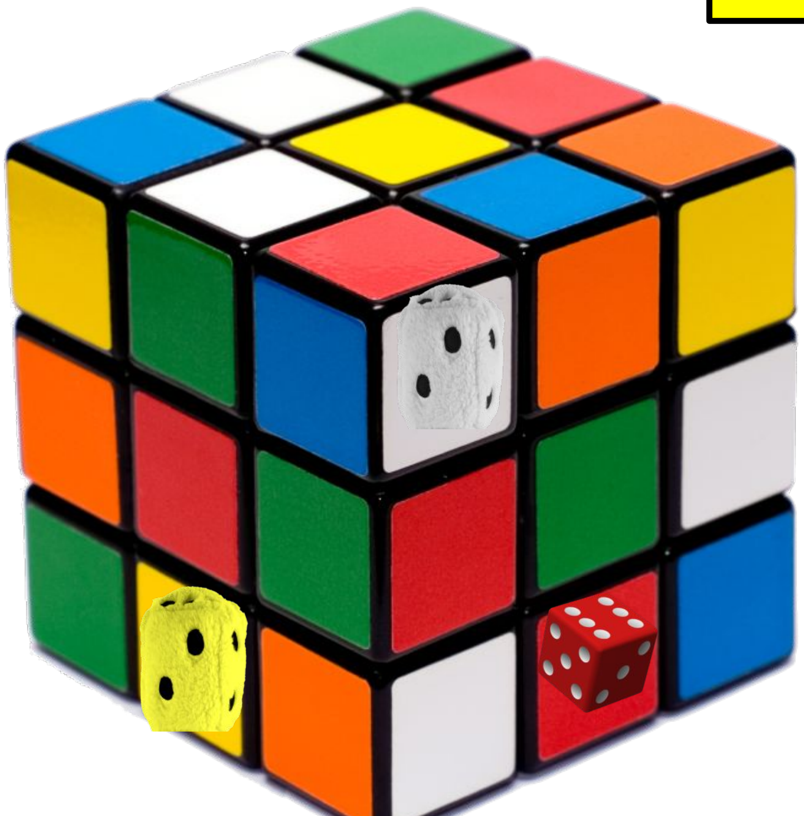


Этапы работы над проектом

Теоретический этап

Исторический этап

Исследовательская деятельность



Работа на I-ом этапе

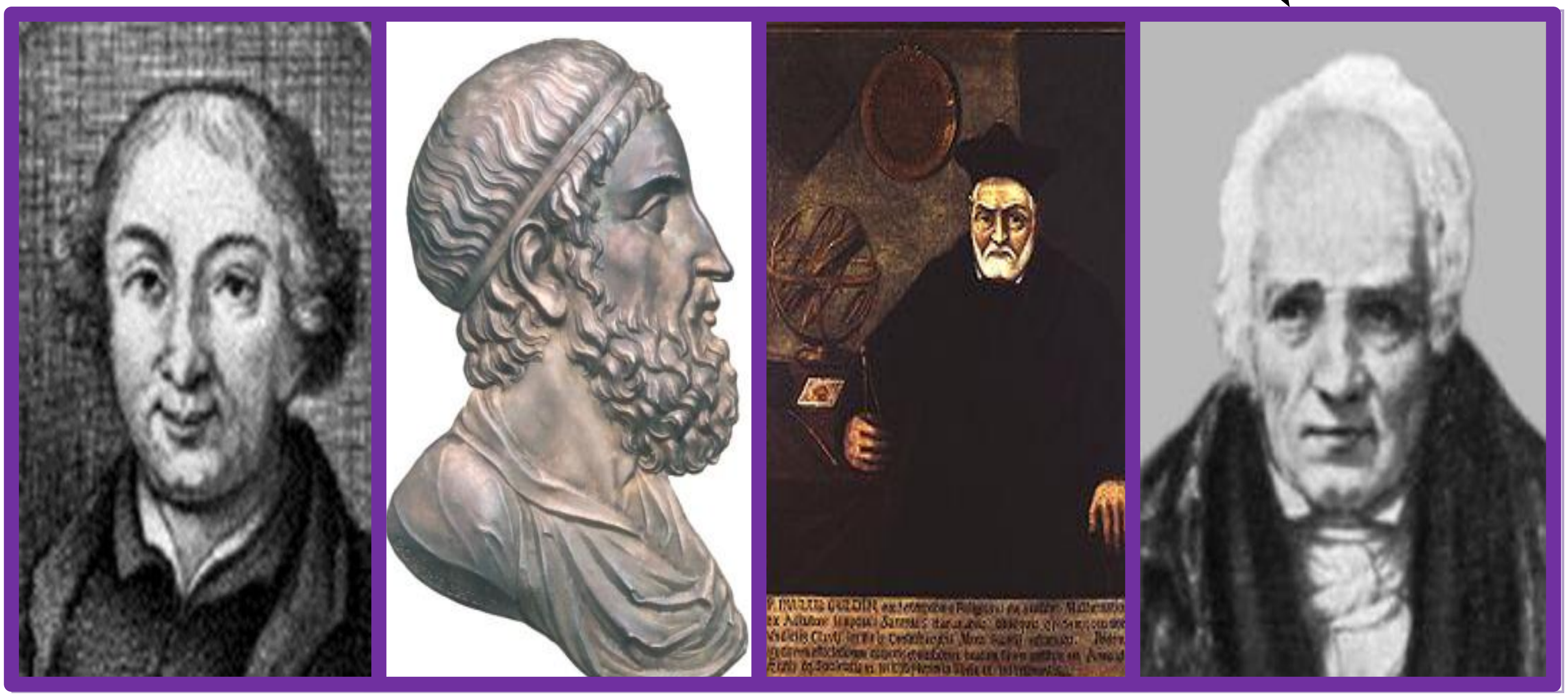
Необходимость метода

Физическое и математическое определения центра масс

Отрицательные массы

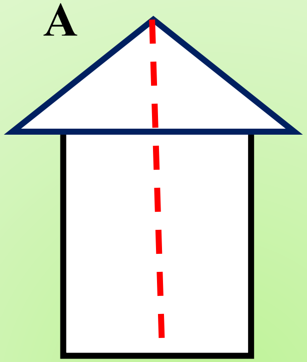
Идея барицентрических координат

