

# Числа Фибоначчи

**Автор: Самотаева Ирина**

**Руководитель: Никифорова М. Н., учитель  
математики.**

**ЮВАО школа №1968**

**г.Москва  
2008-2009г.**

# Цели проекта

- Изучить последовательность чисел Фибоначчи
- Рассмотреть роль в природе и практическое применение
- Проследить связь литературы с математическими понятиями
- Рассмотреть примеры применения «золотого сечения» в геометрических задачах, литературе, живописи.

# Леонардо Фибоначчи

**Итальянский купец Леонардо из Пизы ( 1180-1240), более известный под прозвищем Фибоначчи был, безусловно, самым значительным математиком средневековья. Роль его книг в развитии математики и распространении в Европе математических знаний трудно переоценить. Жизнь и научная карьера Леонардо теснейшим образом связаны с развитием европейской культуры и науки.**



# Научные трактаты Фибоначчи

**Это обширнейшая «Книга абака», написанная в 1202 году, но дошедшая до нас во втором своем варианте, который относится к 1228 г.;**

**«Практика геометрии»(1220г.);**

**«Книга квадратов»( 1225г.).**

**По этим книгам, превосходящим по своему уровню арабские и средневековые европейские сочинения, учили математику чуть ли не до времен Декарта ( 17 в.).**

# Книга «Абака»

Наибольший интерес представляет сочинение "Книга абака". Эта книга представляет собой объемный труд, содержащий почти все арифметические и алгебраические сведения того времени и сыгравший значительную роль в развитии математики в Западной Европе в течение нескольких следующих столетий. В частности, именно по этой книге европейцы познакомились с индусскими ("арабскими") цифрами.

# Числовая

## ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ

Например, сумма двух соседних чисел последовательности дает значение следующего за ними (например,  $1+1=2$ ;  $2+3=5$  и т.д.), что подтверждает существование так называемых коэффициентов Фибоначчи, т.е. постоянных соотношений.

Одно из самых главных следствий этих свойств различных членов последовательности определяются следующим образом:

1. Отношение каждого числа к последующему более и более стремится к  $0.618$  по увеличению порядкового номера. Отношение же каждого числа к предыдущему стремится к  $1.618$  (обратному к  $0.618$ ). Число  $0.618$  называют (ФИ), и мы поговорим о нем подробнее немного позже.

2. При делении каждого числа на следующее за ним через одно получаем число  $0.382$ , наоборот - соответственно  $2.618$ .

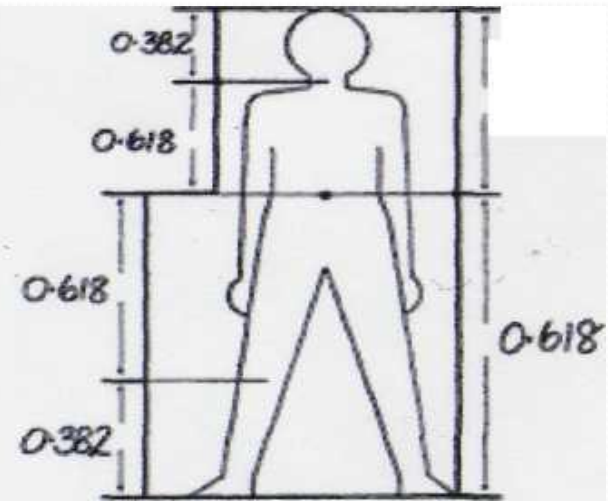
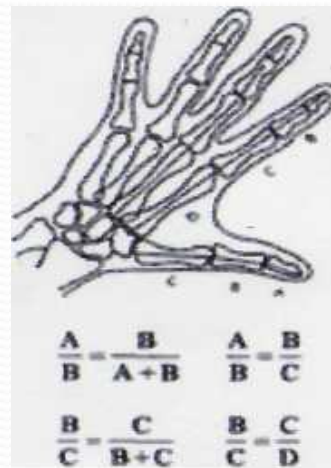
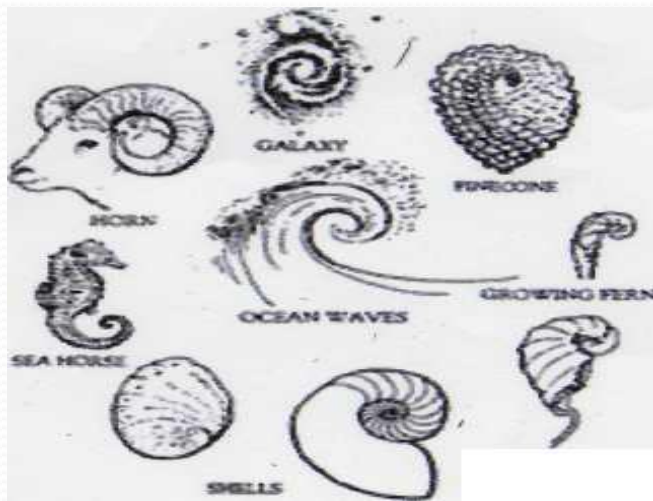
**3. Подбирая таким образом соотношения, получаем основной набор фибоначчиевских коэффициентов: ... 4.235, 2.618, 1.618, 0.618, 0,382, 0.236. упомянем также 0.5 (1/2). Все они играют особую роль в природе, и в частности — в техническом анализе.**

