

# Числовые неравенства

## и их свойства.

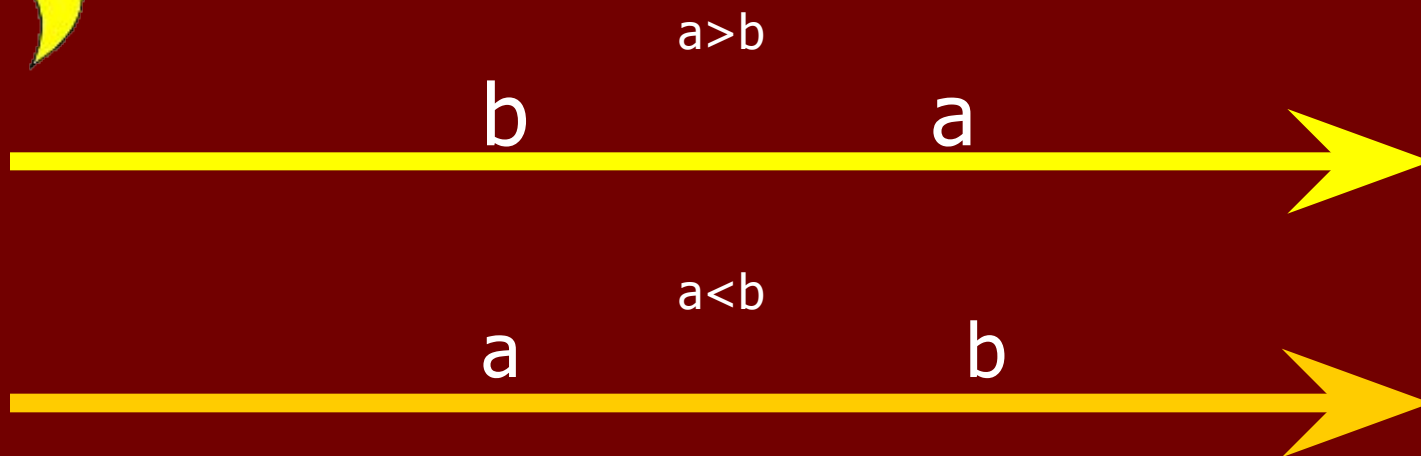
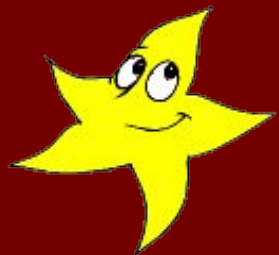


Гимназия № 19 г. Минск. Учитель математики

*Виктор Иванович Синявский.*

Для любых неравных действительных чисел  $a$  и  $b$  можно сказать, какое больше, а какое меньше.

$a > b \Rightarrow a - b > 0$ ; если  $a - b < 0$ , то  $a < b$



# Знаки неравенств



- Строгие неравенства:

$$A > B, \quad 67 > 35$$

$$d < c, \quad 1993 < 2005$$

- Нестрогие неравенства:

$$E \geq P, \quad E \text{ больше или равно } P$$

(E не меньше P);

$$K \leq M, \quad K \text{ меньше или равно } M$$

(K не больше M).

# Двойные неравенства:

- Двойное неравенство  $a < b < c$  верно, если одновременно верны два неравенства  $a < b$  и  $b < c$ , и неверно в противном случае.
- Двойное неравенство  $d > e > f$  верно, если ...

Пример: что больше

$99^{20}$  или  $9999^{10}$  ?



Докажите, что

$$99^{20} < 9999^{10}$$

# Доказательство:

$$\begin{aligned} 99^{20} - 9999^{10} &= 99^{10} \times 99^{10} - (99 \times 101)^{10} = \\ &= 99^{10} \times 99^{10} - 99^{10} \times 101^{10} = 99^{10} (99^{10} - 101^{10}) < 0. \end{aligned}$$

*Следовательно,  $99^{20} < 9999^{10}$*

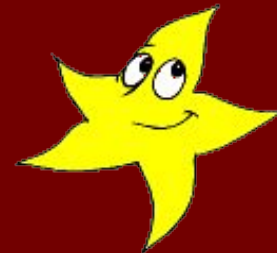
# СВОЙСТВО 1.