Данный метод был использован и развит многим геометрами – ***Чева***, ***Папп***, ***Гюльден***, ***Люилье***



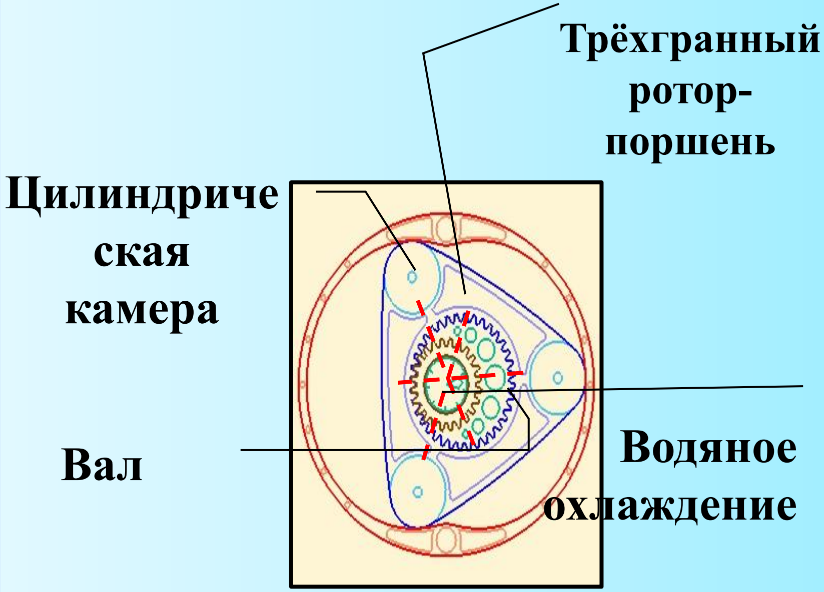
Применение свойств

В строительстве:



1) Здесь используется свойство жесткости треугольника.
2) Для того чтобы крыша располагалась ровно по центру, то есть чтобы дом был симметричен относительно А, необходимо определить барицентр

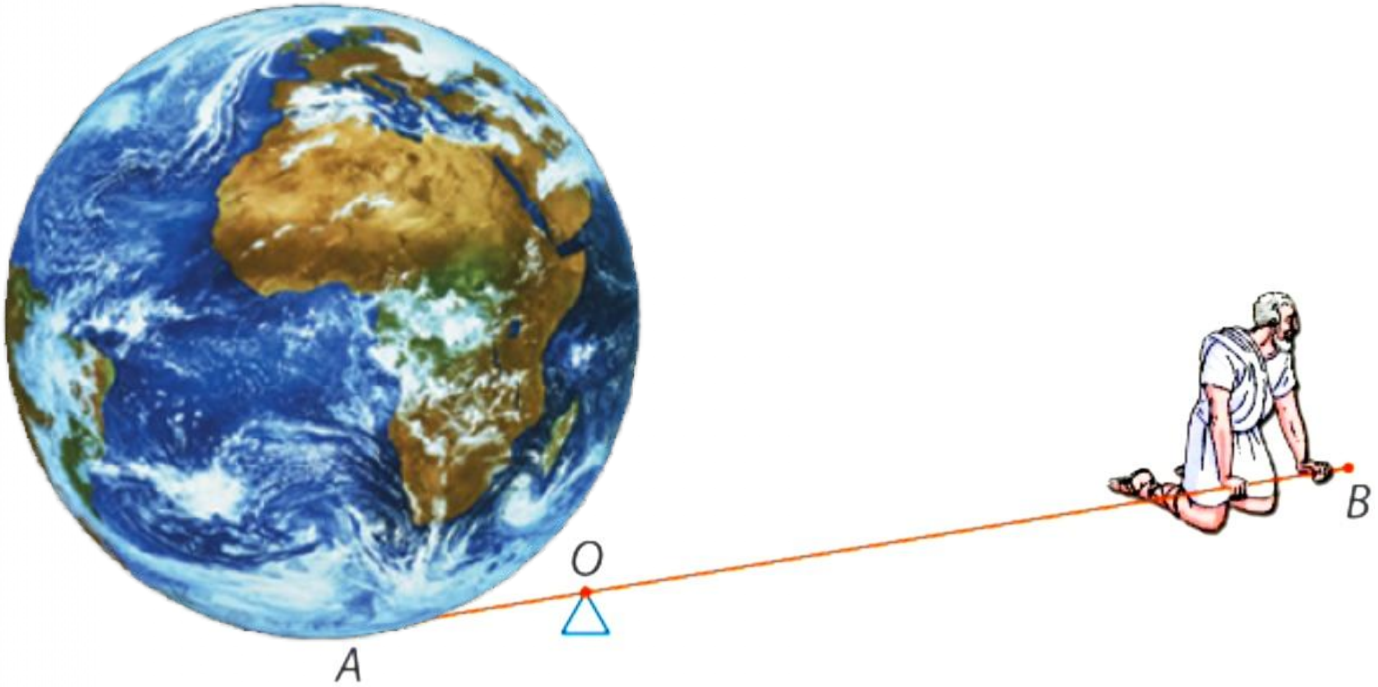
В автомобильных двигателях:



Использование треугольника Рело


Химия
Генетика
Физика
Проективная геометрия
Барицентрический метод
Колориметрия
Астрономия
Топология

Исследовательская деятельность



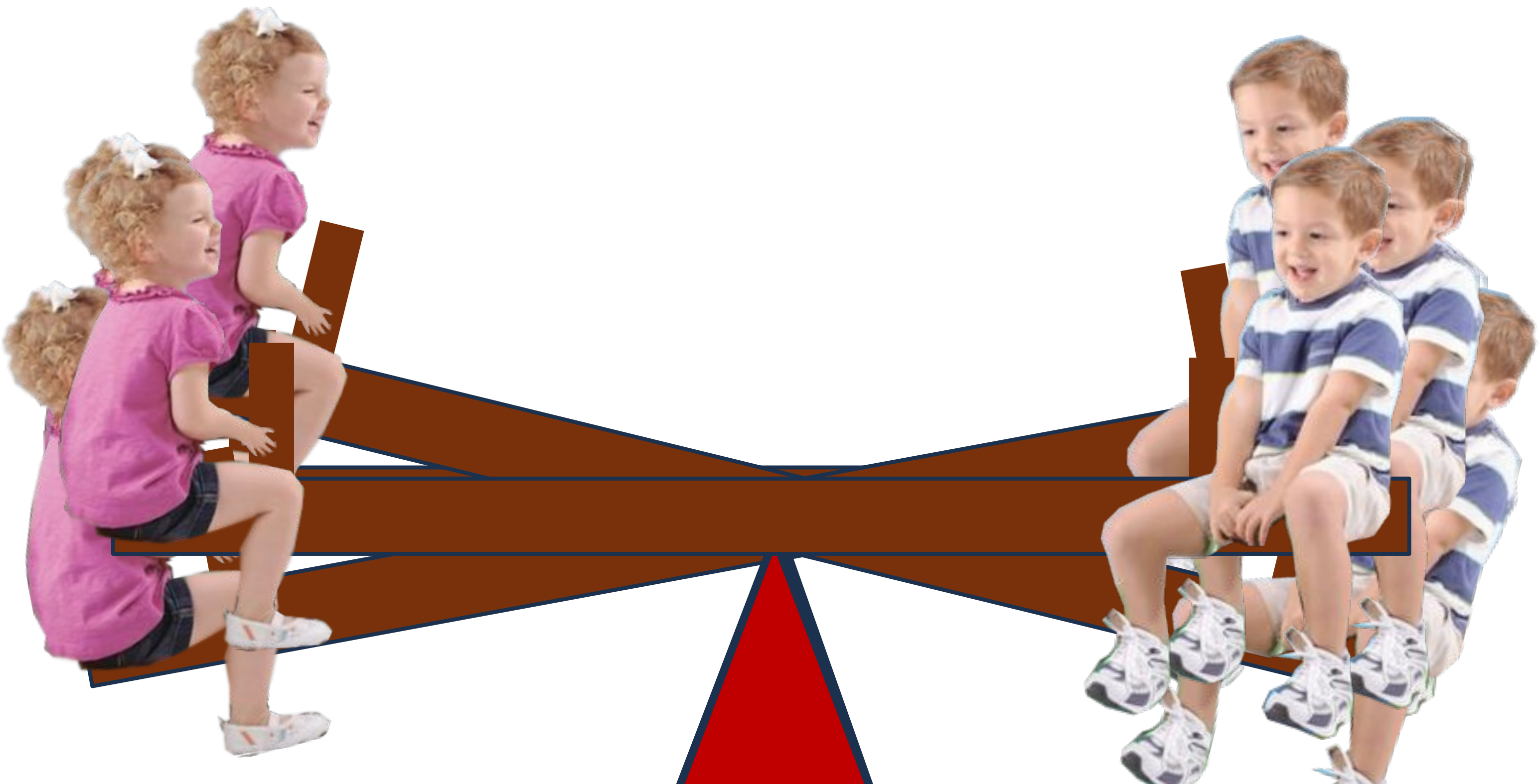
Цель

✔Исследовать область практического применения барицентрического метода

Задачи

