

*Числовые неравенства*

---

**И ИХ СВОЙСТВА**

# Оглавление

- Понятие числового неравенства
- Свойство 1
- Свойство 2
- Свойство 3
- Свойство 4
- Свойство 5
- Свойство 6
- Свойство 7

Применение свойств:

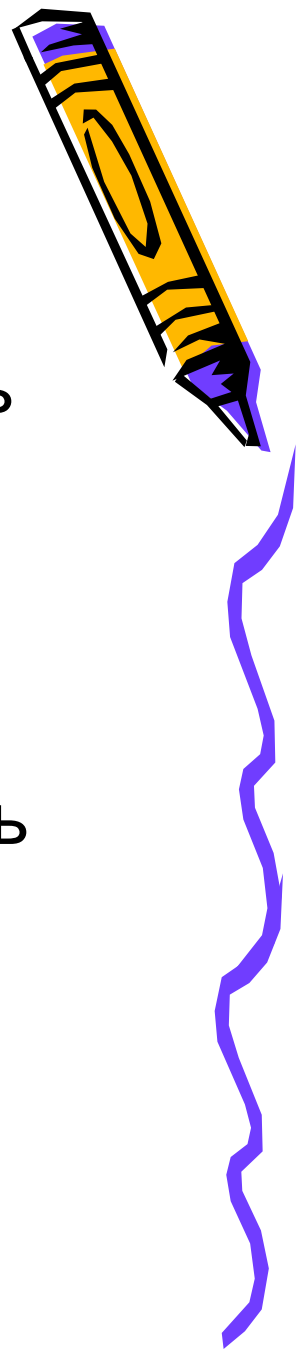
- 8 класс
- 9 класс
- 10 – 11 классы

Определение:

1. Действительное число  $a$  **больше** действительного числа  $b$ , если их разность  $a-b$  – положительное число.

2. Действительное число  $a$  **меньше** действительного числа  $b$ , если их разность  $a-b$  – отрицательное число.

Пишут  $a > b$  или  $a < b$ .



# Неравенства

Строгие

Знаки неравенств

Нестрогие

$>$  «больше»

$<$  «меньше»

$\geq$

«больше или равно»

$\leq$

«меньше или равно»

$a > 0$  означает, что  $a$  – **положительное**  
число;



$a < 0$  означает, что  $a$  – **отрицательное**  
число.

$a \geq 0$  означает, что  $a$  – **неотрицательное**  
число (положительное или 0);

$a \leq 0$  означает, что  $a$  – **неположительное**  
число (отрицательное или 0).



# Свойства числовых неравенств

$$a > b$$

Свойство 1.

$$b > c$$

Если  $a > b$  и  $b > c$ , то  $a > c$ .

Доказательство.

$$a - b > 0$$

$$b - c > 0$$

$$(a - b) + (b - c) > 0$$

$$a - c > 0$$

$$a > c$$

# СВОЙСТВО 2

Если к обеим частям  
неравенства прибавить одно и  
тоже число, то знак  
неравенства следует сохранить  
**Если  $a > b$ , то  $a + c > b + c$ .**

**Примеры:**

Если  $a < b$ , то  $a + 7 < b + 7$

Если  $a > b$ , то  $a - 5 > b - 5$



# СВОЙСТВО 3

*Если  $a > b$  и  $m > 0$ , то  $am > bm$*

*Если  $a > b$  и  $m < 0$ , то  $am < bm$*

$m > 0$

Если обе части неравенства умножить на одно и то же положительное число, то знак неравенства следует сохранить.

$m < 0$

Если обе части неравенства умножить на одно и то же отрицательное число, то знак неравенства следует изменить.

Примеры:

Если  $a > b$ , то  $4a > 4b$

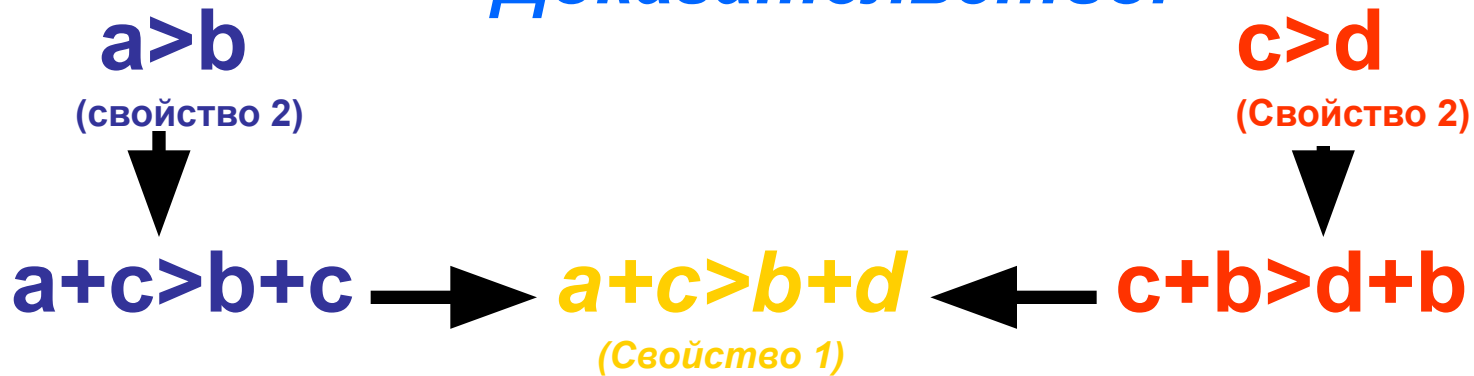
Если  $a < b$ , то  $-9a > -9b$

Если  $a > b$ , то  $-a < -b$

# СВОЙСТВО 4

Если  $a > b$  и  $c > d$ , то  $a + c > b + d$

*Доказательство.*



# СВОЙСТВО 5

Если  $a, b, c, d$  – положительные числа и  $a > b$ ,  $c > d$ ,  
 $ac > bd$

$a > b$  и  $c > 0$   
(СВОЙСТВО 3)

Доказательство

$c > d$  и  $b > 0$   
(СВОЙСТВО 3)

$ac > bc$

$cb > db$

$ac > bd$   
(Свойство 1)

# Свойство 6

**Если  $a$  и  $b$  - неотрицательные числа и  $a > b$ , то  $a^n > b^n$ , где  $n$  - любое натуральное число.**

## Дополнение:

Если  $n$  – нечетное число, то **для любых чисел  $a$  и  $b$**  из неравенства  $a > b$  следует неравенство того же смысла  $a^n > b^n$ .

# СВОЙСТВО 7

Если  $a$  и  $b$  - положительные числа и  $a > b$ , то  $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

# Применение свойств числовых неравенств

Дано:

$$8 < a < 10$$

$$1 < b < 2$$

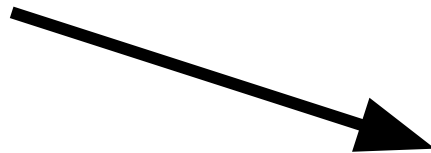
Оцените значение выражения  $2a-3b$ 

Решение:

$$8 < a < 10$$



$$16 < 2a < 20$$



$$1 < b < 2$$



$$-6 < -3b < -3$$



$$10 < 2a - 3b < 17$$

Дано:  $5 < a < 12$        $3 < b < 4$

Оцените значение выражения

$$\frac{4a}{b}$$

Решение:

$$5 < a < 12$$



$$20 < 4a < 48$$

$$3 < b < 4$$



$$\frac{1}{4} < \frac{1}{b} < \frac{1}{3}$$

$$5 < \frac{4a}{b} < 16$$



Докажите, что функция  $y = -5x + 4$  убывает.

