Высшее назначение математики …
состоит в том, чтобы находить скрытый порядок в хаосе, который нас окружает.

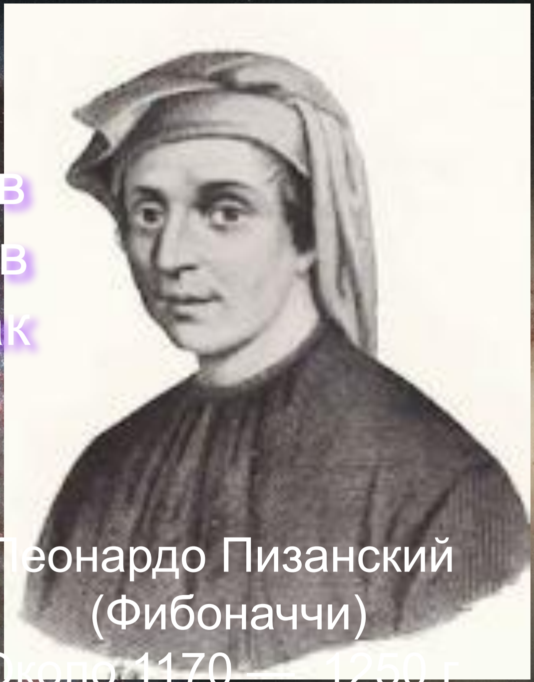
Винер Н.

Числа Фибоначчи

1 1 2 3 [illegible] 8 13 21 …

ТПУ ИПР Томскк
Автор: Константин Шелепов
Преподаватель: Тарбокова Т.В.

Величайшим математиком Европы в средние века был Леонардо из Пизы, в современности он больше известен как Фибоначчи.



Леонардо Пизанский
(Фибоначчи)
Около 1170 — 1250 г.

Его отец был купцом, и Леонардо много путешествовал с ним. В путешествиях он получил те знания, которые помогли ему в дальнейшей работе.

От арабов Леонардо узнал о существовании индийской ныне «арабской» десятичной системы счисления с ее позиционными обозначениями и нулем.

Арабская система счисления

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Римская система счисления

1	I	11	XI	30	XXX	400	CD
2	II	12	XII	40	XL	500	D
3	III	13	XIII	50	L	600	DC
4	IV	14	XIV	60	LX	700	DCC
5	V	15	XV	70	LXX	800	DCCC
6	VI	16	XVI	80	LXXX	900	CM
7	VII	17	XVII	90	XC	1000	M
8	VIII	18	XVIII	100	C	2000	MM
9	IX	19	XIX	200	CC	3000	MMM
10	X	20	XX	300	CCC	4000	MMMM

В своем известном труде «Книга об абаке» Фибоначчи показывает превосходство десятичной системы над римской.

Памятник Леонардо

Задача про кроликов

 - пара, не дающая потомство

 - пара, дающая потомство

Эдуард Люка

1842 – 1891 г

Некто поместил пару кроликов в некоем месте, огороженном со всех сторон стеной, чтобы узнать, сколько пар кроликов родится при этом в течение года, если природа кроликов такова, что через месяц пара кроликов производит на свет другую пару, а рождают кролики со второго месяца после своего рождения.

Можно заметить закономерность, которая выполняется начиная с третьего месяца:

3-й месяц – 1 + 1 = 2 пары;
4-й месяц – 1 + 2 = 3 пары;
5-й месяц – 2 + 3 = 5 пар;
6-й месяц – 3 + 5 = 8 пар и т.д.