Если  $a < b$ , то  $b > a$ ; если  $a > b$ , то  $b < a$ .

Доказательство:

Если  $a < b$ , то разность  $a - b$  - отрицательное число. Тогда  $b - a$  - положительное число, т.е.  $b > a$ .

Наоборот, если  $a > b$ , то...





## СВОЙСТВО 2.

Если  $a < b$  и  $b < c$ , то  $a < c$ .

Доказательство. К разности  $a - c$  прибавим числа  $b$  и  $-b$  и сгруппируем

слагаемые:  $a - c = a - c + b - b = (a - b) + (b - c)$ .

Посмотрите на условие и сделайте вывод.

## СВОЙСТВО 3.

Если  $a < b$  и  $c$  – любое действительное число, то  $a + c < b + c$ .

Доказательство. Рассмотрим разность  $(a + c) - (b + c) = \dots$

Раскройте скобки, упростите и сделайте вывод.

Если к обеим частям верного неравенства прибавить одно и то же число, то...

## Следствие

- Любое число можно перенести из одной части неравенства в другую с противоположным знаком.

## СВОЙСТВО 4.

Если  $a < b$  и  $c$  – положительное число, то  $ac < bc$ . Если  $a < c$  и  $c$  – отрицательное число, то  $ac > bc$ .

Доказательство. Рассмотрите разность  $ac - bc = c(a - b)$  и сделайте выводы.



# Выводы:

- ⇒ Если обе части верного неравенства умножить на одно и то же положительное число и сохранить знак исходного неравенства, то получится верное неравенство;
- ⇒ Если обе части верного неравенства умножить на отрицательное число, то знак неравенства нужно поменять на противоположный.

# Следствие.

Если  $a$  и  $b$  – положительные числа и  $a < b$ , то

$$\frac{1}{a} > \frac{1}{b}.$$

Разделим обе части неравенства  $a < b$  на положительное число  $ab$  и, сократив дроби, посмотрим на результат.

# СВОЙСТВО 5.

Если  $a < b$  и  $c < d$ , то  $a + c < b + d$ .

Доказательство. Так как  $a < b$ , то

$a + c < b + c$ ;  $c < d$  следовательно

$b + c < b + d$ ,

а теперь посмотрите свойство 2.

Если сложить почленно два верных неравенства одного знака и знак неравенства сохранить, то получим...

# СВОЙСТВО 6.

Если  $a < b$  и  $c > d$ , то  $a - c < b - d$ .

**Доказательство.** Так как  $c > d$ , то  $-c < -d$ .

Но по свойству 5:  $a < b$

+

$-c < -d$

-----

$a - c < b - d$  ч.т.д.



# Вывод:



Два верных неравенства  
противоположного знака  
можно почленно вычитать,  
оставляя знак того неравенства,  
из которого вычитали  
другое неравенство.

# СВОЙСТВО 7

Если  $a, b, c, d$  – положительные числа,  $a < b$  и  $c < d$ , то  $ac < bd$ .

**Доказательство.** Так как  $a < b$  и  $c > 0$ , то  $ac < bc$ ,  $c < d$ ,  $b > 0$ , следовательно  $bc < bd$ .

Смотрим второе свойство и делаем вывод!



# Итак,

Если перемножить почленно  
два верных неравенства **одного знака**,  
левые и правые части которых  
**положительные числа**,  
то получится верное неравенство,  
**имеющее тот же знак**,  
что и данное неравенство.

# Следствия из седьмого свойства:

Следствие 1. Если  
 $0 < a < b$ , то

$$a^n < b^n, n \in \mathbb{N}.$$

Следствие 2. Если  
 $0 < a < b$ , то

$$\sqrt{a} < \sqrt{b}.$$



Какие появились вопросы?



# На ЭТОМ мы и закончим

наш  
сегодняшний  
урок