Если  $x_1 > x_2$



$$-5x_1 < -5x_2$$



$$-5x_1 + 4 < -5x_2 + 4$$



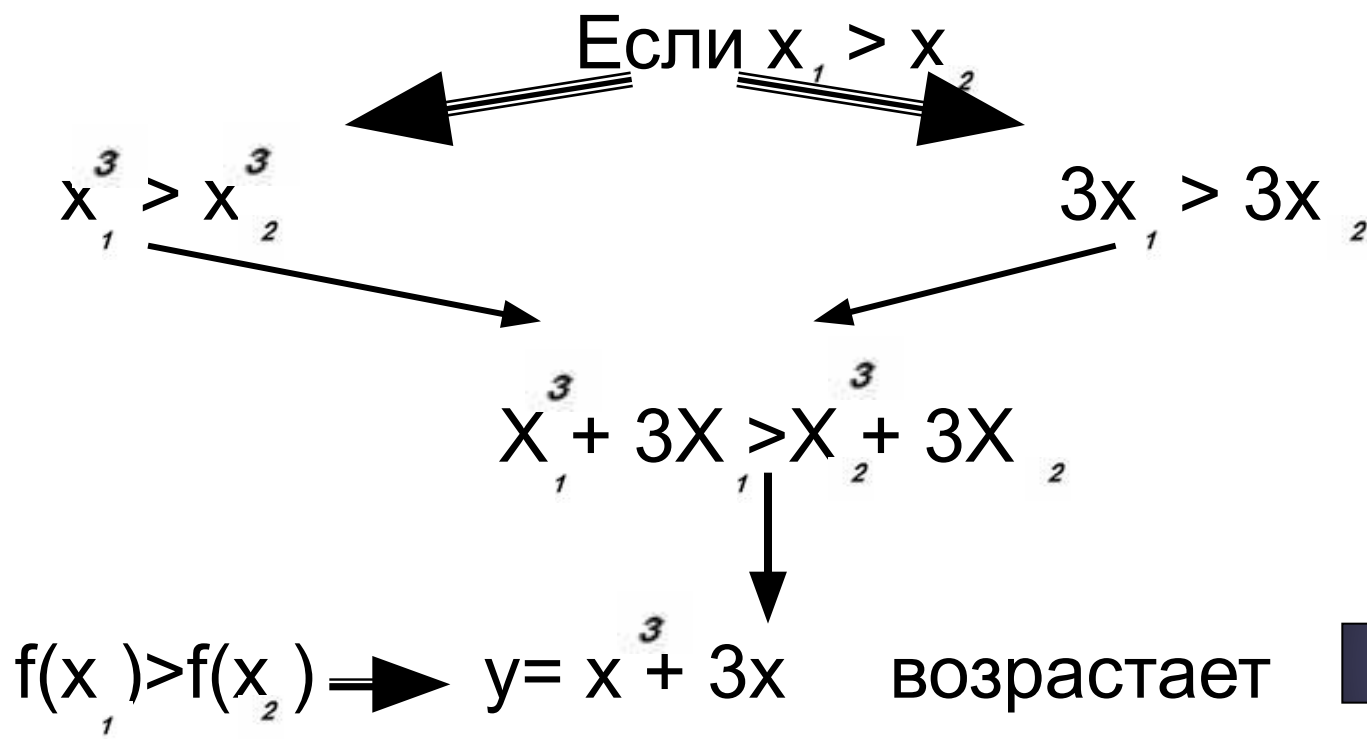
$$f(x_1) < f(x_2)$$



$y = -5x + 4$  убывает

# Докажите, что функция $y = x^3 + 3x$ возрастает

Доказательство :



## Найдите область значений функции

$$y = 4 \sin x - 5$$

Решение:

$$-1 \leq \sin x \leq 1$$

$$-4 \leq 4 \sin x \leq 4 \longrightarrow -9 \leq 4 \sin x - 5 \leq -1$$

$$E(y) = [-9; -1]$$

# Примените свойства числовых неравенств

1. Найдите область значений функции:

1)  $y = 2,5\cos x - 1,5$

7)  $y = \cos^2(x + \pi/4) + \sin 2x$

2)  $y = -(\sin 5x)/5$

8)  $y = -6/\pi \operatorname{arctg} x + 2$

3)  $y = 3 - 2\sin x$

9)  $y = 2/\pi \operatorname{arcsin} x + 3$

4)  $y = 2\sin^2 x - 5$

10)  $y = 4\pi - 2\operatorname{arccos} x$

5)  $y = 2 - \cos^2 x$

11)  $y = 3\operatorname{arcsin} x + \pi/2$

6)  $y = 4\cos^2 3x - 2$

12)  $y = 2\operatorname{arcsin} x + 3\operatorname{arccos} x$

2. Найдите область определения функции:

1)  $y = \operatorname{arcsin} 4x$

4)  $y = \operatorname{arccos}(-3x)$

2)  $y = \operatorname{arcsin}(5 - 2x)$

5)  $y = \operatorname{arccos}(5x - 4)$

3)  $y = \operatorname{arcsin}(x^2 - 3)$

6)  $y = \operatorname{arccos}(8 - x^2)$

3. Имеет ли смысл выражение:

1)  $\operatorname{arcsin}(4 - \sqrt{20})$

2)  $\operatorname{arccos}(7 - \sqrt{30})?$