1-й месяц 1

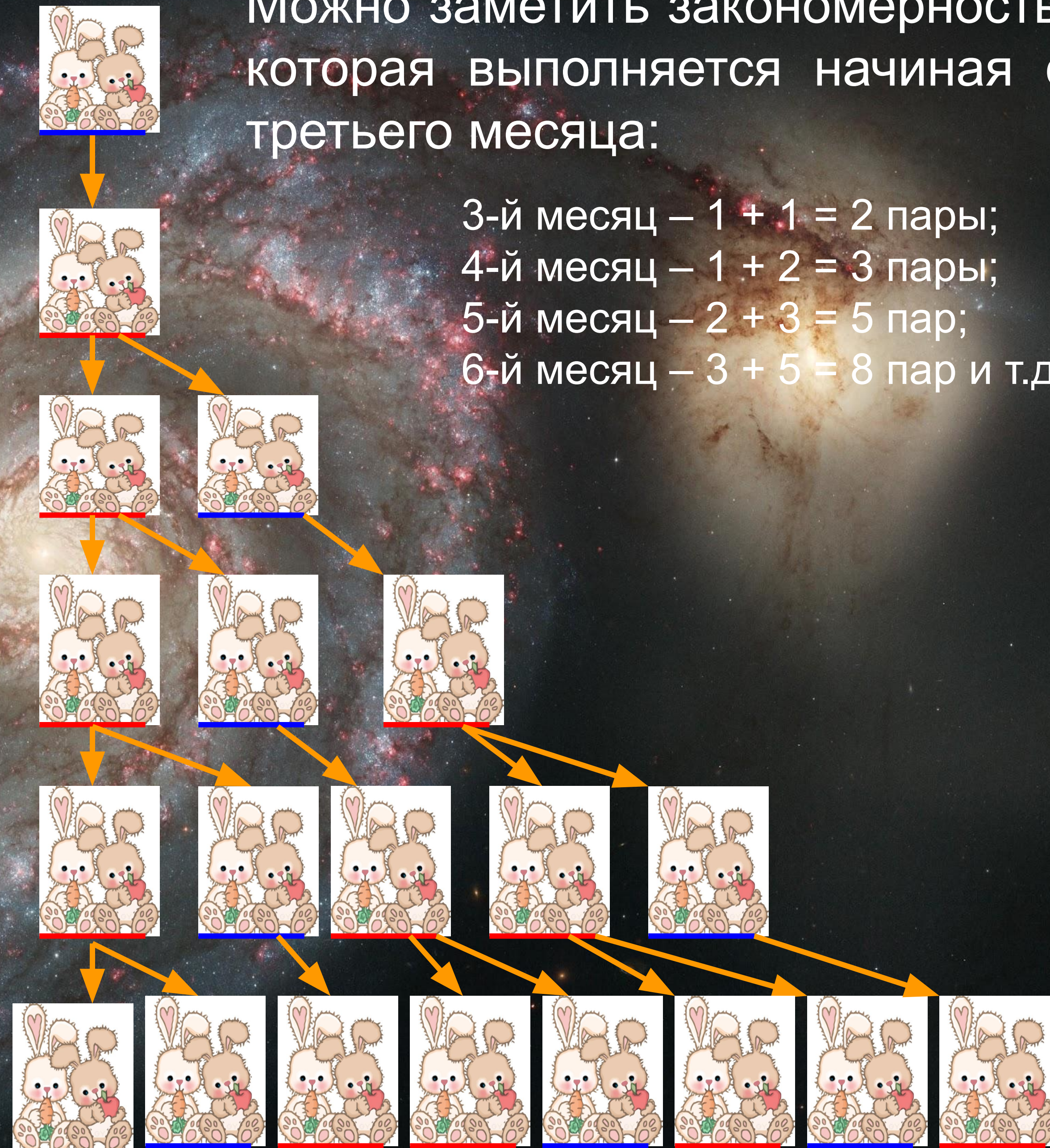
2-й месяц 1

3-й месяц 2

4-й месяц 3

5-й месяц 5

6-й месяц 8



Каждое следующее число равно сумме двух предыдущих.

За 12 месяцев получится ряд чисел:

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144.

Ответом задачи является число 144.

Последовательность чисел получаемая в этой задаче названа в честь Леонардо:

Числа Фибоначчи

Таблица первых 40 чисел Фибоначчи

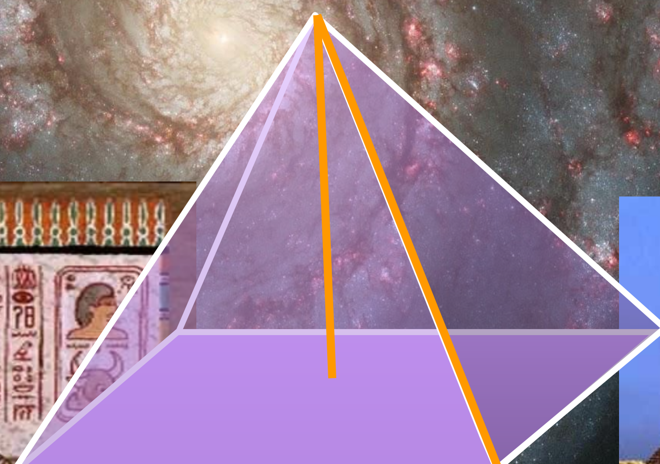
номер	число	номер	число	номер	число	номер	число
1	1	11	89	21	10 946	31	1 346 269
2	1	12	144	22	17 711	2	2 178 309
3	2	13	233	23	28 657	33	3 524 578
4	3	14	377	24	46 368	34	5 702 887
5	5	15	610	25	75 025	35	9 227 465
6	8	16	987	26	121 393	36	14 930 352
7	13	17	1 597	27	196 419	37	24 157 817
8	21	18	2 584	28	317 811	38	39 088 169
9	34	19	4 181	29	514 229	39	63 245 986
10	55	20	6 785	30	832 040	40	102 334 155

Числа Фибоначчи в древнем Египте

Пирамида построена так, чтобы площадь каждой из ее граней была равна квадрату ее высоты.