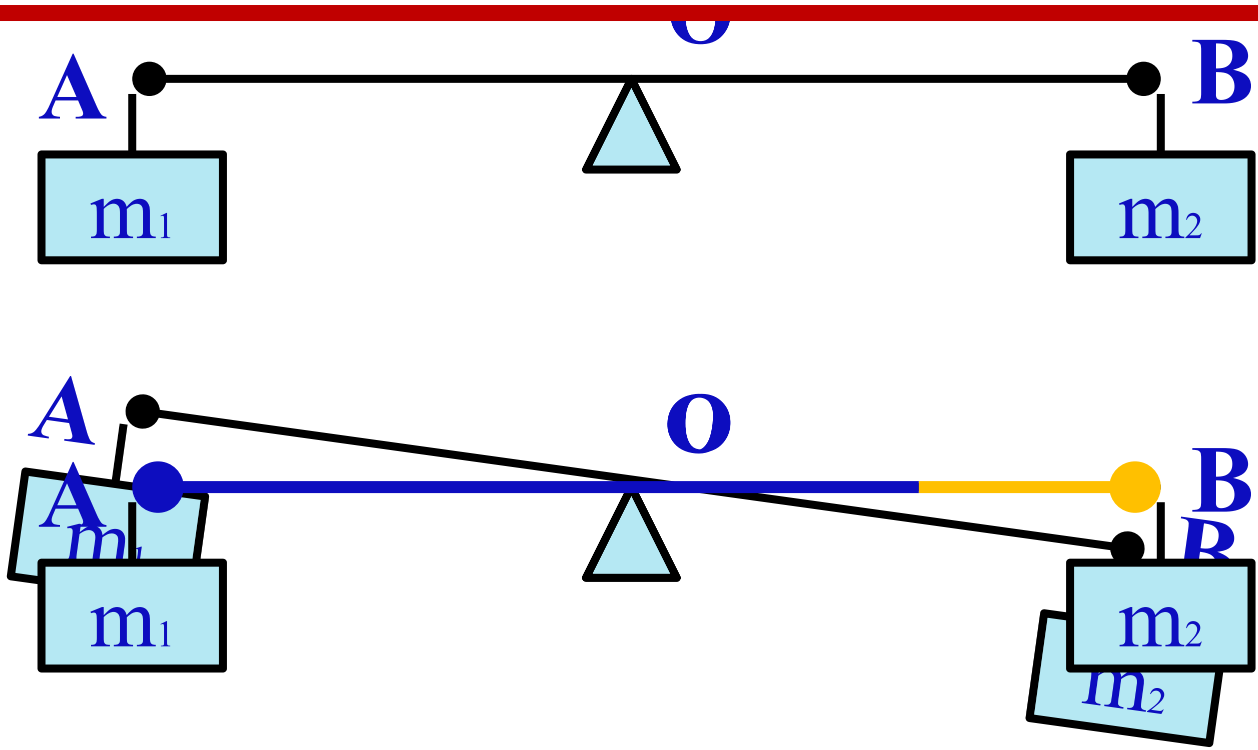
- Структурировать и классифицировать задачи, решаемые данным методом.
- ✔ Создать тематический сборник.
- ✔Создать программу, позволяющую графически представить систему материальных точек, её центр масс и рассчитать его координаты.

А где же геометрия?



