

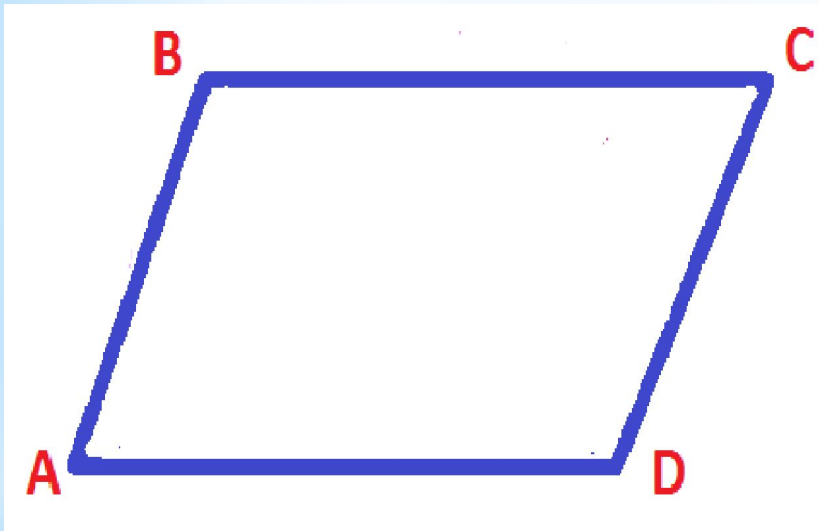
ГБОУ гимназия г. Сызрани Самарской
области

Четырехугольники.
Свойства четырехугольников.
Решение задач

Автор:
Константинова Ирина
Альбертовна,
учитель математики
261-106-202

2012 год

Параллелограмм



Параллелограмм – это четырехугольник, у которого противоположные стороны параллельны.

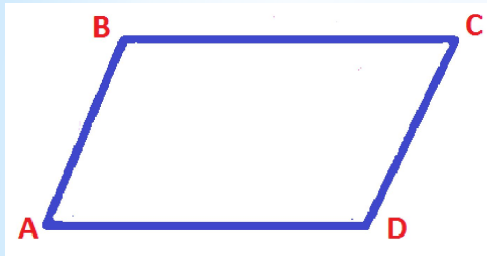
$$AB \parallel CD \text{ и } BC \parallel AD$$

ABCD - параллелограмм

Свойства углов параллелограмма



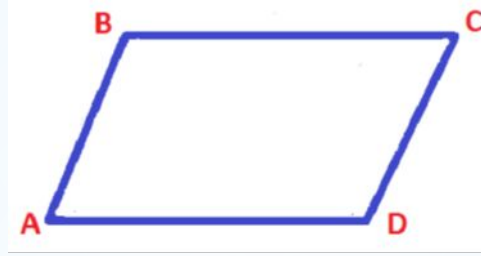
Сумма соседних углов
равна 180°



$\angle A + \angle B = 180^\circ$,
т.к. они являются
односторонними при
параллельных прямых
 BC и AD , и секущей AB



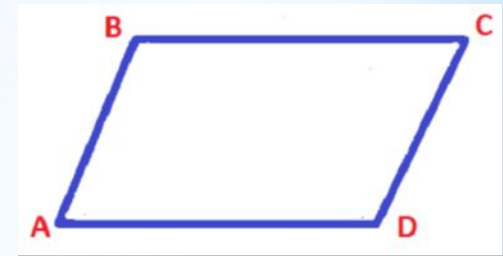
Противоположные углы
параллелограмма
равны



$\angle A + \angle B = 180^\circ$
 $\angle C + \angle B = 180^\circ$,
углы A и C дополняют
угол B до 180° , значит
они равны, т.е. $\angle A = \angle C$.
Аналогично $\angle B = \angle D$.



Сумма углов
параллелограмма равна
 360°



$S = 180^\circ(n-2)$,
где $n = 4$ – число углов,
значит
 $S = 180^\circ(4-2) = 360^\circ$ -
сумма углов.

Свойство сторон параллелограмма

Противоположные стороны параллелограмма равны.

Докажем, что

$$AB = CD \text{ и } BC = AD.$$

Проведем диагональ BD .

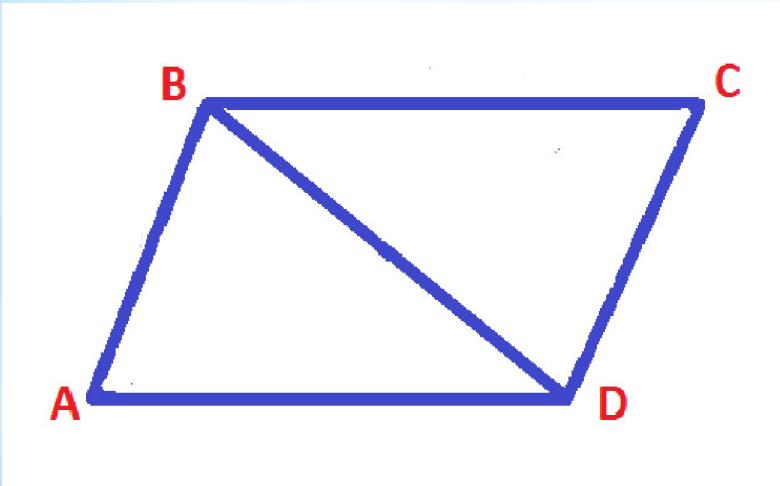
Получили два треугольника ABD и CDB .

Они равны, т.к.

- * BD – общая сторона,
- * $\angle ABD = \angle CDB$ (накрест лежащие при $AB \parallel CD$ и секущей BD),
- * $\angle ADB = \angle DBC$ (накрест лежащие при $BC \parallel AD$ и секущей BD).

Из равенства треугольников следует равенство соответствующих сторон, т.е.

$$AB = CD, BC = AD$$

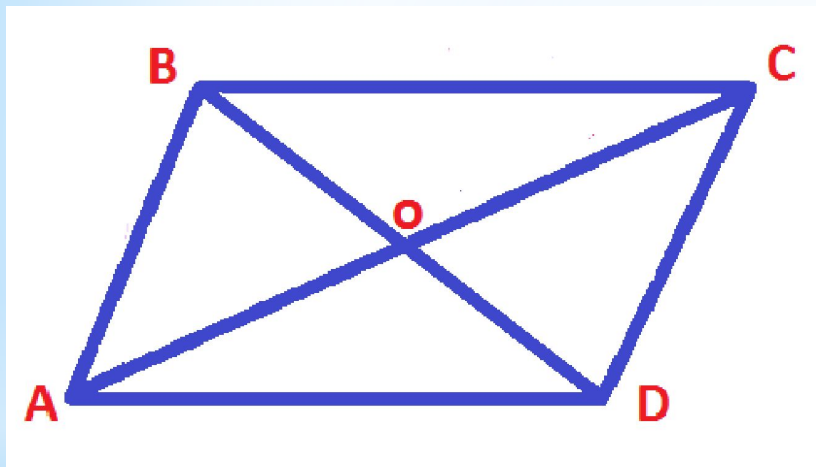


Свойство диагоналей параллелограмма

Диагонали параллелограмма пересекаются
и точкой пересечения делятся пополам

Докажем, что точка O – середина
диагоналей AC и BD .

Треугольники BOC и DOA равны,
т.к.