238,7 : 147,6 = 1, 618

Наблюдения показывают, что конструкция пирамиды основана на пропорции Ф=1,618.



Свойства чисел Фибоначчи

Последовательность чисел обладает многими свойствами. Рассмотрим некоторые из них:

- Найдем отношение числа ряда Фибоначчи к последующему:

1:1=1

1 : 2 = 0,5

2 : 3= 0,666…

3 : 5 = 0,6

5 : 8 = 0,625

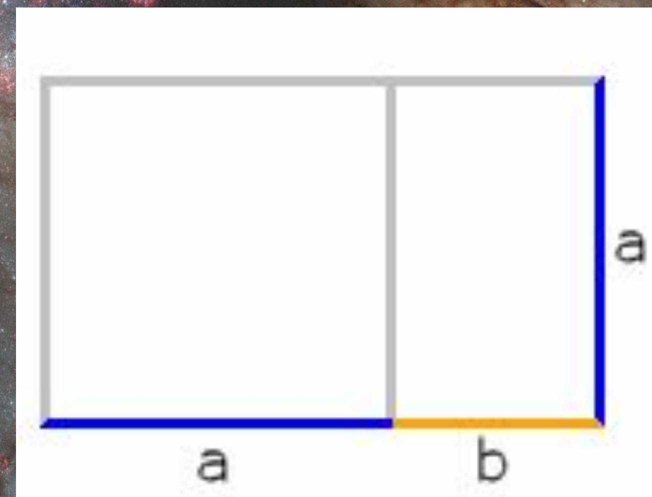
8 : 13 = 0,615…

13 : 21 = 0,618

Отношение каждого числа к последующему более и более стремится к числу ф = 0,618 по увеличении порядкового номера.

Если найти отношения числа к предыдущему, то отношение каждого числа к предыдущему стремится к Ф =1,618 (обратному к 0,618).