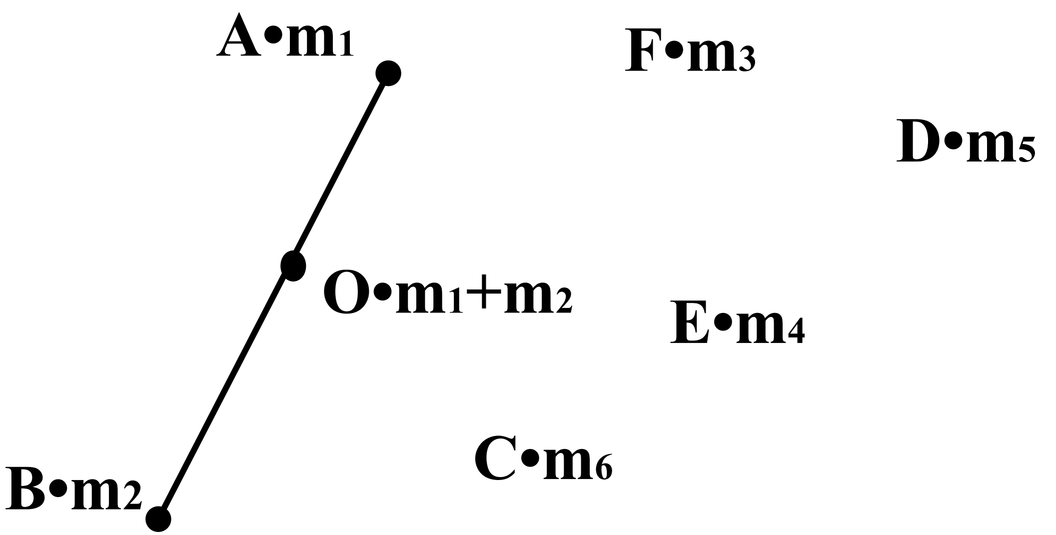
Центр масс

Центром масс данной системы двух точек будет такая точка О данного отрезка , что $AO \cdot m_1 = BO \cdot m_2$, ***или*** $\frac{AO}{BO} = \frac{m_2}{m_1}$



Треугольник и теорема о перераспределении масс

Если нам дана система из нескольких точек с гирьками в каждой из них, то вместо любой пары точек мы можем рассмотреть их центр масс, в котором находится суммарная масса исходных двух точек



Тонкости при решении

При решении геометрической задачи барицентрическим
м

За
м

Искусство применения барицентрического метода состоит в том, чтобы по условию задачи осуществить такой выбор точек и помещаемых в эти точки масс, при котором задача легко и красиво решается.

1) наличи
единственн
центра мас
любой сист
материальн
точек;

3) возможность
регруппиров
ки
териальных
чек системы
з изменения
положения
ентра масс
ей системы

Алгоритм решения

Проанализировать условие, выяснить что дано, а что требуется найти.

Возможно ли принять имеющиеся объекты за материальную точку?

Нет

Да

Принять имеющиеся объекты за материальную точку.

Наделить их массой (Положительной, отрицательной в зависимости от условия)

Определиться каким правилом следует воспользоваться.

Применить необходимые формулы.

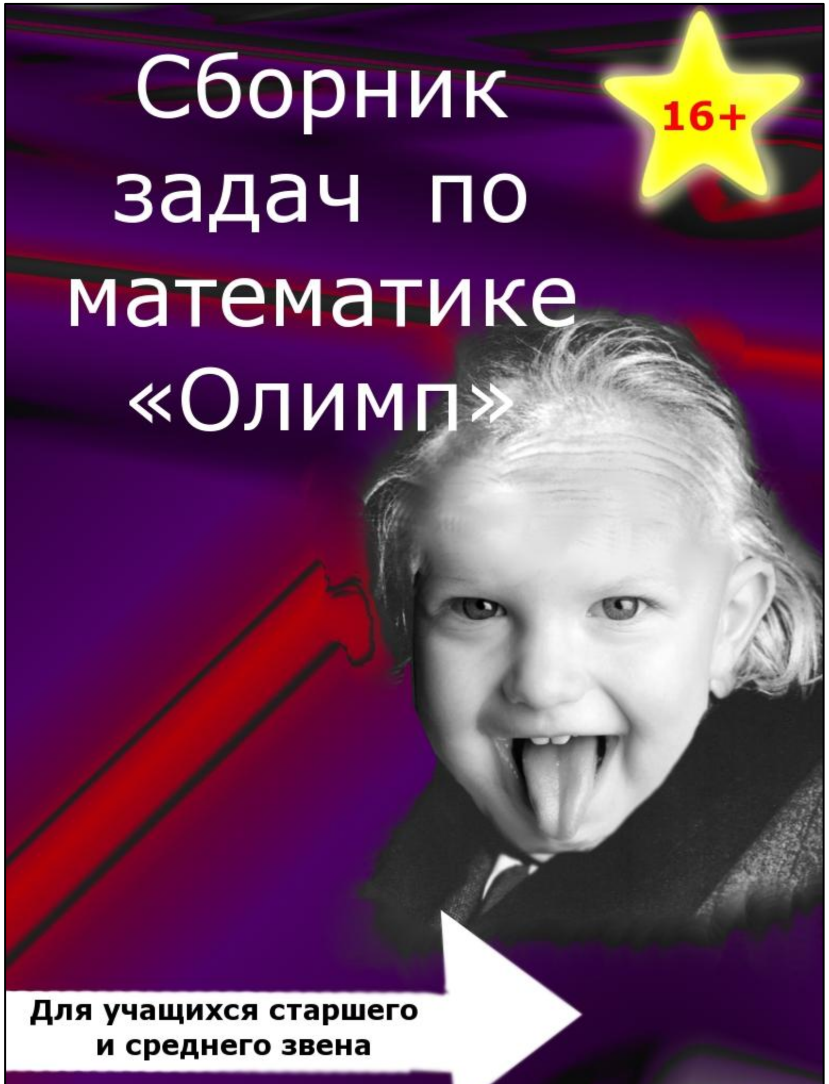
Задача решена?

