

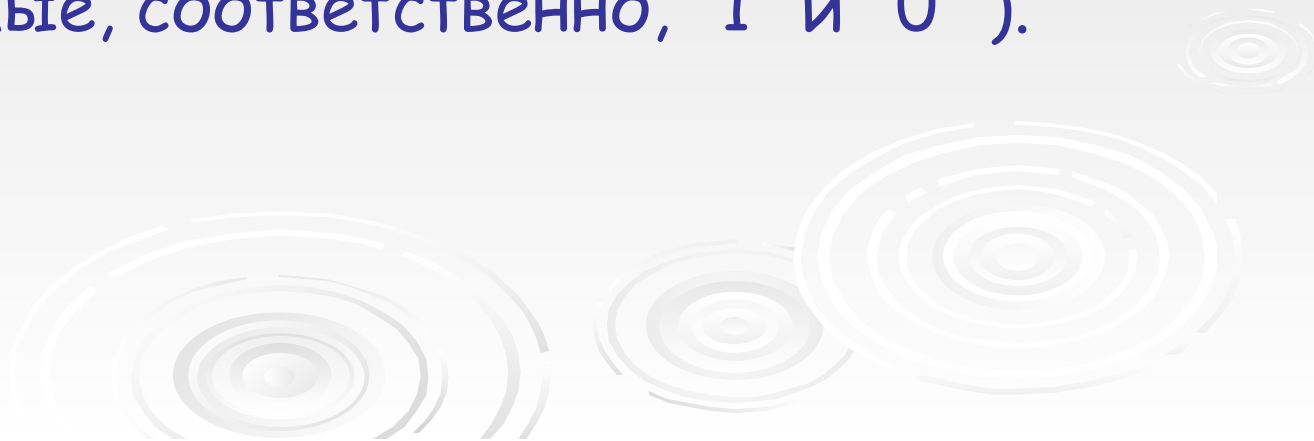
**Базовые логические
операции и функции.
Таблицы истинности.
Контактные схемы.**



Алгебра логики

Алгебра логики — это математический аппарат, с помощью которого записывают, вычисляют, упрощают и преобразовывают логические высказывания.

Логическое высказывание — это любое повествовательное предложение, в отношении которого можно однозначно сказать, истинно оно или ложно (обозначаемые, соответственно, "1" и "0").



Базовые логические операции

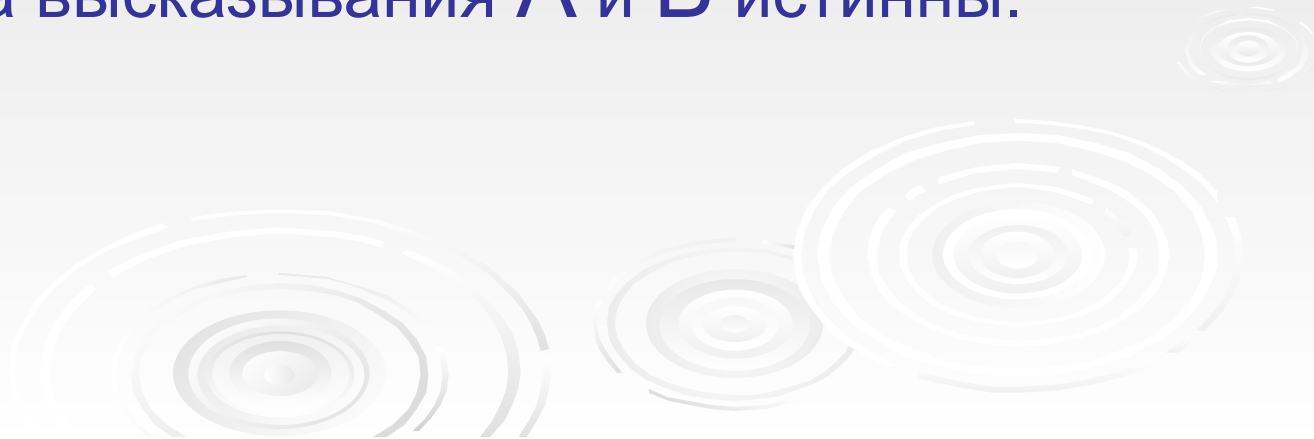
Логическая связка	Названия логической операции	Обозначения
НЕ	Отрицание, инверсия	$\bar{\quad}$ $A, \neg A$
И, А, НО, ХОТЯ	Конъюнкция, логическое умножение	$\&, \cdot, \wedge$
ИЛИ	Дизъюнкция, логическое сложение	$\vee, +$

Конъюнкция

(лат. conjunctio — соединение)

логическая операция, выражаемая связкой "*и*",
называемая **логическим умножением** и
обозначаемая точкой (а также &).