Золотое сечение и числа Фибоначчи

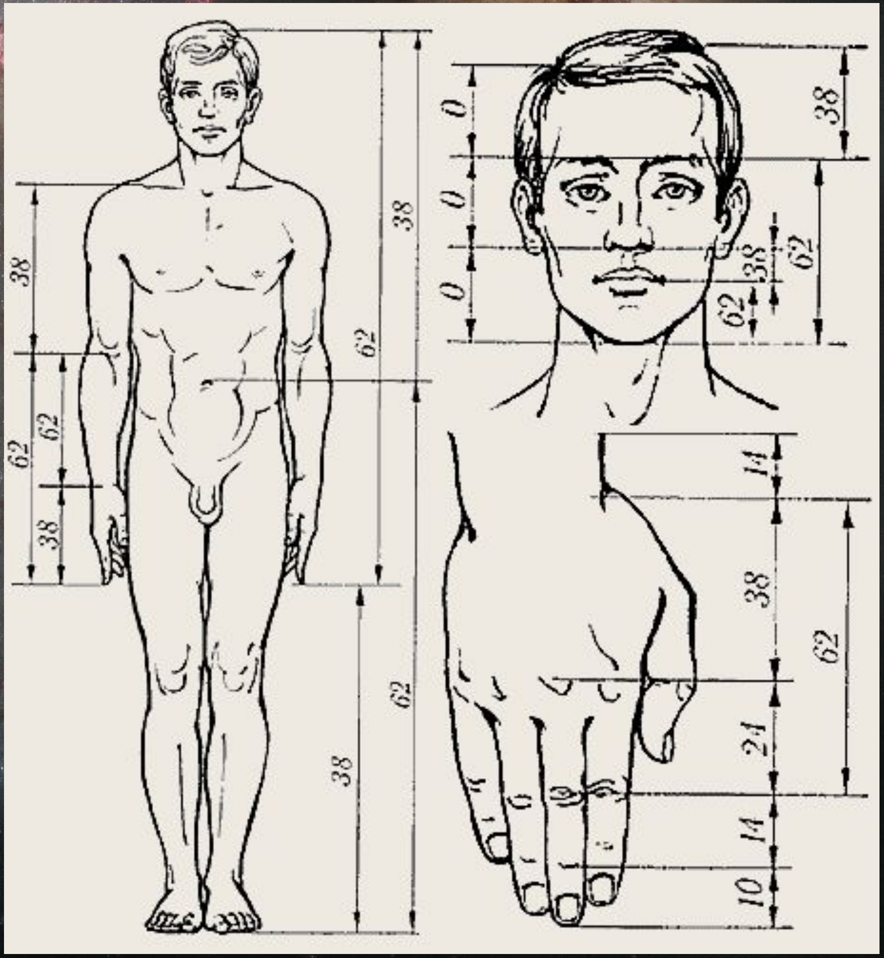


- Золотым прямоугольником называют такой прямоугольник, у которого длина примерно в 1,6 раза больше ширины. Другими словами стороны прямоугольника образуют так называемое золотое сечение. Слово «сечение» обозначает «деление на части». Золотое сечение отрезка – деление непрерывной величины на две части в таком отношении, при котором меньшая часть так относится к большей, как большая ко всей величине.

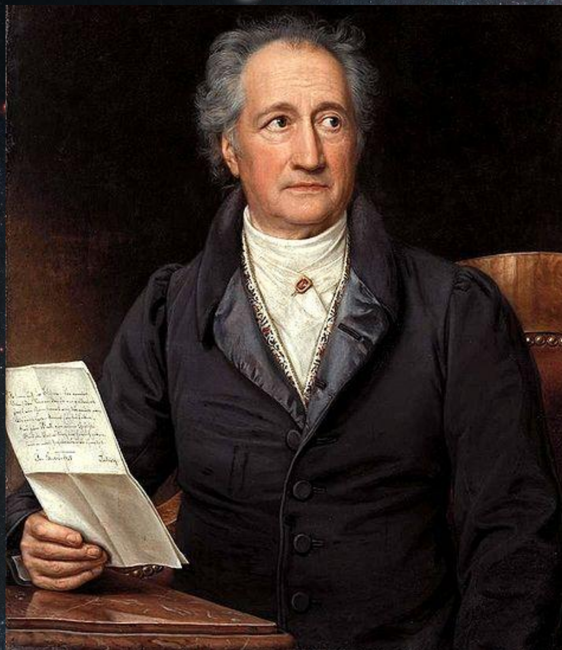
Золотое сечение и пропорции человеческого тела

Интересные закономерности наблюдаются, если связывать золотое сечение, числа Фибоначчи и строение человеческого тела.

Пропорции мужского тела колеблются в пределах среднего отношения 13: 8 = 1,625 и несколько ближе подходят к золотому сечению, чем пропорции женского тела, в отношении которого среднее значение пропорции выражается в соотношении 8: 5 = 1,6.