**Важно отметить, что Фибоначчи как бы напомнил свою последовательность человечеству. Она была известна еще древним грекам и египтянам. И действительно, с тех пор в природе, архитектуре, изобразительном искусстве, математике, физике, астрономии, биологии и многих других областях были найдены закономерности, описываемые коэффициентами Фибоначчи.**



# Золотой коэффициент

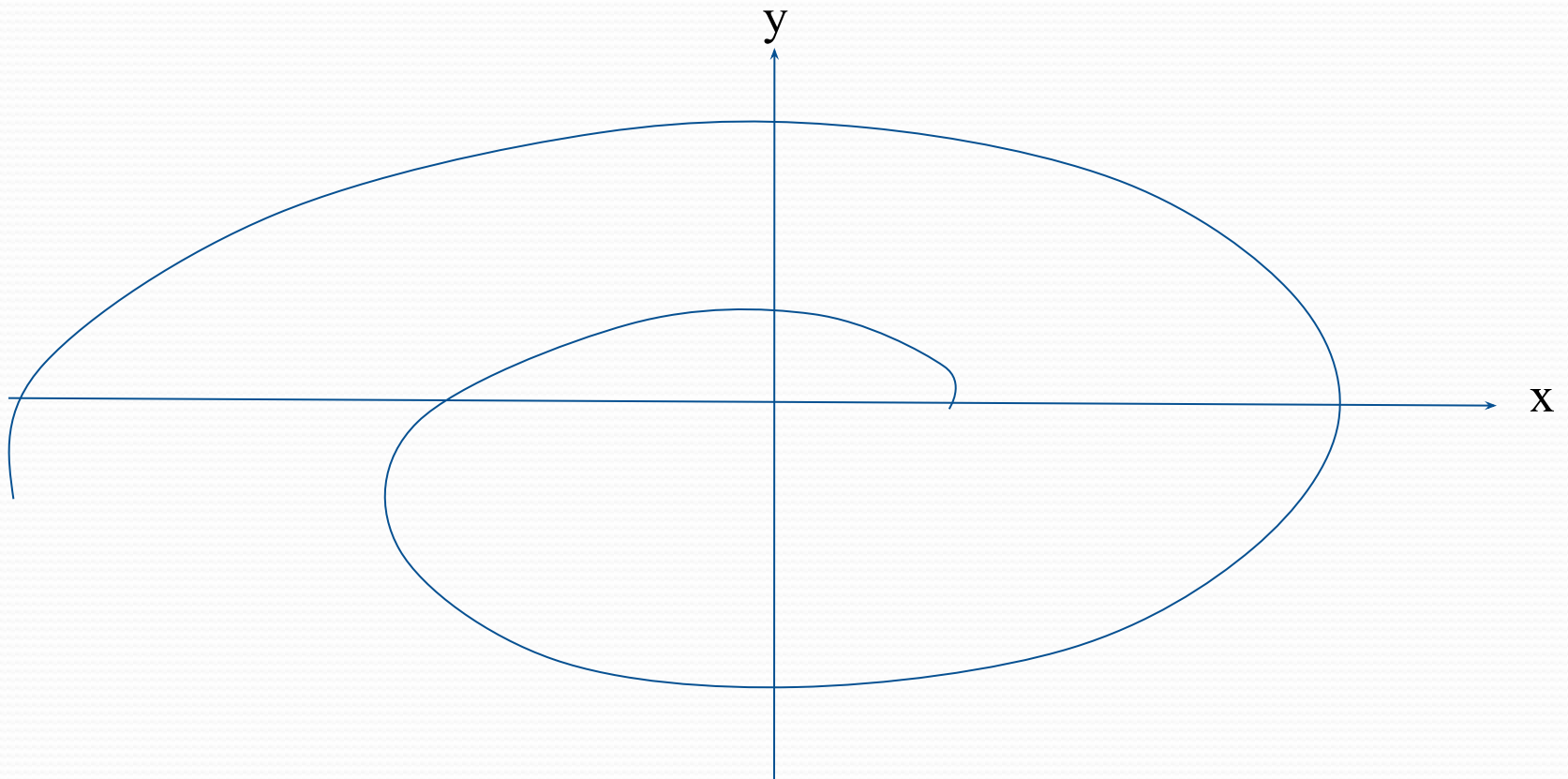
Золотой коэффициент используется природой для построения ее частей, начиная от больших и заканчивая малыми. Современная наука считает, что Вселенная развивается по так называемой золотой спирали (рис.3), которая строится именно с помощью золотого коэффициента. Эта спираль в буквальном смысле не имеет конца и начала. Меньшие витки никогда не сходятся в одну и ту же точку, а большие неограниченно развиваются в пространстве.





