Числовые неравенства

и их свойства

Оглавление

Определение:

1.Действительное число a больше действительного числа b, если их разность

$a-b$ – положительное число.

2. Действительное число a меньше действительного числа b, если их разность $a-b$ – отрицательное число.

Пишут $a>b$ или $a<b$.

Неравенства

Строгие

Знаки неравенств

Нестрогие

> «больше»	>= «больше или равно»
< «меньше»	<= «меньше или равно»

$a>0$ означает, что а – положительное число;

$a<0$ означает, что а – отрицательное число.

$a>=0$ означает, что а –неотрицательное число (положительное или 0);

$a<=0$ означает, что а – неположительное число (отрицательное или 0).

Оглавление

Свойства числовых неравенств

$a>b$

Свойство1.

$b>c$

Если a>b и b>c, то a>c.

Доказательство.

$a-b>0$

$b-c>0$

$(a-b)+(b-c)>0$

$a-c>0$

$a>c$

Оглавление

Свойство 2

Если к обеим частям неравенства прибавить одно и тоже число, то знак неравенства следует сохранить

Если a>b, то a+c>b+c.

Примеры:

Если a<b, то a+7<b+7

Если a>b, то a-5>b-5

Оглавление

Свойство 3

Если a>b и m>0, то am>bm

Если a>b и m<0, то am<bm

m>0	m<0
Если обе части неравенства умножить на одно и то же положительное число, то знак неравенства следует сохранить.	Если обе части неравенства умножить на одно и то же отрицательное число, то знак неравенства следует изменить.

Примеры:

Если a>b, то 4a>4b
Если a<b, то -9a>-9b
Если a>b, то -a<-b

Оглавление

Свойство 4

Если a>b и c>d, то a+c>b+d

Доказательство.

a>b

(свойство 2)

c>d

(Свойство 2)

a+c>b+c → ***a+c>b+d*** ← **c+b>d+b**

(Свойство 1)

Оглавление

Свойство 5

Если a,b,c,d – положительные числа и a>b, c>d,

ac >bd

Доказательство

$a>b$ и $c>0$

(свойство 3)

$ac>bc$

$c>d$ и $b>0$

(свойство 3)

$cb>db$

$ac>bd$

(Свойство 1)

Оглавление

Свойство 6

Если a и b - неотрицательные числа и a>b, то a*n>b*n, где n - любое натуральное число.

Дополнение:

Если n – нечетное число, то **для любых чисел a и b** из неравенства a>b следует неравенство того же смысла a*n>b*n.

Оглавление

Свойство 7

Если a и b - положительные числа и a>b, то $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

Оглавление

Применение свойств числовых неравенств

8 класс

Дано:

$8 < a < 10$ $\qquad$ $1 < b < 2$

Оцените значение выражения 2a-3b

Решение:

$$8<a<10 \qquad\qquad 1<b<2$$

$$16< 2a <20 \qquad\qquad -6< -3b <-3$$

$$10<2a-3b<17$$

Дано: $5<a<12$ $3<b<4$

Оцените значение выражения $\frac{4a}{b}$

Решение:

$5<a<12$ $3<b<4$

$20<4a<48$ $\frac{1}{4}<\frac{1}{b}<\frac{1}{3}$

$$5<\frac{4a}{b}<16$$

Оглавление

Докажите,что функция y=-5x+4 убывае

Доказательство:

Если $x_1 > x_2$

$-5x_1 < -5x_2$

$-5x_1 + 4 < -5x_2 + 4$

$f(x_1) < f(x_2) \Longrightarrow$ y=-5x+4 убывает

Докажите, что функция $y=x^3+3x$ возрастает

Доказательство :

Если $x_1 > x_2$

$x_1^3 > x_2^3$

$3x_1 > 3x_2$

$X_1^3 + 3X_1 > X_2^3 + 3X_2$

$f(x_1)>f(x_2) \Rightarrow y= x^3 + 3x$ возрастает

Оглавление

10-11 классы

Найдите область значений функции

$y = 4\sin x - 5$

Решение:

$-1 \leq \sin x \leq 1$

$-4 \leq 4\sin x \leq 4 \longrightarrow -9 \leq 4\sin x - 5 \leq -1$

$E(y) = [-9; -1]$

Оглавление

Примените свойства числовых неравенств

1. <u>Найдите область значений функции:</u>

1) $y = 2{,}5\cos x - 1{,}5$
2) $y = -(\sin 5x)/5$
3) $y = 3 - 2\sin x$
4) $y = 2\sin^2 x - 5$
5) $y = 2 - \cos^2 x$
6) $y = 4\cos^2 3x - 2$
7) $y = \cos^2(x + \pi/4) + \sin 2x$
8) $y = -6/\pi \operatorname{arctg} x + 2$
9) $y = 2/\pi \arcsin x + 3$
10) $y = 4\pi - 2\arccos x$
11) $y = 3\arcsin x + \pi/2$
12) $y = 2\arcsin x + 3\arccos x$

2. <u>Найдите область определения функции:</u>

1) $y = \arcsin 4x$
2) $y = \arcsin(5 - 2x)$
3) $y = \arcsin(x^2 - 3)$
4) $y = \arccos(-3x)$
5) $y = \arccos(5x-4)$
6) $y = \arccos(8 - x^2)$

3. <u>Имеет ли смысл выражение:</u>

1) $\arcsin(4 - \sqrt{20})$
2) $\arccos(7 - \sqrt{30})$?