Нет

Да

Записать ответ.

Доверяй, но проверяй!



Решение математических задач

- Задачи на нахождение отношение элементов в треугольнике и других простейших геометрических фигурах;
- Задачи на нахождение объема и площади сферических тел, многогранников, их элементов и т.д;
- Задачи с использованием векторных преобразований;
- Задачи, сводящиеся к доказательству алгебраических неравенств;

Решение химических задач

Задачи на нахождения процентного содержания вещества в сплаве, растворе;

- Задачи на нахождения массы и массовой доли;
- Задачи на расчет объемных отношений газов при химических реакциях;

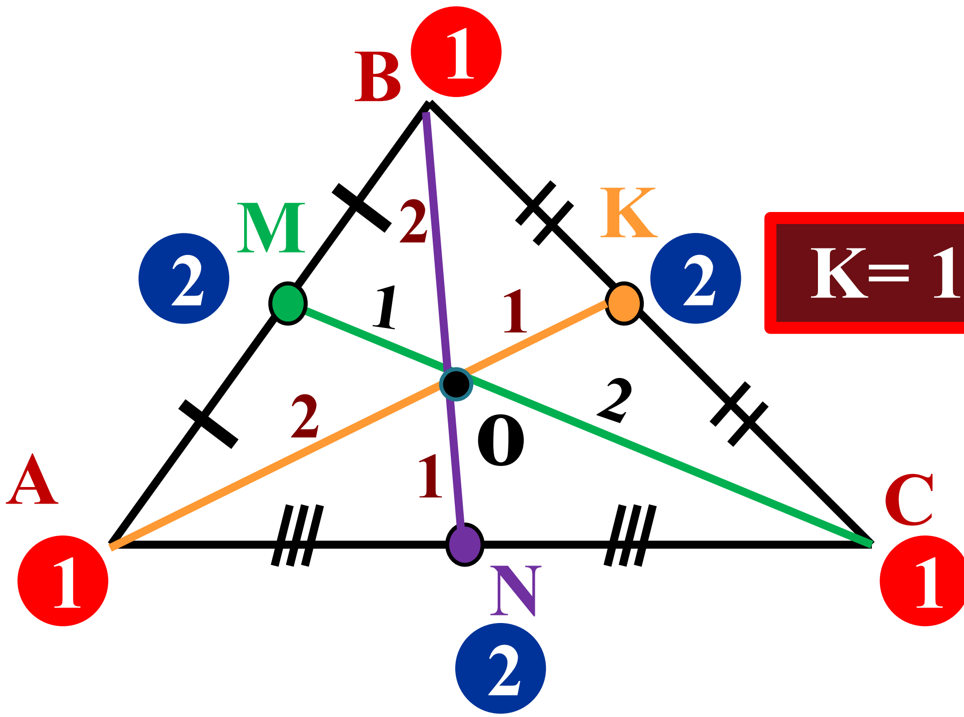
Решение задач естественно научного цикла

- Физические задачи:
  а) задачи на нахождение моментов сил;
  б) задачи на нахождение рычага;
- Расчетные задачи в колориметрии;
- Задачи в популяционной генетике.

Теорема о трех медианах

Докажем теорему Архимеда: ***три медианы треугольника имеют общую точку и каждая из медиан делится этой точкой в отношении 2 : 1, считая от вершины.***

M = 1+1=(2);