* $BC = AD$ (по свойству сторон
параллелограмма),

* $\angle OBC = \angle ODA$ (накрест лежащие
при
 $BC \parallel AD$ и секущей BD),

* $\angle BCO = \angle OAD$ (накрест лежащие
при

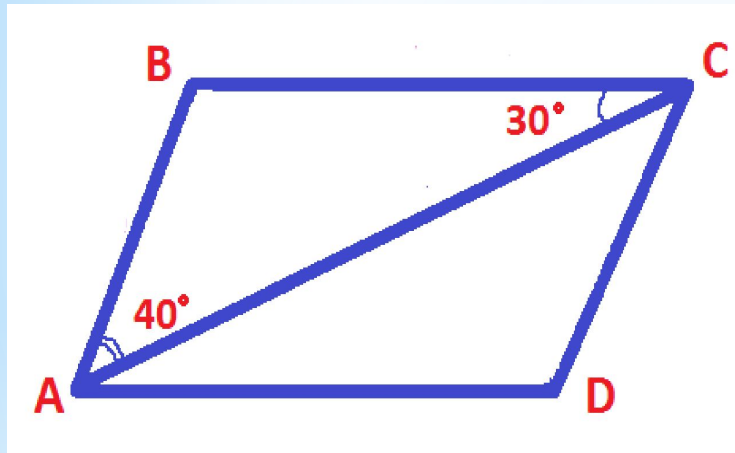
$BC \parallel AD$ и секущей AC).

Из равенства треугольников следует
равенство соответствующих сторон, т.е.

$BO = OD$, $CO = OA$, значит O – середина
диагоналей AC и BD .

Параллелограмм. Решение задач

Задача: В параллелограмме ABCD проведена диагональ AC. $\angle BCA = 30^\circ$, $\angle BAC = 40^\circ$. Найдите все углы параллелограмма.



Решение:

Рассмотрим $\triangle BAC$.

У него $\angle BCA = 30^\circ$, $\angle BAC = 40^\circ$,
значит $\angle B = 180^\circ - (30^\circ + 40^\circ) = 110^\circ$.

$$\angle B = \angle D = 110^\circ$$

(по свойству противоположных углов),

$$\angle A + \angle B = 180^\circ, \Rightarrow$$

$$\angle A = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ,$$

$$\angle C = \angle A = 70^\circ$$

(по свойству противоположных

углов параллелограмма)

Ответ: $\angle C = \angle A = 70^\circ$, $\angle B = \angle D = 110^\circ$

Параллелограмм. Решение задач

Задача: Найдите стороны параллелограмма, если две его стороны относятся как 4:5, а периметр равен 72 см.

Решение :

Т. к. отношение сторон равно 4: 5, то речь в условии задачи идет о соседних сторонах параллелограмма.

$4+5 = 9$ – частей на сумму сторон АВ и ВС.

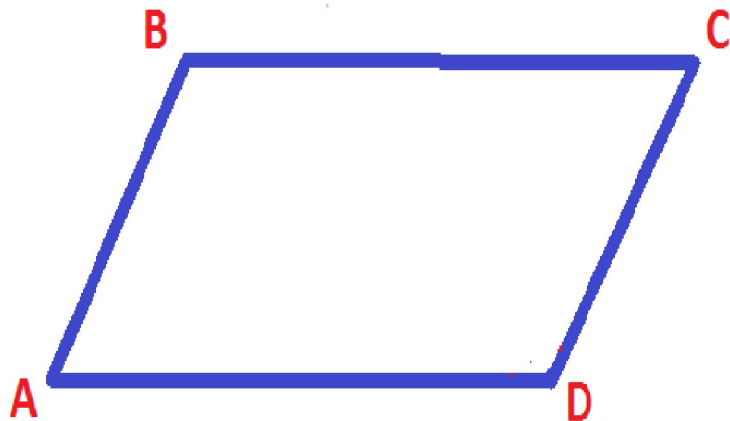
$$AB + BC = 72 : 2 = 36 \text{ см,}$$

$36 : 9 = 4$ (см) – одна часть,

$$AB = 4 \cdot 4 = 16 \text{ (см), } BC = 4 \cdot 5 = 20 \text{ (см).}$$

$$CD = AB = 16 \text{ см, } AD = BC = 20 \text{ см}$$

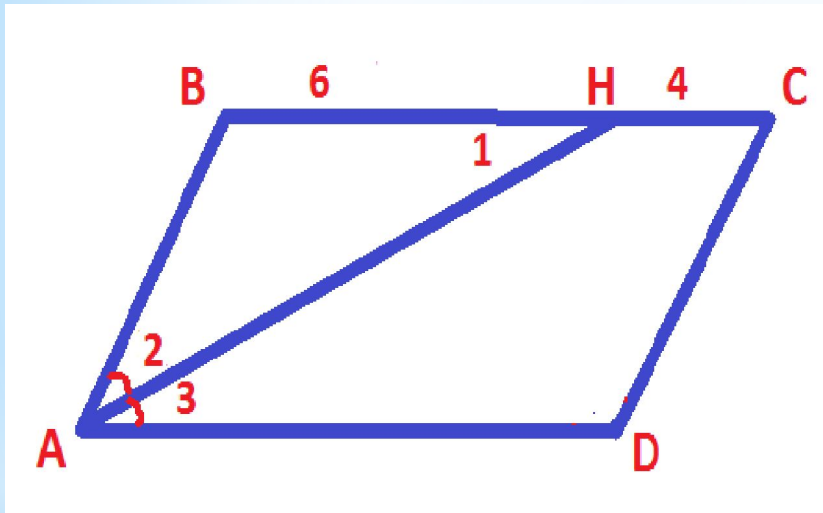
(по свойству сторон параллелограмма)



Ответ: $CD = AB = 16$ см,
 $AD = BC = 20$ см

Параллелограмм. Решение задач

Задача: в параллелограмме ABCD проведена биссектриса угла A. Она разбивает сторону BC на отрезки $BH = 6$ см и $HC = 4$ см. Найдите периметр параллелограмма.



Решение:

$\angle 3 = \angle 2$, т.к. AH – биссектриса,
 $\angle 1 = \angle 3$ (накрест лежащие при $BC \parallel AD$ и секущей AH), $\Rightarrow \angle 1 = \angle 2$,

$\triangle ABH$ – равнобедренный (по признаку),

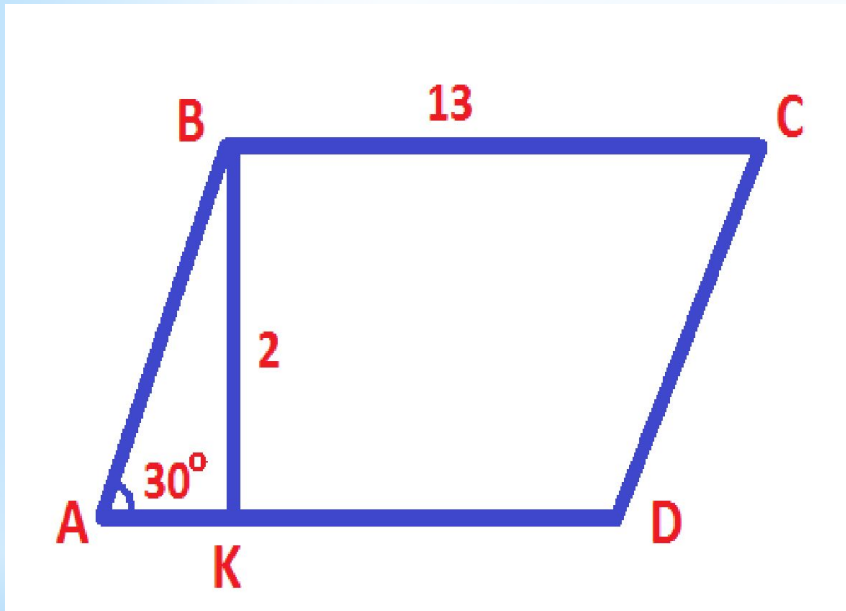
$$BC = AD = 10 \text{ см}, AB = CD = 6 \text{ см}.$$

$$P = 2 \cdot (10 + 6) = 32 \text{ см}.$$

Ответ: $P = 32$

см.

