$\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$

а) Решите уравнение $4\cos^2 x - 8\sin x + 1 = 0$

б). Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$

$$4\cos^2 x - 8\sin x + 1 = 0$$

$$4\left(1 - \sin^2 x\right) - 8\sin x + 1 = 0$$

$$4 - 4\sin^2 x - 8\sin x + 1 = 0$$

$$-4\sin^2 x - 8\sin x + 5 = 0 \;\Big/ \cdot (-1)$$

$$4\sin^2 x + 8\sin x - 5 = 0$$

$$4a^2 + 8a - 5 = 0$$

$$D = 8^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-5) = 144$$

$$a = \frac{-8 \pm 12}{2 \cdot 4} = \left[\begin{array}{l} a_1 = -\frac{20}{8}; \\ a_2 = \frac{1}{2} \end{array}\right.$$

$$\sin x = -\frac{5}{2} \notin [-1; 1]$$

$$\sin x = \frac{1}{2} \qquad x = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n,\ n \in Z.$$

б). Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$

$$x = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n,\ n \in Z.$$

б).

Отберем корни методом перебора. Повтор

если n – четное, то $(-1)^n = 1$,

если n – нечетное, то $(-1)^n = -1$.

Ответ: $-\frac{11\pi}{6}$

0-чет.

$$n = 0,\ mo\ x = (-1)^0 \frac{\pi}{6} + \pi \cdot 0 = 1 \cdot \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{6} \notin \left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$$

-1 нечет.

$$n = -1,\ mo\ x = (-1)^{-1} \frac{\pi}{6} + \pi \cdot (-1) = -\frac{\pi}{6} - \pi = -\frac{7\pi}{6} \notin \left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$$

-2 чет.

$$n = -2,\ mo\ x = (-1)^{-2} \frac{\pi}{6} + \pi \cdot (-2) = \frac{\pi}{6} - 2\pi = -\frac{11\pi}{6} \in \left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$$

сравним $-\frac{7\pi}{6}$ *и* $-\frac{9\pi}{6}$ ($-\frac{3\pi}{2}$)

-3 нечет.

$$n = -3,\ mo\ x = (-1)^{-3} \frac{\pi}{6} + \pi \cdot (-3) = -\frac{\pi}{6} - 3\pi = \underbrace{\ldots}_{\text{очевидно}} \notin \left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$$

Вычислять корни с номерами n<–3 уже не имеет смысла, они не войдут в заданный промежуток.
Очевидно, что при n>0 корней принадлежащих заданному промежутку не будет. Перебор окончен.

б). Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$

$$\sin x = \frac{1}{2}$$

Отбор корней с помощью числовой окружности.