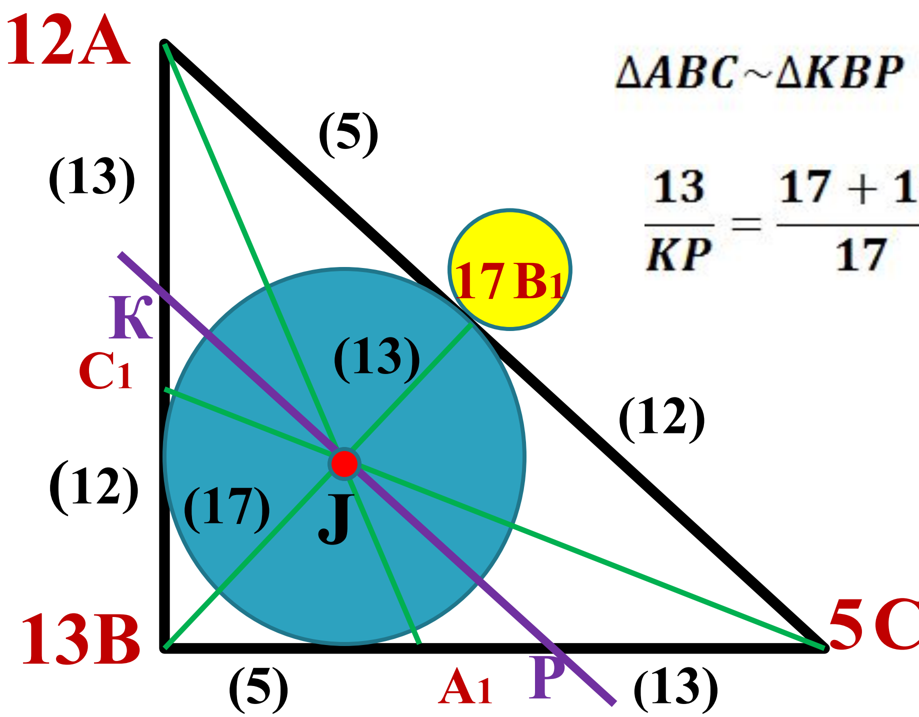


K= 1+1=(2);

N = 1+1=(2);

Планиметрическая задача, С4

Дан прямоугольный треугольник ABC с катетами AB и BC (AB=5, BC=12). Пусть точка J- центр вписанной в треугольник ABC окружности. Прямая проходящая через J, параллельная одной из сторон ABC , пересекает две другие в точках К и Р. Найдите длину отрезка КР.



$$\Delta ABC \sim \Delta KBP \Rightarrow \frac{AC}{KP} = \frac{BB_1}{BJ}$$

$$\frac{13}{KP} = \frac{17+13}{17} \Rightarrow KP = \frac{221}{30}$$

Стереометрическая задача

Дано:

ABCD – тетраэдр;

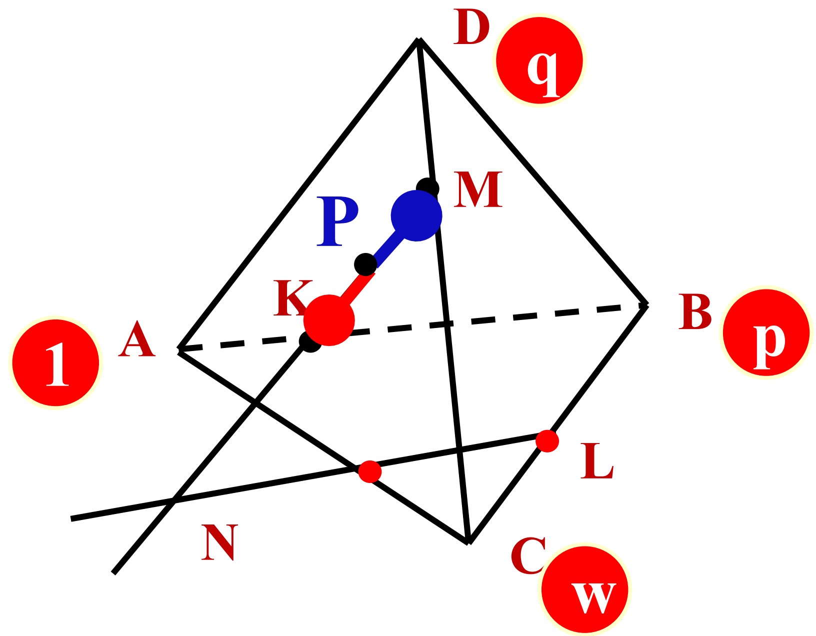
$K \in AB; L \in BC;$

$M \in CD; N \in DA;$

$AK : KB = DM : MC = p;$

$BL : LC = AN : ND = q;$

$\left.\begin{array}{l} KO:MO=q \\ NO:OL=p \end{array}\right\} - ?$



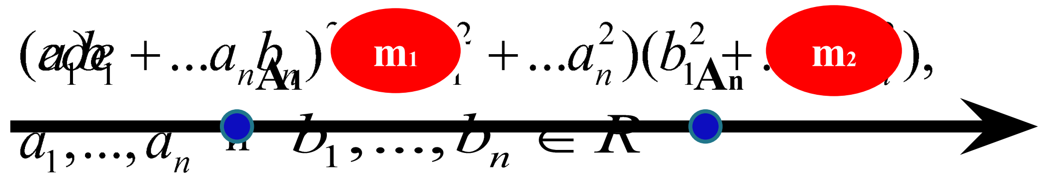
1) Поместим в точки **A, B, C** и **D** массы **1, p, w и q** соответственно и рассмотрим центр масс **p** этой системы точек.