Параллелограмм. Решение задач



Задача: ABCD – параллелограмм.
Высота BK равна 2 см, $\angle A = 30^\circ$,
сторона BC = 13 см. Найти периметр
параллелограмма.

Решение.

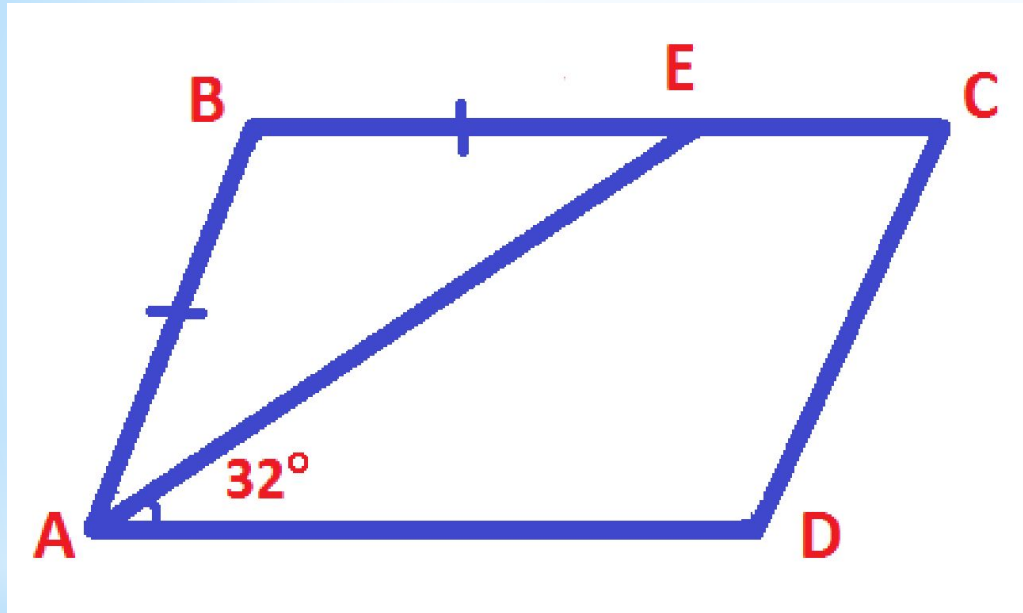
* $\triangle ABK$ – прямоугольный, $\angle A = 30^\circ$, \Rightarrow
 $BK = \frac{1}{2} AB$, $\Rightarrow AB = 2 BK$, $AB = 4$ см

* $P = 2 \cdot (AB + BC)$, $P = 2 \cdot$
 $(4 + 13) = 34$ (см).

Ответ: 34 см

**Решение задач по готовым
чертежам с последующей
самопроверкой**

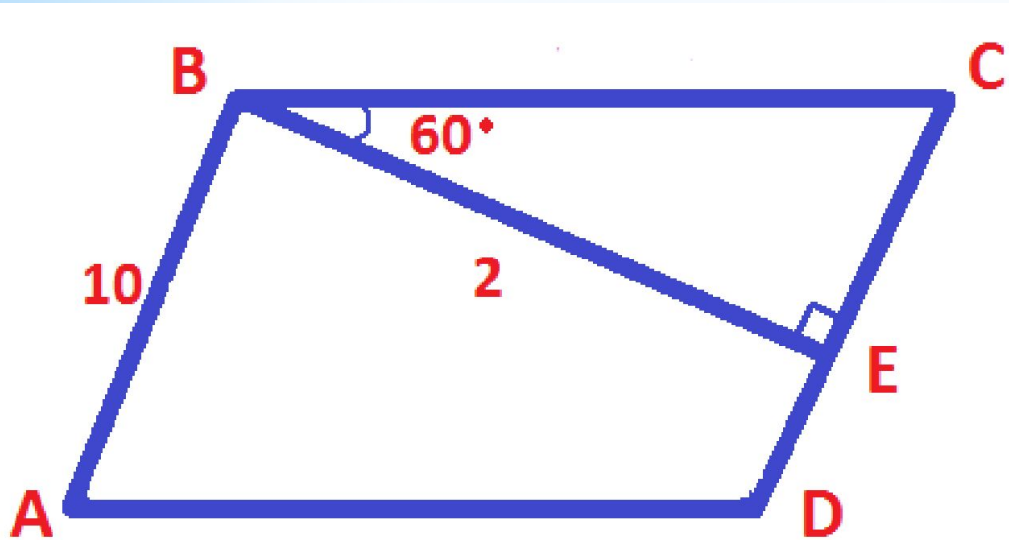
Параллелограмм. Решение задач



Задача: ABCD –
параллелограмм.
Найти углы C и D.

Ответ: $\angle C = 64^\circ$,
 $\angle D = 116^\circ$.

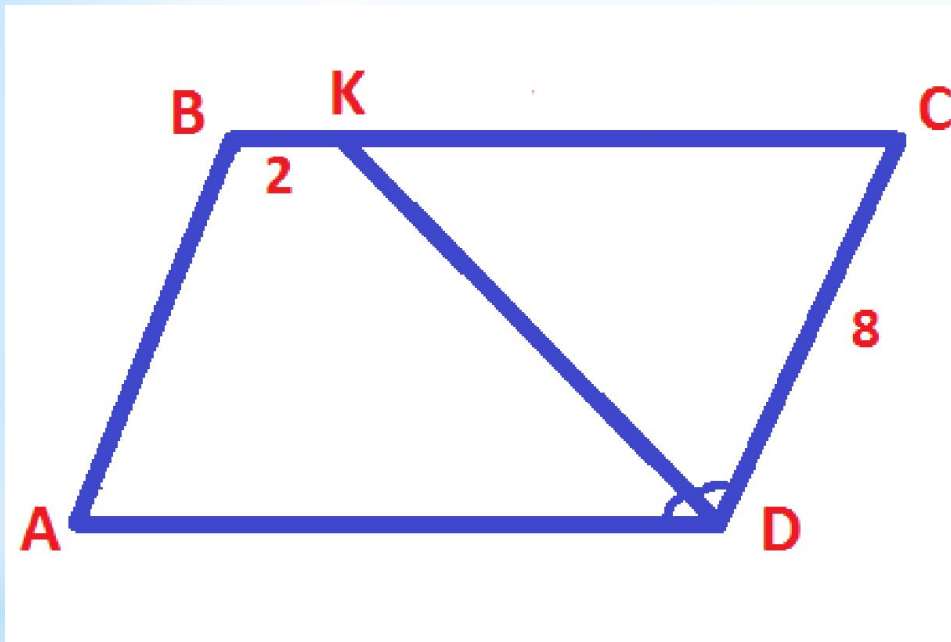
Параллелограмм. Решение задач



Задача: $ABCD$ –
параллелограмм.
Найти AD и DC .