# Золотая спираль

**Самое важное заключается в том, что с помощью всех этих, в каком-то роде мистических, чисел, описываются разнородные процессы во Вселенной.**



# Применение чисел

Один из простейших способов применения чисел Фибоначчи на практике - об определении отрезков времени, через которые произойдет то или иное событие, например, изменение тренда. Аналитик отсчитывает определенное количество фибоначчиевских дней или недель (13, 21, 34, 55 и т.д.) от предыдущего сходного события.

Числа Фибоначчи имеют широкое применение при определении длительности периода в Теории Циклов. За основу каждого доминантного цикла берется определенное количество дней, недель, месяцев, связанное с числами Фибоначчи. Например, длина Цикла (Волны) Кондратьева равна 54 годам. Отметим близость этой величины к фибоначчиевскому числу 55. Один из способов применения чисел Фибоначчи — построение дуг (рис.4).

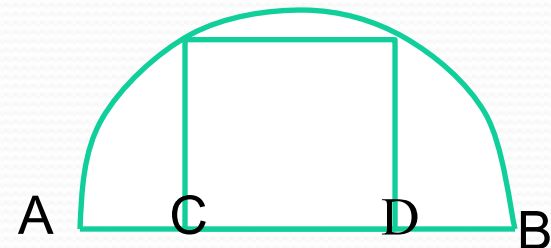


# Золотое сечение в геометрических задачах

Золотое сечение часто встречается в различных задачах. Рассмотрим одну из них.

**Задача.** Вписать в полукруг квадрат так, чтобы одна его сторона лежала на диаметре.

Для решения задачи, очевидно, достаточно найти точку  $C$ . Оказывается, она осуществляет золотое сечение диаметра  $AB$ . Покажем это. Обозначим  $AC = x$ ,  $CD = \frac{x}{a}$ . Тогда  $\frac{a}{a+x} = \frac{x}{a}$ ,  $x^2 + ax - a^2 = 0$ , т.е. приходим к известному нам уравнению, определяющему золотое сечение.