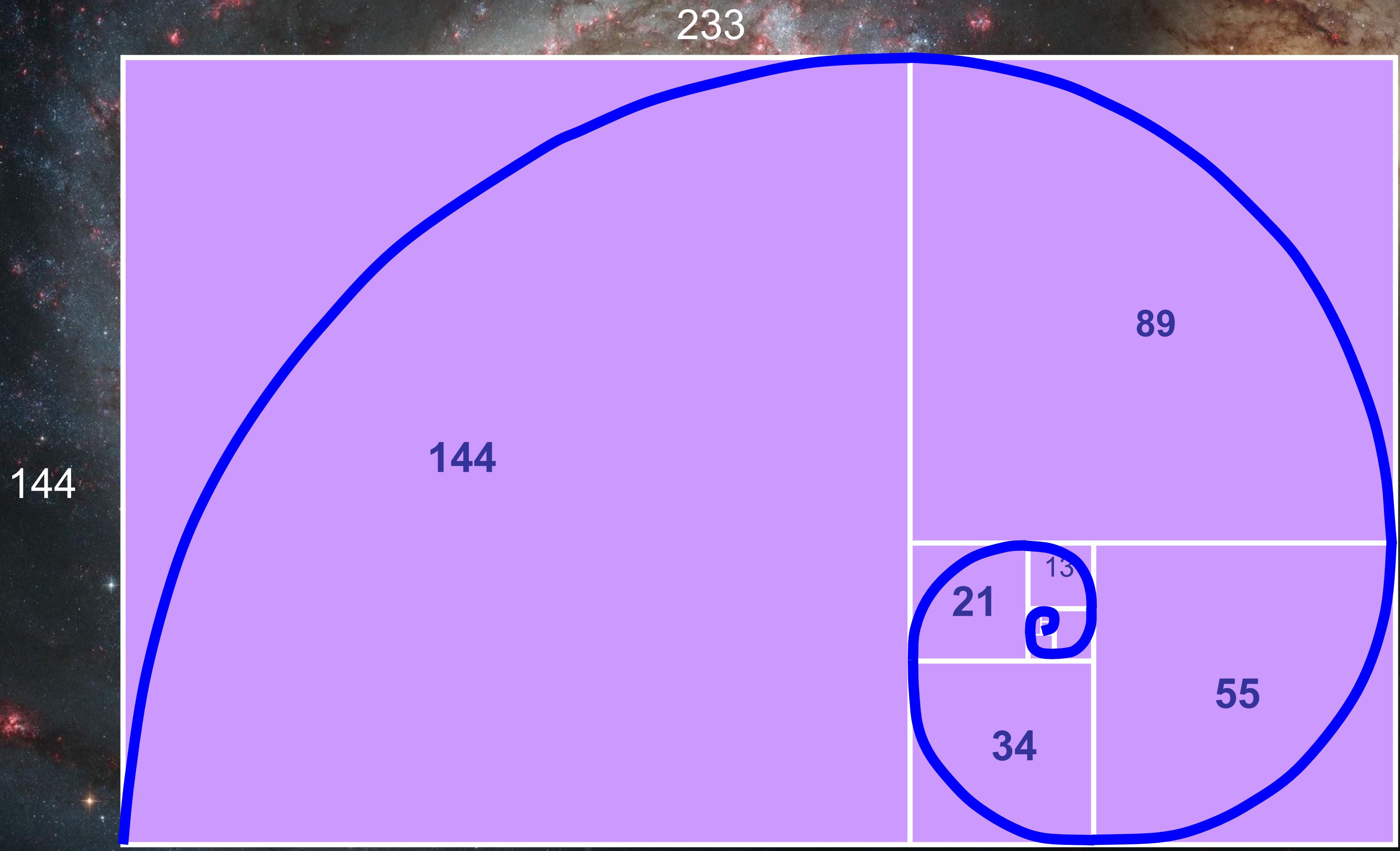


Спираль и числа Фибоначчи



Гёте называл спираль «кривой жизни».
Удивительно, что последовательность чисел Фибоначчи напрямую связана со спиральность в окружающем мире.

Спираль.

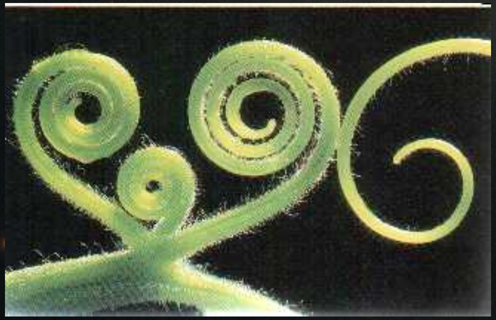


На многих шишках «чешуйки» расположены в трех спиралях, полого навивающихся на стержень шишки.

Хорошо видны эти же спирали и на ананасах: обычно их бывает 8 и 13

- Рассмотреть спираль так же можно в паутине или в том, как свернулась сороконожка .

Если посмотреть на многие кактусы сверху, то можно и здесь обнаружить ту же спираль, усики огурца или свернувшийся лист также демонстрируют спиралеобразное строение.