Ответ: $DC=10$ см, $AD=4$
см.

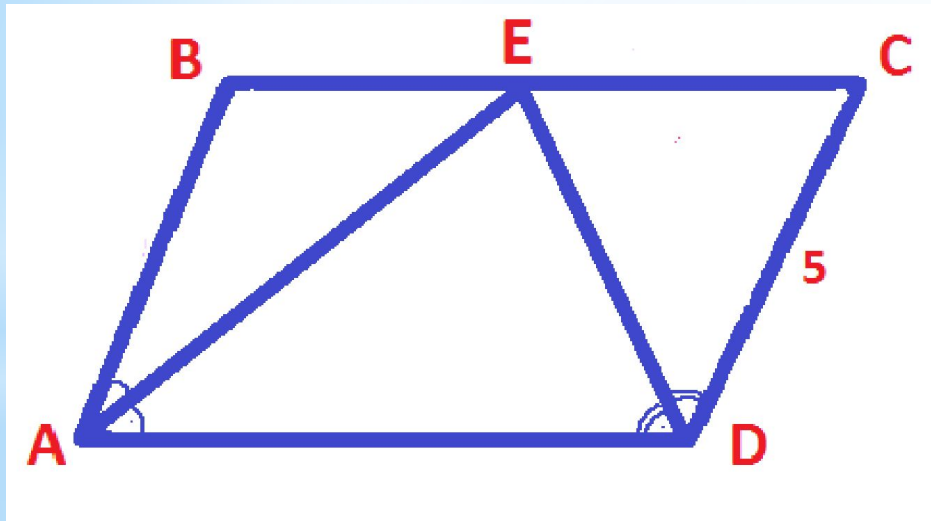
Параллелограмм. Решение задач



Задача: $ABCD$ –
параллелограмм.
Найти AD .

Ответ: $AD=10$
см.

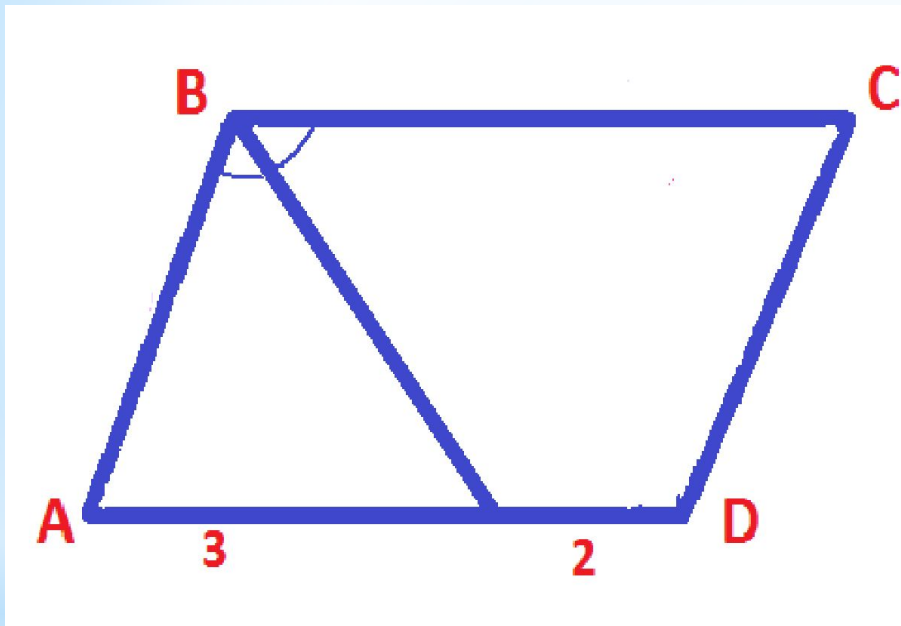
Параллелограмм. Решение задач



Задача: ABCD –
параллелограмм.
Найти периметр
ABCD и $\angle AED$.

Ответ: $P=30$ см,
 $\angle AED=90^\circ$.

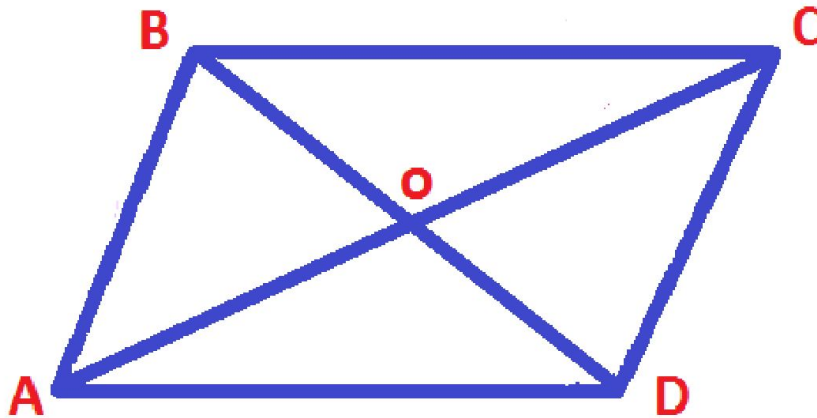
Параллелограмм. Решение задач



Задача: ABCD – параллелограмм. Найти периметр ABCD.

Ответ: $P=16$ см.

Параллелограмм. Решение задач

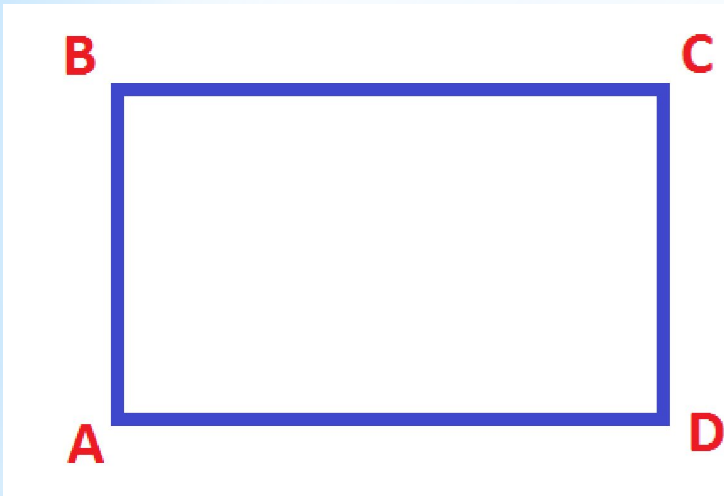


$AC=20\text{ см}$, $BD=10\text{ см}$,
 $AB=13\text{ см}$

Задача: $ABCD$ –
параллелограмм.
Найти периметр
 $\triangle COD$.