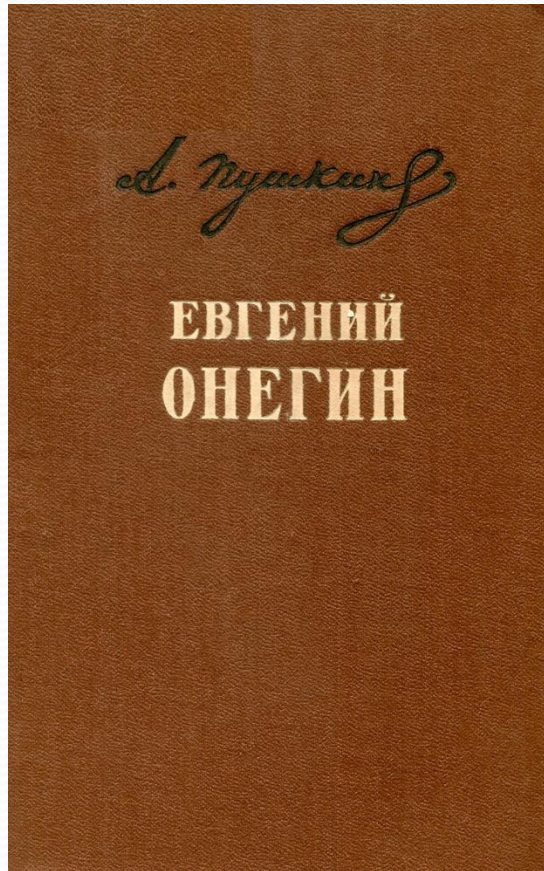
# СВЯЗЬ СТИХОСЛОЖЕНИЯ С ЗАКОНАМИ МАТЕМАТИКИ



Законы стихосложения неразрывно связаны с математическими законами. Так, например, можно установить закономерную связь между многими стихотворениями А.С. Пушкина и числами Фибоначчи, с Золотым сечением. Стихотворный текст настолько совершенен, что в нём обязательно действуют математические законы. Примером могут служить такие стихотворения Пушкина, как «Сапожник», «Не дорого ценю я громкие слова...», «Вакхическая песня», роман «Евгений Онегин». Рассмотрим роман «Евгений Онегин» и проведем анализ, в котором прослеживаются математические законы.



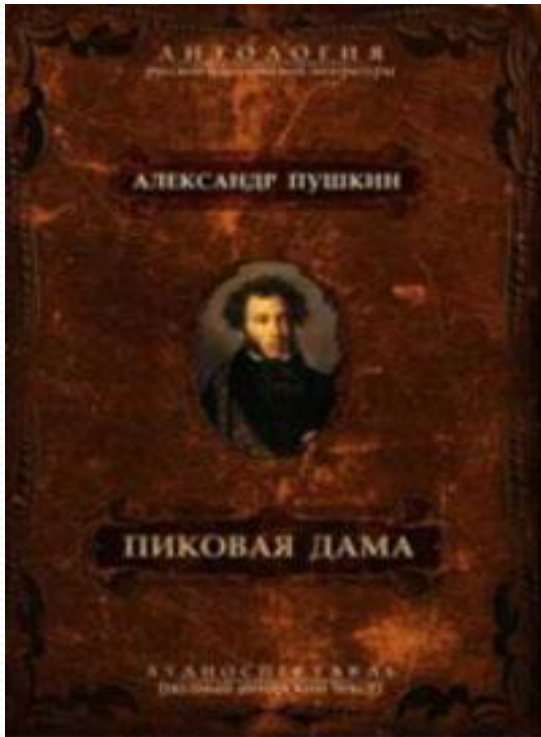
# Роман Пушкина «Евгений Онегин»



Начнем с величины стихотворения, то есть с количества строк в нем. Казалось бы, этот параметр стихотворения может меняться произвольно. Однако оказалось, что это не так. Например, проведенный Н. Васютинским анализ стихотворений А. С. Пушкина с этой точки зрения показал, что размеры стихов распределены весьма неравномерно; **оказалось, что Пушкин явно предпочитает размеры в 5, 8, 13, 21 и 34 строк (числа Фибоначчи)**. Представляет несомненный интерес анализ романа «Евгений Онегин», сделанный Н. Васютинским. Этот роман состоит из 8 глав, в каждой из них в среднем около 50 стихов. Наиболее отточенной и эмоционально насыщенной является восьмая глава. В ней 51 стих. Вместе с письмом Евгения Онегина к Татьяне (60 строк) это точно соответствует числу Фибоначчи 55! Ритм онегинской строфы несет глубокую смысловую нагрузку. Четыре формообразующих элемента строфы - это, как правило, и четыре содержательных элемента: *тема развитие кульминация афористическая концовка*. Онегинская строфа была настолько оригинальным и индивидуальным изобретением Пушкина, что после Пушкина почти никто из поэтов не рисковал прикасаться к его детищу. **Кульминацией главы является объяснение Евгения в любви к Татьяне - строка «Бледнеть и гаснуть ... вот блаженство!» Эта строка делит восьмую главу на две части - в первой 477 строк, а во второй - 295 строк. Их отношение равно 1,617! Тончайшее соответствие величине золотой пропорции!**