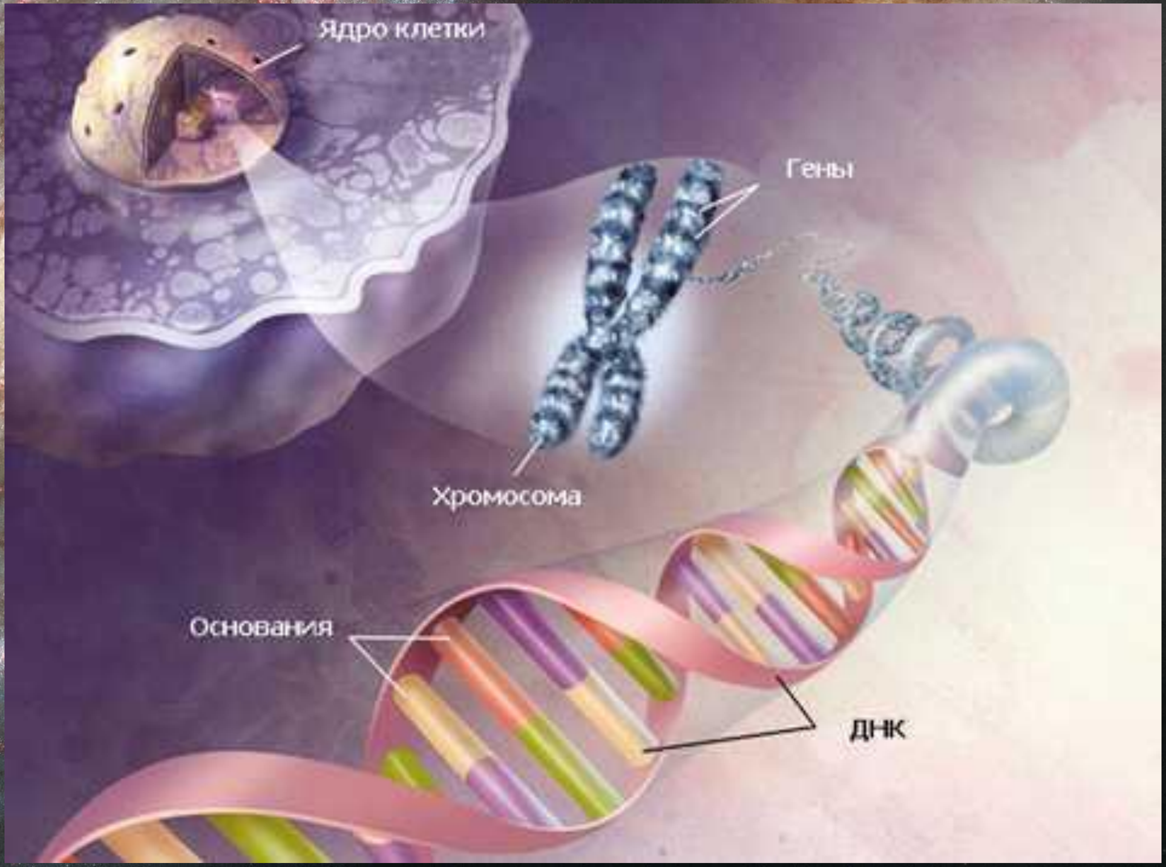
- У многих сложноцветных (розы, маргаритки, ромашки) заметно, спиральное расположение отдельных цветков. Молодые побеги папоротника, закручены в спираль . Хорошо виден винтообразный рост веток дерева.

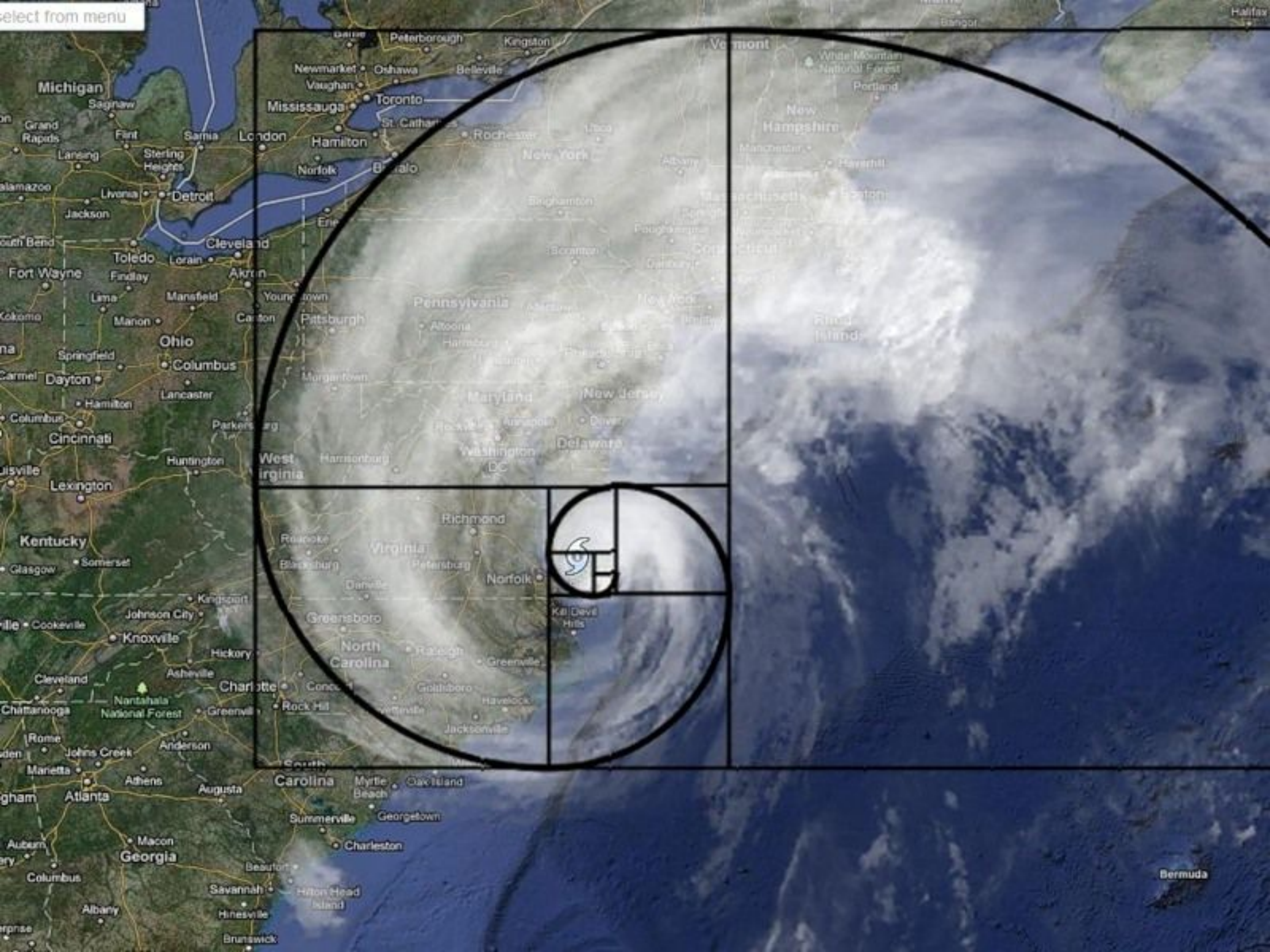
Можно увидеть спираль и в разных явлениях природы, например таких как: смерч, ураган, облака, морские волны. Наша галактика – это спираль.