Ответ: $P=28$
см

Прямоугольник

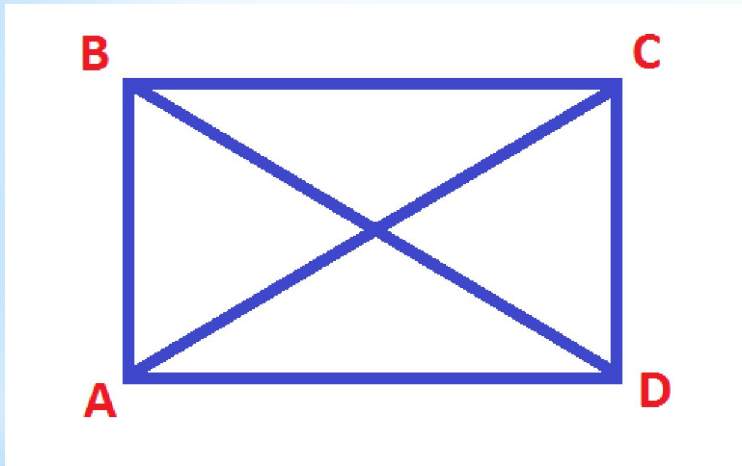


Прямоугольник – это параллелограмм, у которого все углы прямые.

$$\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90$$

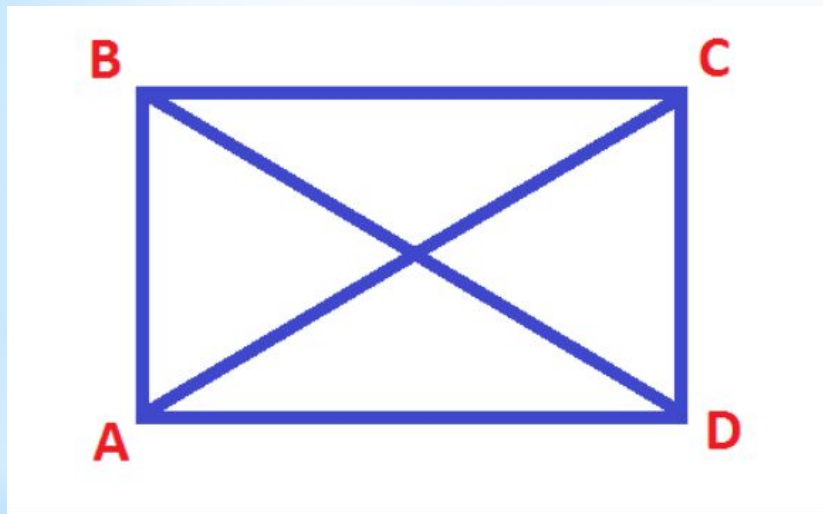
o

Свойства прямоугольника



- Противоположные стороны равны
- Диагонали равны
- Все углы прямые
- Диагонали точкой пересечения делятся пополам

Свойство диагоналей прямоугольника



**Диагонали прямоугольника
равны.**

Доказательство:

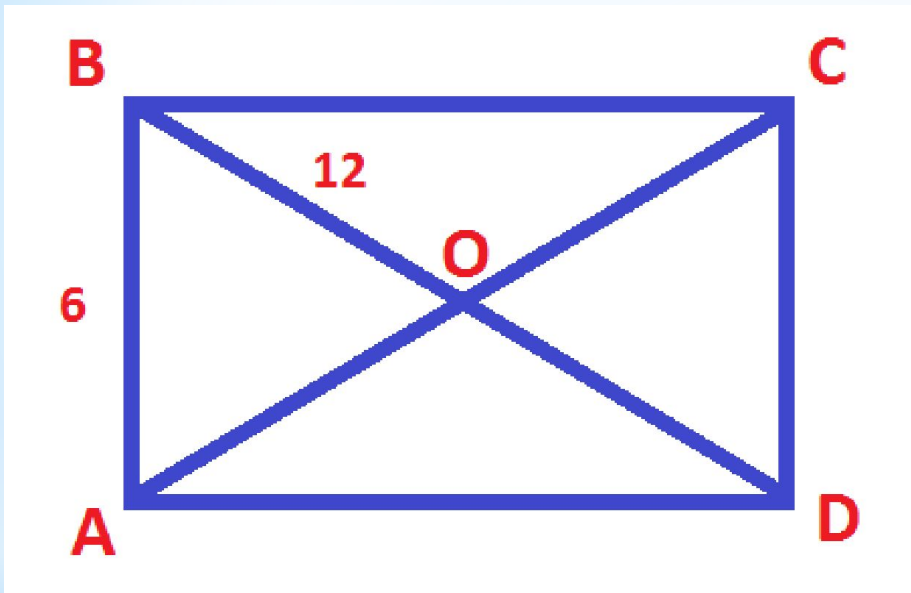
Прямоугольные треугольники
BAD и CDA равны по двум
катетам

($AB=CD$, AD – общий катет).

Отсюда следует, что гипотенузы
треугольников равны,

т.е. $AC=BD$.

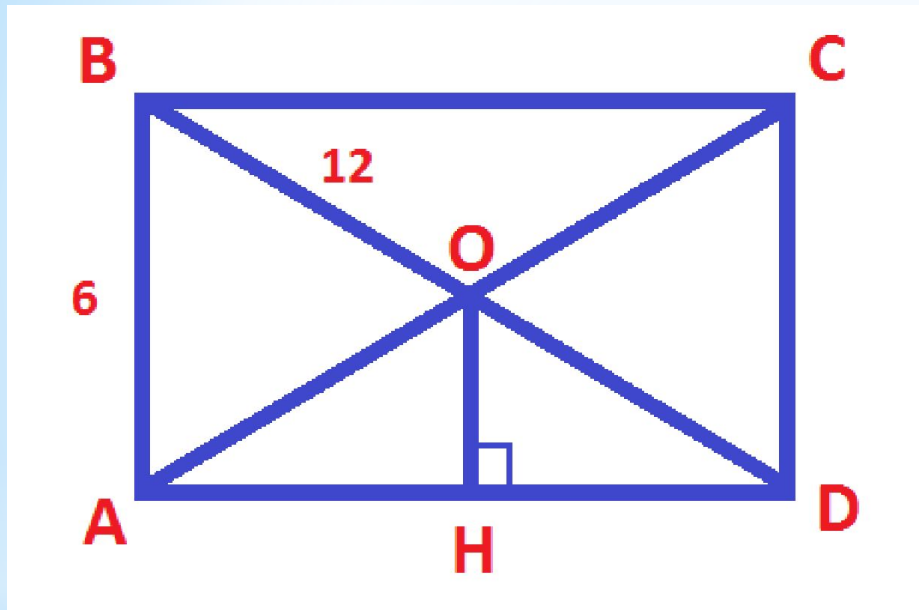
Прямоугольник. Решение задач



Задача: ABCD –
прямоугольник.
Найти $\angle COD$,
если $BD=12$ см,
 $AB=6$ см.

Ответ:
 60°

Прямоугольник. Решение задач



Задача:

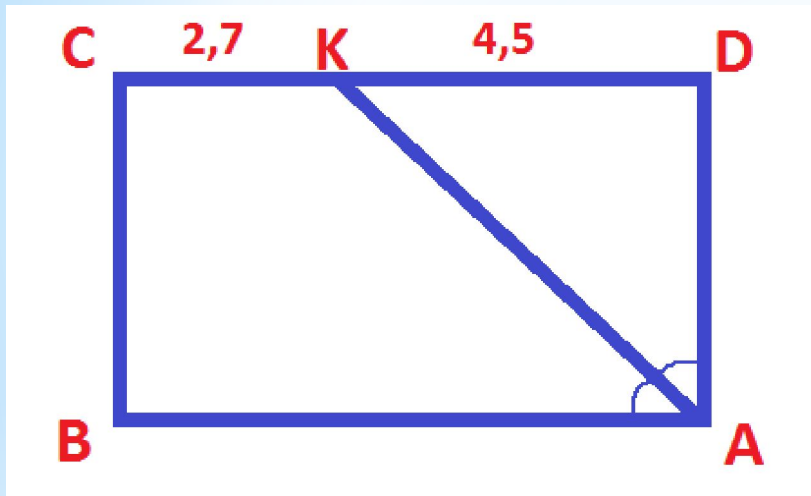
ABCD –
прямоугольник.
Найти OH, если
 $BD=12$ см, $AB=6$ см.