# «Пиковая дама»

Обратимся вновь к произведениям А.С.Пушкина. Рассмотрим композицию "Пиковой дамы". В этой повести кульминационным моментом является сцена в спальне графини, куда проник Германн в надежде узнать тайну трех карт, сцена, которая оканчивается смертью графини в повести **853 строки**. Кульминационный момент повести - это смерть графини. Ему отвечает 535 -я строка. Эта строка расположена в повести почти точно в месте золотого сечения, т.к.  $853:535=1,6$ . Повесть "Пиковая дама" состоит из **шести глав**. Посмотрим, не проявляется ли в композиции глав золотая пропорция? В первой главе сечению отвечает **68 строчка** (всего в главе 110 строк). Но ведь это же узловая точка повествования, в ней переломный момент всей главы: открывает ли Сен - Жермен свою тайну графине! Вторая глава повести содержит **219 строк**. Золотое сечение здесь приходится на **135 строку**. Но ведь это кульминационный момент главы, Лиза увидела в окне стоящего на улице Германна! Отсюда начался для нее новый отсчет времени, начались события, определившие всю ее дальнейшую судьбу. А.С.Пушкин совершенно точно определил это место во второй главе: ведь  $219:135 = 1,62$ . Третья глава повести описывает усилия Германна попасть в дом старой графини, выведать у нее тайну трех карт. Это место начинает новый отсчет времени для Германна. Эта ситуация приходится на **131 строку** третьей главы, а всего в ней **212 строк**. Разделив **212 на 131, мы получим точно золотую пропорцию 1,618!** В четвертой главе размером **113 строк** золотая пропорция приходится на **70 строку**. Это также переломный, трагический момент в жизни Лизы. В пятой главе описано посещение Германна похорон графини. **46 строка** пятой главы разделила повествование на две части: первая - похороны графини и вторая - сон Германна. Эта **46 строка также отвечает золотой пропорции, ведь всего в этой главе 75 строк** ( $75:46=1,63$ ). В последней главе повести золотая пропорция приходится на **77 строчку**, которая завершает описание первого дня игры Германна в карты и первого его выигрыша. Как видим, и в композиции последней главы повести присутствует золотая пропорция. Золотая пропорция присутствует и в композиции других произведений Пушкина. В рассказе "Станционный смотритель" **377 строк**. Кульминационный момент рассказа - это известие о том, что дочь смотрителя уехала с гусаром. Этот момент отражен во фразе, которая является **214 строкой**. Здесь почти точное соответствие золотой пропорции. В маленьком рассказе "Гробовщик" всего **229 строк**. Со **139 строки** начинается описание страшного сна гробовщика. И здесь переломный момент рассказа приходится почти точно на золотую пропорцию ( $229:1,618=141$  строка). Совпадение кульминационных моментов в произведениях А.С.Пушкина с золотой пропорцией удивительно близкое, в пределах 1-3 строк.