- Оказывается спираль Фибоначчи есть и на отпечатке пальца.

Даже ДНК человека это две свитые спирали.

Винты и спирали действительно на каждом шагу окружают нас.




select from menu
Michigan
Saginaw
Grand Rapids
Flint
Sarnia
London
Lansing
Sterling Heights
Kalamazoo
Livonia
Detroit
Jackson
Toledo
Lorain
Cleveland
Akron
Fort Wayne
Findlay
Lima
Mansfield
Kokomo
Marion
Canton
Ohio
Springfield
Columbus
Carmel
Dayton
Hamilton
Lancaster
Columbus
Cincinnati
Parkersburg
Huntington
Lexington
Kentucky
Somerset
Glasgow
Kingsport
Johnson City
Cookeville
Knoxville
Hickory
Asheville
Cleveland
Charlotte
Nantahala National Forest
Chattanooga
Greenville
Rock Hill
Rome
Johns Creek
Anderson
Marietta
Athens
Augusta
Atlanta
Georgia
Macon
Auburn
Columbus
Albany
Savannah
Hinesville
Brunswick
Peterborough
Kingston
Newmarket
Oshawa
Belleville
Vaughan
Mississauga
Toronto
St. Catharines
Rochester
Hamilton
Norfolk
Buffalo
Erie
Youngstown
Pittsburgh
Pennsylvania
Altoona
Morgantown
Maryland
New Jersey
Delaware
Washington DC
West Virginia
Harrisonburg
Richmond
Roanoke
Virginia
Blacksburg
Petersburg
Norfolk
Danville
Kill Devil Hills
Greensboro
North Carolina
Raleigh
Greenville
Goldsboro
Havelock
Jacksonville
South Carolina
Myrtle Beach
Oak Island
Summerville
Georgetown
Charleston
Beaufort
Hilton Head Island
New York
Vermont
White Mountain National Forest
Portland
New Hampshire
Bangor
Rhode Island
Bermuda

Треугольник Паскаля

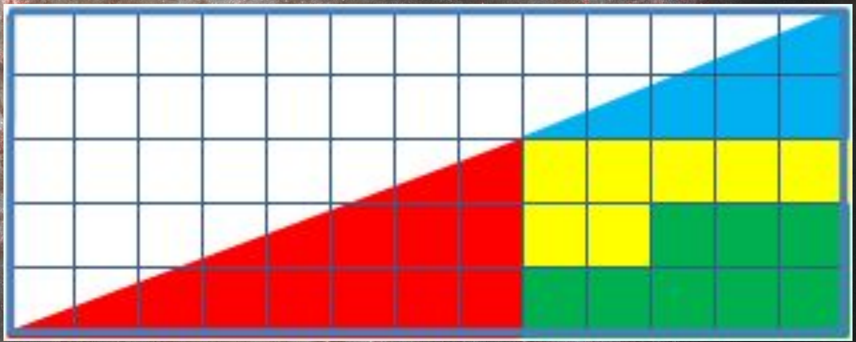
Треугольник Паскаля	Номер строки	Возведение в степень двучлена
1	0	$(a+b)^0 = 1$
1 1	1	$(a+b)^1 = a + b$
1 2 1	2	$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
1 3 3 1	3	$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3b^2a + b^3$
1 4 6 4 1	4	$(a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$
1 5 10 10 5 1	5	$(a+b)^5 = a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5$
1 6 15 20 15 6 1	6	и т. д.