Ответ: 3

см

Прямоугольник. Решение задач

Задача:



ABCD – прямоугольник.

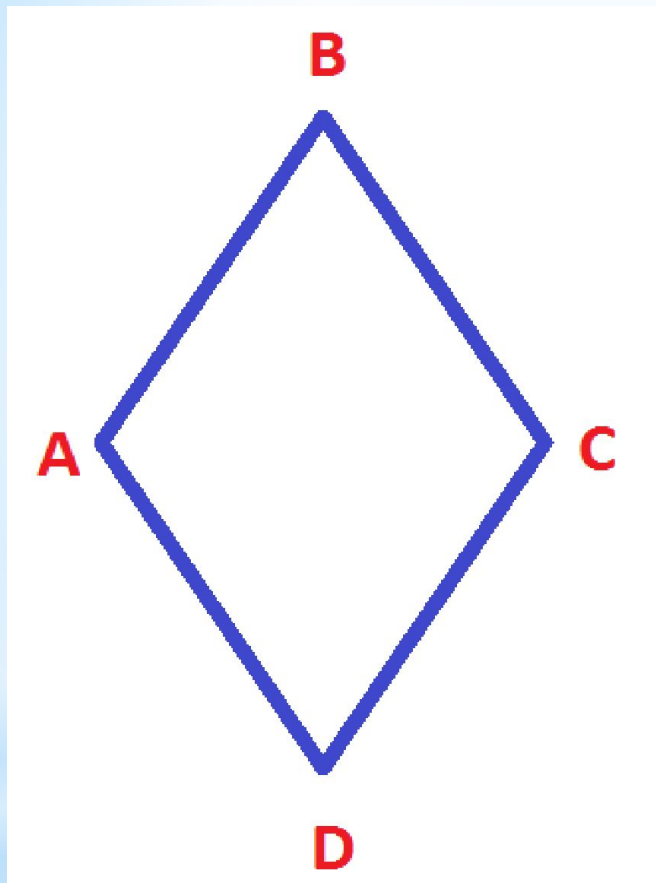
AK – биссектриса $\angle A$,
CK=2,7 см, KD =4,5 см.

Найти периметр
ABCD.

Ответ: $P=23,4$

см

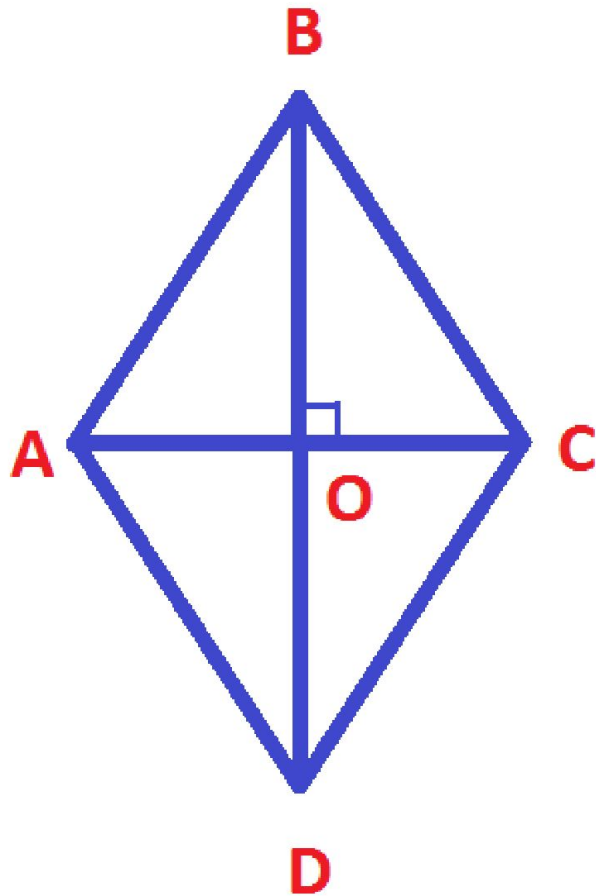
Ромб



Ромб – это параллелограмм, у которого все стороны равны.

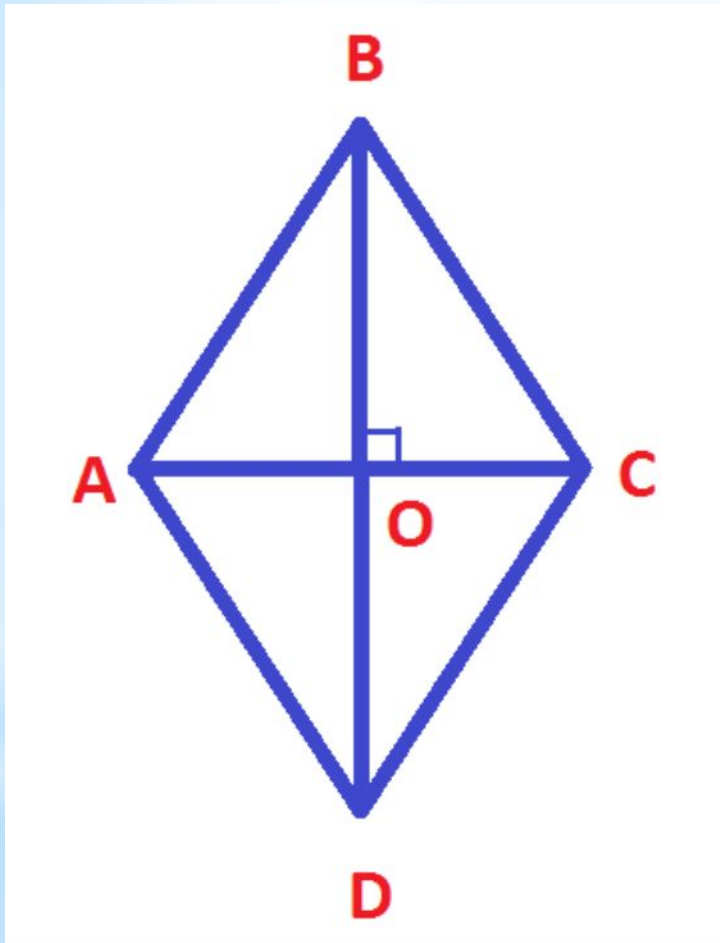
$$AB=BC=CD=DA$$

Свойства ромба



- ➔ Все стороны равны
- ➔ Противоположные углы равны
- ➔ Диагонали ромба перпендикулярны
- ➔ Диагонали ромба – биссектрисы углов ромба

Свойства диагоналей ромба



Диагонали ромба взаимно перпендикулярны и делят его углы пополам.

Доказательство:

Рассмотрим ромб ABCD.

По определению ромба $AB=AD$, поэтому треугольник BAD равнобедренный.