2) Т.к **K** – центр масс точек **A** и **B**, **M** – центр масс точек **C** и **D**, то точка **P** лежит на отрезке **KM** (по правилу рычага), причем **KP:PM=(w+q):(1+p) = q**
Аналогично точка **p** лежит на отрезке **LN**, при чем **NP : PL = p**
Из пункта 3 и 2 | => **KO:MO = q** и **NO:OL = p** ***ч.т.д***

Неравенство Коши - Буняковского

(1) $$(a_1b_1+\dots a_nb_n)^2 \le (a_1^2+\dots a_n^2)(b_1^2+\dots b_n^2),$$

$a_1,\dots,a_n$ и $b_1,\dots,b_n \in R$ $\Bigg\} - ?$



Пусть $m_1, \dots, m_n > 0$. Выберем на числовой оси точки $A_1, \dots, A_n$ с координатами $x_1,\dots,x_n$ и поместим в них массы $m_1,\dots,m_n$. Координаты центра масс м.т $m_1A_1,\dots, m_nA_n$ равна

$$x=\frac{m_1x_1+\dots+m_nx_n}{m_1+\dots+m_n}$$ => *(по свойству однородности)*

$$m_1x_1^2+\dots+m_nx_n^2 \ge \frac{1}{m_1+\dots m_n}(m_1x_1+\dots+m_nx_n)^2$$

Пусть $m_k=b_k^2, x_k=\frac{a_k}{b_k}, k=1,\dots,n$ тогда (1) истинно.

ч.т.д

Химическая задача

3) Определим координаты данных точек. Для этого **p%:100%, где p** – содержание вещества в сплаве

Пример:

Ag (I сплав) = 20%:100% = 0,2;

Cu (II сплав) = 30%:100% = 0,3;

4) I сплав  представится в виде точке P (0,2; 0,5;0,3);

II сплав  представится в виде точки Q (0,45; 0,3; 0,25);

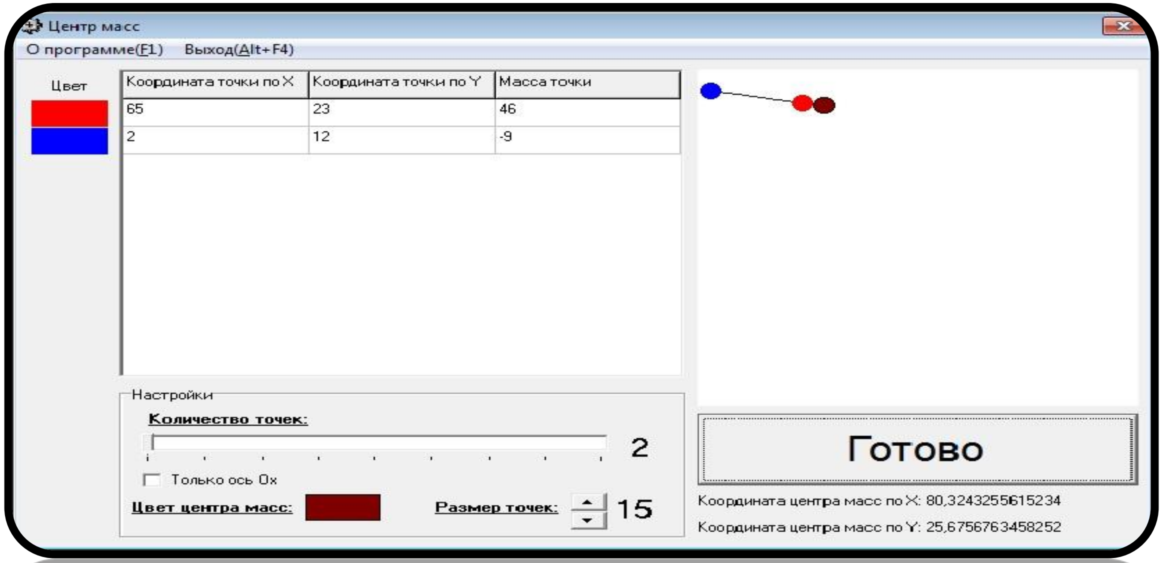
5) $mZ = m_1P + m_2Q \mid => Z = \dfrac{m_1P + m_2Q}{m}$

$$Z_1 = \frac{15\cdot 0,2 + 10\cdot 0,45}{15+10} = 0,3; \quad Z_2 = \frac{15\cdot 0,5 + 10\cdot 0,3}{15+10} = 0,42; \quad Z_3 = \frac{15\cdot 0,3 + 10\cdot 0,25}{15+10} = 0,28.$$

6) $Ag = 0,3\cdot 100\% = 30\%$ $\quad Cu = 0,42\cdot 100\% = 42\%$ $\quad Zn = 0,28\cdot 100\% = 28\%$

Ответ: 30% Ag, 42% Cu, 28% Zn.

Для того, чтобы проверить задачи, предложенные в сборнике мной была создана программа, написанная в среде программирование Borland C++ Builder, определяет центр масс для n-ого количества точек. Также вычисляет координаты центра масс для данных точек и изображает их схематично. Масштаб, цвет и количество тел, материальных точек задается пользователем.



Заключение

- ***В результате данной исследовательской работы было установлено, что барицентрический метод позволяет решать ряд задач, решение которых другим способом является затруднительным;***
- ***Данный метод является универсальным. Границы применимости охватывают широкий спектр наук;***
- ***И действительно, данный метод может быть предложен не только как дополнительный материал на факультативных занятиях в школе, но и как опорный материал при по подготовке к экзаменам в вузах***

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!!!