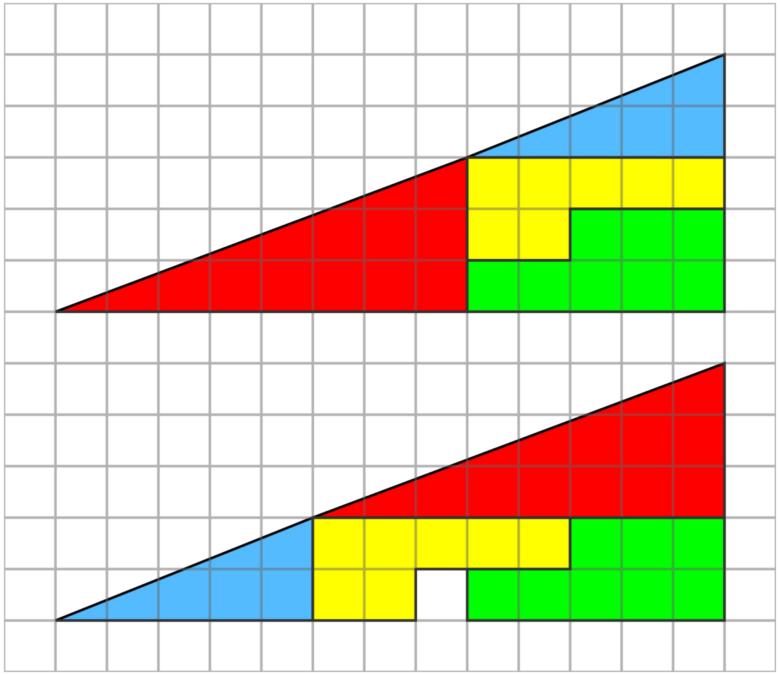
Треугольник Паскаля

1 1 2 3 5 8 13 21

0	1							
1	1	1						
2	1	2	1					
3	1	3	3	1				
4	1	4	6	4	1			
5	1	5	10	10	5	1		
6	1	6	15	20	15	6	1	
7	1	7	21	35	35	21	7	1

Парадокс с площадью





Можно заметить, что длины сторон фигур из данной задачи (2, 3, 5, 8, 13) являются последовательными числами Фибоначчи.

Площади закрашенных фигур, разумеется, равны между собой (32 клетки), однако, то, что визуально наблюдается как треугольники 13×5, на самом деле таковым не является, и имеет разные площади (S13×5 = 32,5 клетки). То есть ошибка, замаскированная в условии задачи, состоит в том, что начальная фигура поименована треугольником (на самом деле это — вогнутый 4-угольник). Это отчётливо заметно на рисунках 1 и 2 — «гипотенузы» верхней и нижней фигур проходят через разные точки: (8,3) вверху и (5,2) — внизу. Секрет в свойствах синего и красного треугольников. Это легко проверить вычислениями.

Свойство чисел Фибоначчи, на котором основан парадокс с площадью

1 1 2 3 5 8 13 21

$$3^2 = 2 \cdot 5 - 1$$

$$5^2 = 3 \cdot 8 + 1$$

$$8^2 = 5 \cdot 13 - 1$$

$$13^2 = 8 \cdot 21 + 1$$

Некоторые свойства чисел Фибоначчи

I свойство: Сумма n первых ряда Фибоначчи равна n+2 члену без единицы.

- $a_1 + a_2 + \ldots a_n = a_{n+2} - 1$
- **II свойство**: Сумма чисел Фибоначчи с нечётными номерами равна следующему числу с четным номером
- $a_1 + a_3 + a_5 + \ldots + a_{2n-1} = a_{2n}$

Некоторые свойства чисел Фибоначчи

- **III свойство** Сумма чисел Фибоначчи с чётными номерами равна следующему четному числу без единицы:
- $a_2 + a_4 + a_6 + \ldots + a_{2n} = a_{2n+1} - 1$
- **IV свойство**: Сумма квадратов первых n чисел Фибоначчи равна произведению n-го и следующего за ним члена.
- $a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + \ldots + a_n^2 = a_n \cdot a_{n+1}$


Спасибо за внимание