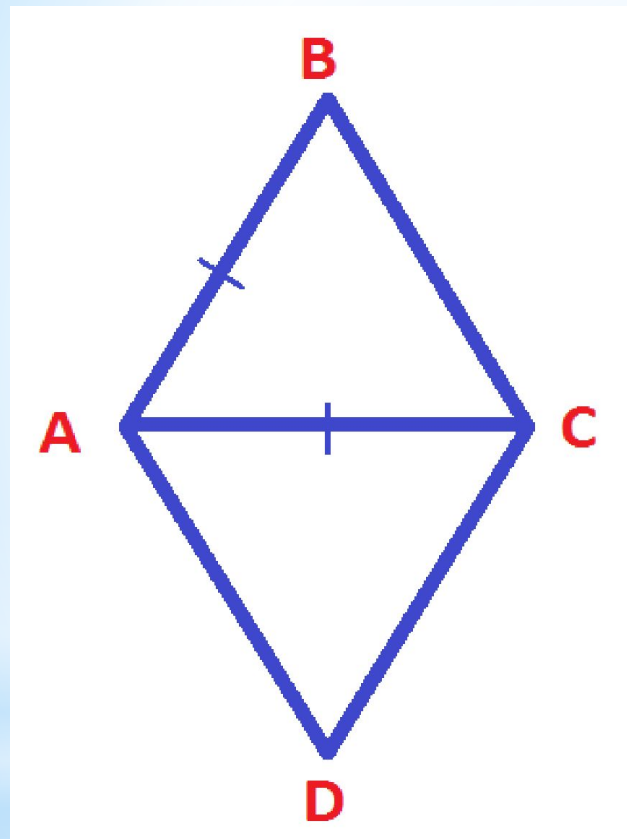
Т.к. ромб – параллелограмм, то его диагонали точкой O делятся пополам.

Следовательно, AO – медиана треугольника BAD, а значит, высота и биссектриса этого треугольника.

Итак, $AC \perp BD$ и $\angle BAC = \angle DAC$, ч.т.

д.

Ромб. Решение задач



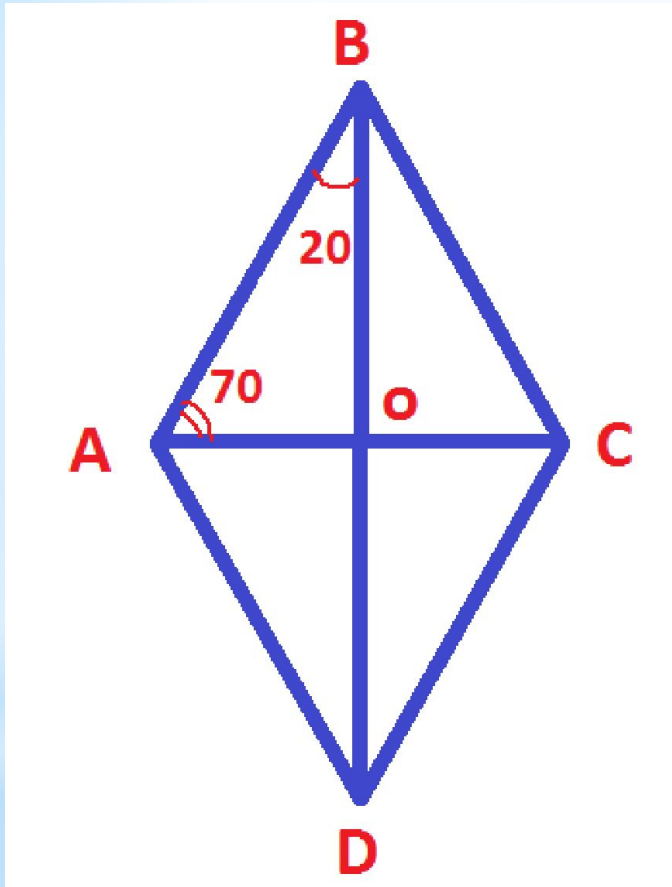
Задача:

ABCD – ромб.
Найдите углы
ромба, если
 $AB=AC$

Ответ:

$60^\circ, 60^\circ, 120^\circ, 120^\circ$

Ромб. Решение задач



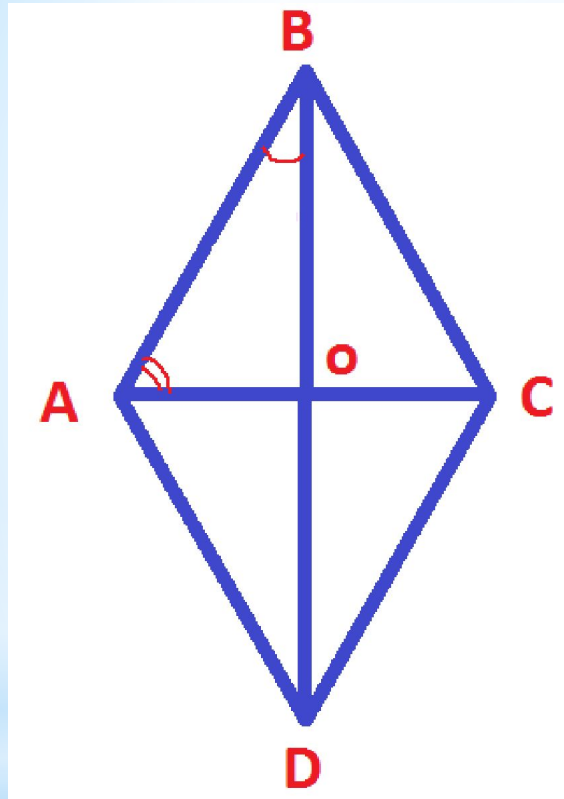
Задача:

ABCD – ромб. Найдите углы ромба, если сторона АВ ромба образует с диагоналями углы $70^\circ, 20^\circ$.

Ответ:

$40^\circ, 40^\circ, 140^\circ, 140^\circ$

Ромб. Решение задач



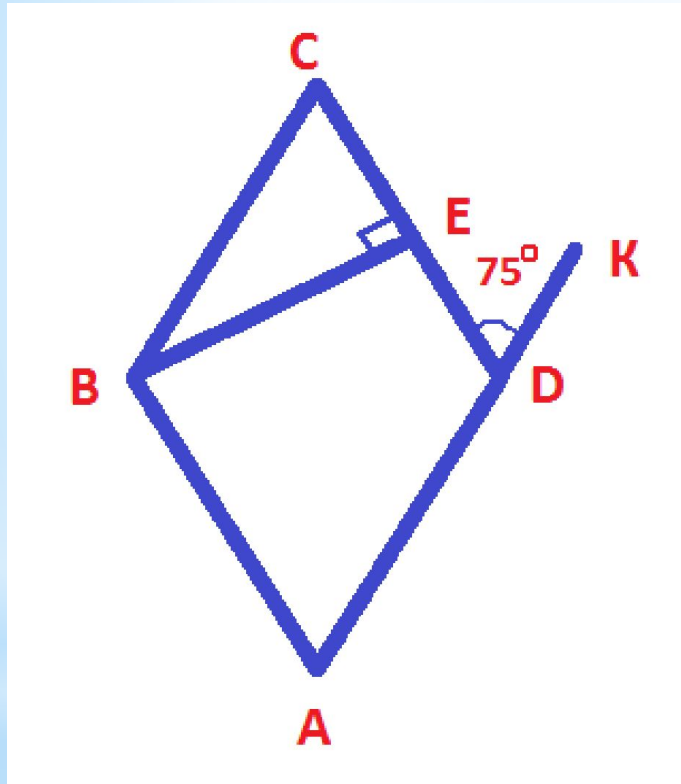
Задача:

ABCD – ромб. Найдите углы ромба, если сторона AB ромба образует с диагоналями углы, такие, что один больше другого на 10° .