Высказывание ***A*&*B*** истинно тогда и только тогда,
когда оба высказывания ***A*** и ***B*** истинны.



Дизъюнкция

(лат. disjunctio — разделение) – логическая операция, выражаемая связкой "или", называемая **логическим сложением** и обозначаемая знаком \vee (или плюсом).

Высказывание **$A \vee B$** ложно тогда и только тогда, когда оба высказывания **A** и **B** ложны.

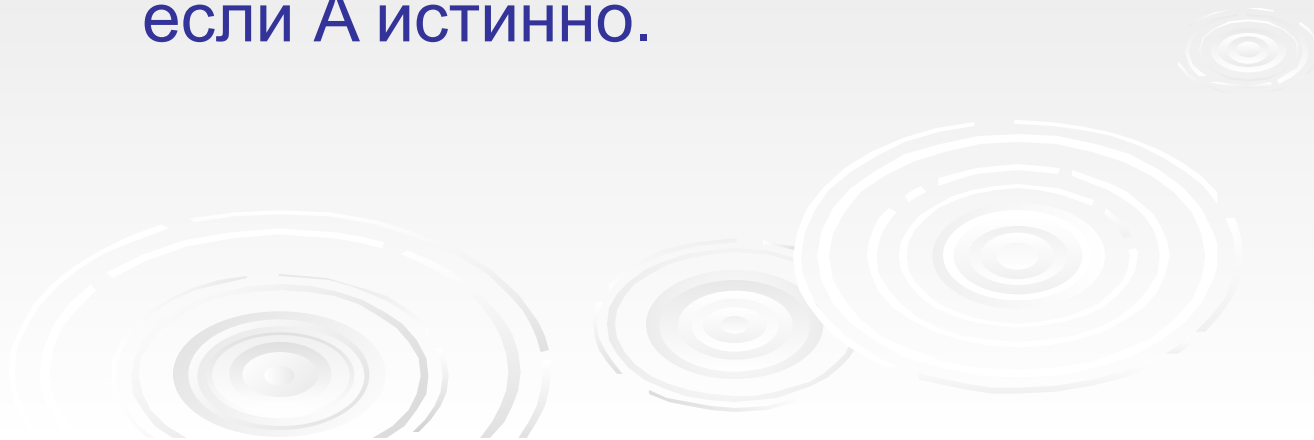


Отрицание

Логическая операция, выражаемая словом «НЕ»

Обозначается чертой над высказыванием
(или знаком \neg).

Результат отрицания - истина, если А ложно, и ложь, если А истинно.



Таблицы истинности

ТАБЛИЦА ИСТИННОСТИ – значения логической формулы для всех наборов значений переменных

РАЗМЕРЫ Т.И.:

Количество строк в *ТИ* находится по формуле:

$$Q=2^n, \text{ где } n \text{ – количество переменных}$$

Количество столбцов:

$$R=n+k, \text{ где } k \text{ – количество простых логических операций в формуле}$$

Таблицы истинности для базовых операций

Отрицание:

p	\bar{p}
0	1
1	0

Конъюнкция:

p	q	$p \& q$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Дизъюнкция:

p	q	$p \vee q$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Порядок выполнения логических операций (приоритет выполнения)

(При выполнении логических операций учитываются
скобки!)

Иначе:

- 1) сначала выполняется операция отрицания ("не")
- 2) затем конъюнкция ("и")
- 3) после - дизъюнкция ("или")

Задание

Составьте таблицу истинности для логической функции формулы:

$$F(A,B) = A \& B \vee \neg A$$

Основные законы алгебры логики



Закон идемпотентности (одинаковости)

$$A \& A = A$$

$$A \vee A = A$$

Действия с константами и отрицаниями

$$A \& \bar{A} = 0 \quad A \vee \bar{A} = 1$$

$$A \& 1 = A \quad A \vee 1 = 1$$

$$A \& 0 = 0 \quad A \vee 0 = A$$

Закон двойного отрицания (исключенного третьего)