# Золотое сечение в картине И. И. Шишкина "Сосновая роща"

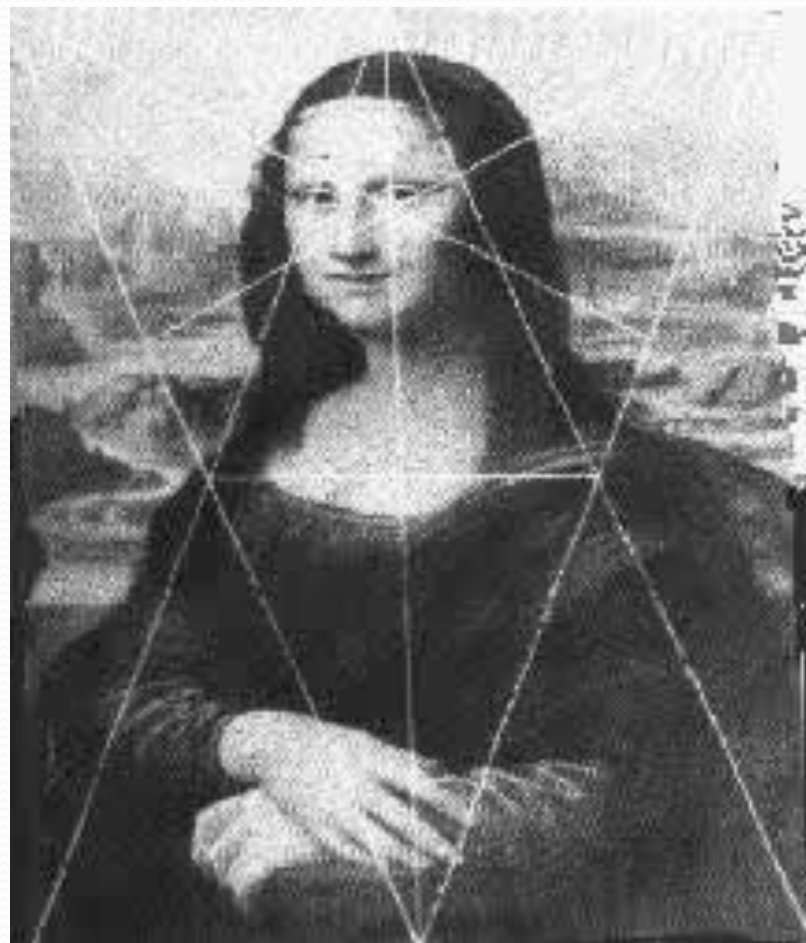
На этой знаменитой картине И. И. Шишкина с очевидностью просматриваются мотивы золотого сечения. Ярко освещенная солнцем сосна (стоящая на первом плане) делит длину картины по золотому сечению. Справа от сосны - освещенный солнцем пригорок. Он делит по золотому сечению правую часть картины по горизонтали. Слева от главной сосны находится множество сосен - при желании можно с успехом продолжить деление картины по золотому сечению и дальше. Наличие в картине ярких вертикалей и горизонталей, делящих ее в отношении золотого сечения, придает ей характер уравновешенности и спокойствия, в соответствии с замыслом художника. Когда же замысел художника иной, если, скажем, он создает картину с бурно развивающимся действием, подобная геометрическая схема композиции (с преобладанием вертикалей и горизонталей) становится неприемлемой.





# Золотое сечение в картине Леонардо да Винчи "Джоконда"

Портрет Моны Лизы привлекает тем, что композиция рисунка построена на "золотых треугольниках" (точнее на треугольниках, являющихся кусками правильного звездчатого пятиугольника).



# Заключение

- 1. В результате проделанной мною работы была изучена последовательность и свойства чисел Фибоначчи, которая заключается в том, что сумма двух соседних чисел последовательности дает значение следующего за ними.**
- 2. Я узнала что такое «золотое сечение», его связь с литературой, живописью, астрономией.**
- 3. Я расширила свои знания по математике.**
- 4. Я научилась анализировать и выбирать материал из Интернета.**

- Я думаю, что данная работа заинтересует не только учеников, интересующихся математикой, но и будет интересна учащимся, которые любят литературу, другие области знаний, а так же учителям.
- В этой работе показана связь математики с литературой на основе анализа одного произведения, но такой анализ можно сделать и для других стихотворений.
- Показана связь математики с живописью.

# Список литературы

- 1. <http://www.trader-lib.ru/books/507/14.htm> W58
- 2. <http://samara.teletrade.ru/glossary/tech/index3.php>
- 3. <http://www.stock.narod.ru/fibo.htm>
- Гринбаум О.Н. Онегинская строфа.
- Висютинский Н.А. «Золотая пропорция». – М. : Молодая гвардия, 1990 г.
- Н. Я. Виленкин, Л. П. Шибасов, З. Ф. Шибасова «За страницами учебника математики»