Ответ:

$80^\circ, 80^\circ, 100^\circ, 100^\circ$

Ромб. Решение задач

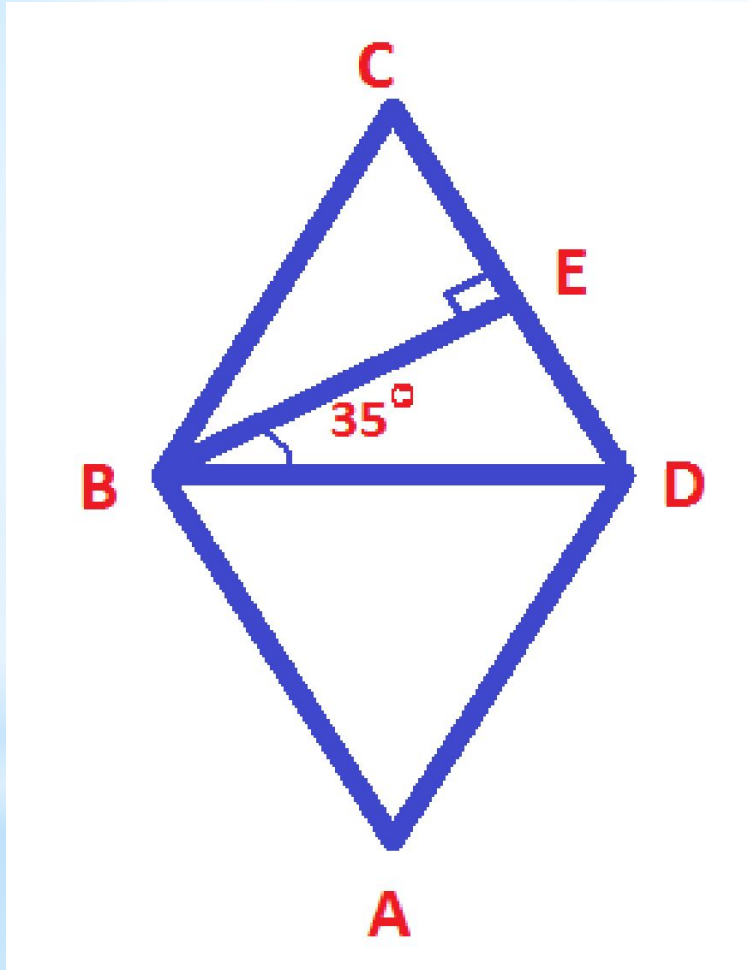


Задача:

$ABCD$ – ромб. Найти $\angle CBE$

Ответ: 15°

Ромб. Решение задач



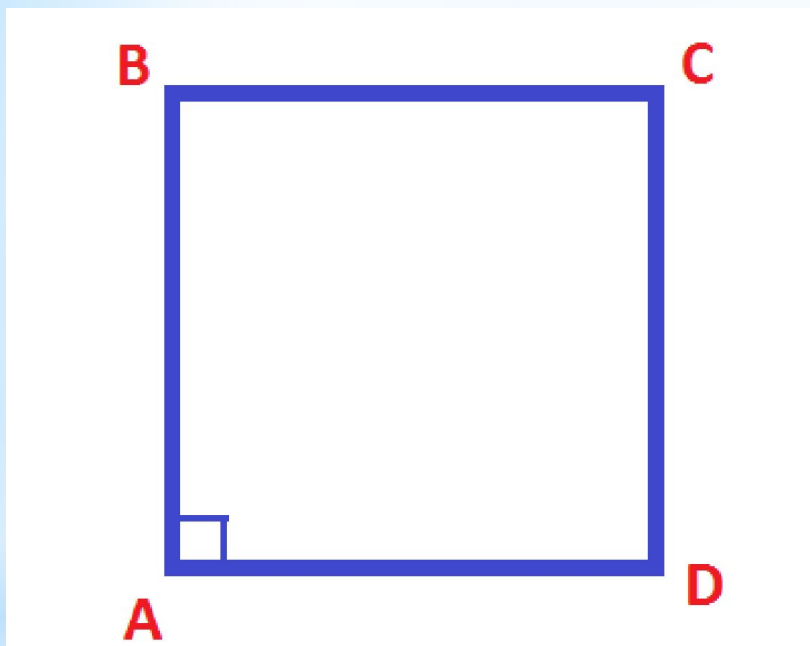
Задача:

ABCD – ромб.

Найти $\angle C$.

Ответ: 70°

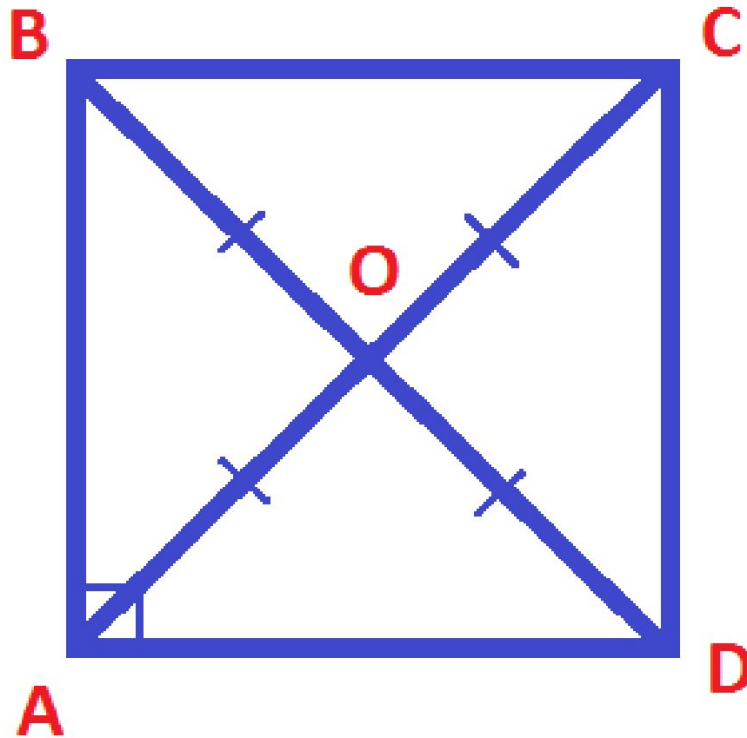
Квадрат



**Квадрат –
это прямоугольник,
у которого все
стороны
равны.**

$$AB = BC = CD = DA$$

Квадрат. Свойства квадрата



- Все стороны равны
- Диагонали равны
- Все углы прямые
- Диагонали перпендикулярны
- Диагонали делятся точкой пересечения пополам
- Диагонали – биссектрисы углов квадрата

Литература

- 1.** Л.С. Атанасян «Геометрия. 7-9 классы»
- 2.** Гаврилова Н.Ф. Поурочные разработки по геометрии, 8 класс
- 3.** Н.Б. Мельникова «Контрольные работы по геометрии»
- 4.** Л.С. Атанасян «Дидактические материалы по геометрии 8 класс»