=

$$\overline{\overline{A}} = A$$

Закон КОММУТАТИВНОСТИ (переместительный)

$$x \& y = y \& x$$

$$x \vee y = y \vee x$$

Закон дистрибутивности (распределительный)

$$x \& (y \vee z) = (x \& y) \vee (x \& z)$$

$$x \vee (y \& z) = (x \vee y) \& (x \vee z)$$

Закон ассоциативности (сочетательный)

$$(x \& y) \& z = x \& (y \& z)$$

$$(x \vee y) \vee z = x \vee (y \vee z)$$

Закон де Моргана

$$\overline{x \& y} = \bar{x} \vee \bar{y}$$

$$\overline{x \vee y} = \bar{x} \& \bar{y}$$

Формулы склеивания

$$(A \& B) \vee (A \& \bar{B}) = A$$

$$(A \vee B) \& (A \vee \bar{B}) = A$$

Формулы поглощения

$$A \vee (A \& B) = A$$

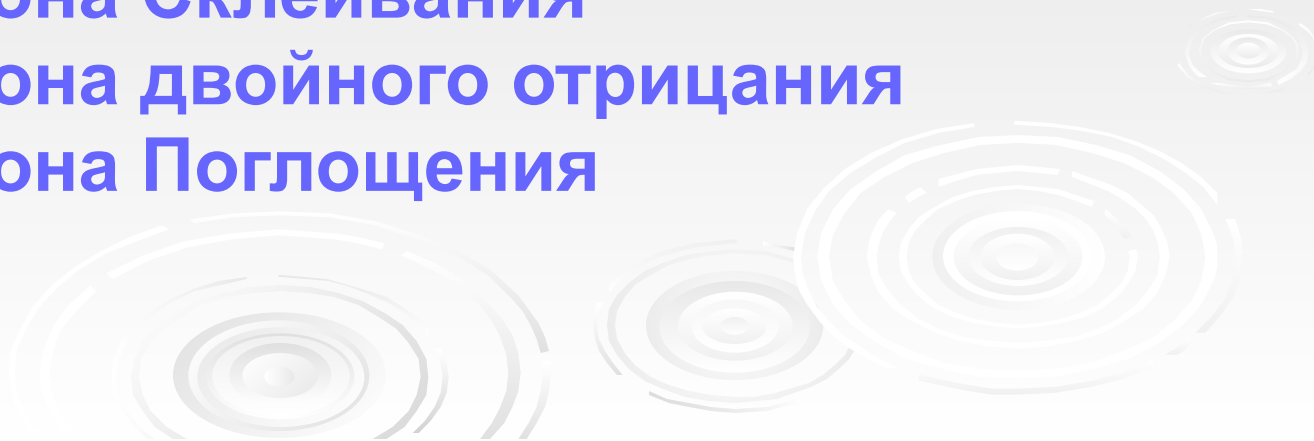
$$A \& (A \vee B) = A$$

$$A \vee (\bar{A} \& B) = A \vee B$$

$$A \& (\bar{A} \vee B) = A \& B$$

Напишите формульное выражение

1. Действий с инверсиями
2. Закона ассоциативности
3. Действий с константами
4. Закона идемпотентности
5. Закона дистрибутивности
6. Закона де Моргана
7. Закона коммутативности
8. Закона Склеивания
9. Закона двойного отрицания
10. Закона Поглощения



Упростите выражение.
Выполните проверку при помощи
таблицы истинности.

1. $(a \downarrow \bar{c}) \rightarrow b$

2. $(b | \bar{c}) \rightarrow a$

3. $(a \downarrow \bar{b}) \rightarrow a$

4. $(a | \bar{b}) \rightarrow c$

Упростите логическое выражения

$$(\bar{A} \& B \& C) \vee (\bar{A} \& (\bar{B} \vee \bar{C})) \vee A$$

$$(A \vee A \& B) \& (A \vee \bar{A} \& B)$$

$$(\bar{B} \vee \bar{C} \& B) \& (\bar{B} \& \bar{C})$$

$$\bar{A} \& B \vee A \& B \& C$$

$$(A \& \overline{B \vee C \vee BC}) \& (A \& \overline{B \vee \bar{B}C})$$

Контактные схемы

Математический аппарат алгебры логики очень удобен для описания того, как функционируют аппаратные средства компьютера, поскольку основной системой счисления в компьютере является двоичная, в которой используются цифры 1 и 0, а значений логических переменных тоже два: "1" и "0".



Контактные схемы

Логическая схема устройства строится на основе электронных элементов. Эти элементы реализуют конкретные логические операции и носят название логических элементов

На вход каждого элемента подаются сигналы, называемые входными. На выходе получаем выходной сигнал.

Если есть сигнал – 1, если нет сигнала – 0.



Контактные схемы

Каждая логическая схема реализует определенную логическую функцию, и при подаче на ее вход строго определенной комбинации входных сигналов мы должны на выходе получить строго определенный результат – 0 или 1

